数理モデル化と問題解決　38－9
（２００２．３．５）

Simulated Annealing 法と解空間との適性の評価法

井尻 堅大,　藤吉 邦洋
東京農工大学 工学部 電気電子工学科

あらまし Simulated Annealing 法は良い解を求めて解空間を探索する手法で、「解探索に十分な時間をかければ最適解に向かう」という特長を持つ。これを適用するためには「隣接解」を定義して解空間を張る必要があるが、隣接解をうまく定義しないと解探索を効率的に行なえなくなる。
本稿では Simulated Annealing 法と解空間の相性の指標を求めることを目的とし、仮定に基づいて降下法を用いた計算機実験を行ない、局所最適解に至るまでの移動回数及び、局所最適解の評価平均値が Simulated Annealing 法との相性に深く影響しているらしいことを確かめた。また、複数の評価の加重平均を評価関数とする場合において、局所最適解の評価平均値の分布が Simulated Annealing 法での最終解の分布とよく一致しており、加重平均の重み係数の選択の指標の一つとなることを確認した。

A Method to Assess Suitability of Solution Space for Simulated Annealing

Kendai IJIRI, and Kunihiro FUJIYOSHI
Department of Electrical and Electronic Engineering,
Tokyo University of Agriculture & Technology

Abstract The Simulated Annealing is one of the stochastic algorithms for searching solution space for good one. Therefore, it is necessary to make solution space by defining adjacent solutions. If adjacent solution is defined inaptly, the search cannot be done efficiently. In this paper, in order to assess suitability of solution space for the SA method, two conjectures using quenching method are proposed and are confirmed by the experiments based on them.

1　まえがき

Simulated Annealing 法 (以下 SA 法) は、良い解を求めて解空間を探索する手法で、「解探索に十分な時間をかければ最適解に向かう」という特長を持つ。SA 法を適用するためには「隣接解」を定義して解空間を張る必要があるが、隣接解をうまく定義しないと解探索を効率的に行なえなくなる。解空間上の評価関数値の分布は地形 (landscape) と呼ばれている。

[2] では SA 法を多数回実行することで解空間との相性の評価順位を得ている （以下この手法を SA 反復法と呼ぶ）。しかし、これには多くの時間がかかる。また、相性の背景にあるものが不明であるために、良い解空間を構築するための指標が得られていなかった。[3] では隣接解間の評価値の差により相性を評価する方法が提案されたが、[2] で得られた順位と完全には一致しなかった。近年、降下法を用いた解空間の評価法が提案された [4] が、著者らも断っているように、これは探索手法とは切り離しての評価であった。[6] では最適解近傍の landscape を調べる研究が行なわれたが、最適解との比較による解析であるため、最適解を求めることが非常に困難である一般的な問題の評価法にはなり難い。また、探索手法との関連については触れられていなかった。

本稿では SA 法と解空間の相性の指標を求めることを目的とし、(1) 降下法を用いた 2 つの仮定を立て、これを計算機実験にて検証し、(2) 同じ解空間において複数の評価の加重平均を評価関数とした場合の、解空間に与える影響を調べる。

2　準備

2.1　Simulated Annealing 法と解空間

SA 法は、良い解を求めて解空間を探索する手法である。具体的には、注目している解に対してランダムに隣接解を一つ求めて比較し、条件を満たしていればこれを注目している解に置き換えていく。このため、「隣接解」を定義して解空間を張る必要がある。隣接

解はしばしば、隣接解生成法により定義される。隣接解はうまく定義しないとSA法探索を効率良く行なえなくなる。このため、解空間は以下の性質を満たしていることが望ましいものと考えられる。

到達可能性： SA法では任意の一つの初期解から探索を始めるため、任意の解から任意の解まで、問題サイズの多項式回の隣接解移動操作で到達できること。

滑らかさ： 解空間において隣接解同士が「似ている」こと。

2.2 問題設定

本稿では、SA法が多く用いられている問題の一つである、VLSI設計でのモジュール配置問題：「与えられたさまざまな形状のモジュールをできるだけ小さい面積の矩形内に、できるだけ短い配線長になるように配置する」を用いる。パッキングの表現方法としては、sequence-pair[1](以下seq-pair)を使用する。

2.2.1 Sequence-Pair

seq-pairでは矩形の相対位置関係を矩形名の順列Γ_+とΓ_-の対により$(\Gamma_+;\Gamma_-)$の形で表す。その特長はすべての矩形パッキングを表現することができ、どのseq-pairにも対応する配置があることである[1]。

seq-pairはΓ_+とΓ_-で共にaがbの前にあるとき、矩形aは矩形bの左に位置することを意味する。また、Γ_+ではaはbの前にあり、Γ_-でaはbの後ろにあるとき、矩形aは矩形bの上に位置することを意味する。

2.2.2 解析対象とする隣接解生成法

seq-pairは順列の対で構成されるので、その変換操作の基本は順列変換である。ここでは、以下の順列変換基本操作を考える。

交換: 順列内の任意の2つの要素を交換する操作

挿入変換: 任意の要素を別の位置に挿入する操作

隣接交換: 任意の隣接する要素対を交換する操作

これらを組み合わせ、本稿では[2]と同様、次の隣接解生成法を用いる。但し、全交換は任意の二つの矩形名の位置をΓ_+とΓ_-の両方で交換したものである。

fhh： 全交換 or Γ_+での交換 or Γ_-での交換

fh： 全交換 or Γ_+での交換

hh： Γ_+での交換 or Γ_-での交換

ins： Γ_+での挿入変換 or Γ_-での挿入変換

adj： Γ_+での隣接交換 or Γ_-での隣接交換

上記の解空間全ては到達可能性を満たしている[7]。

2.3 SA反復法

各解空間のSA法との相性の評価順位を求めるために、[2]で提案された手法は、SA法は時間をかければ良い解に近付くという特徴を持つので、多種のアニーリングスケジュールについて、（疑似乱数の影響を排除するために）複数の疑似乱数の種を用いてSA法を行う。計算に要した時間を横軸に、評価関数値を縦軸としてその平均を折れ線で結んで得たグラフにおいて、短時間で評価関数値が良くなったものが相性の良い解空間であるとする。

MCNCベンチマークのami33, ami49などに対し、評価関数は面積と配線長の2種類で実験を行なった結果、いずれの組合せでもほぼ同様の評価順位を示していた。代表としてami33における配線のみの評価を行なったものを1に示す。このグラフからわかるように、fhh, fhの成績が最も良く、以下hh, ins, adjという順位が得られた。

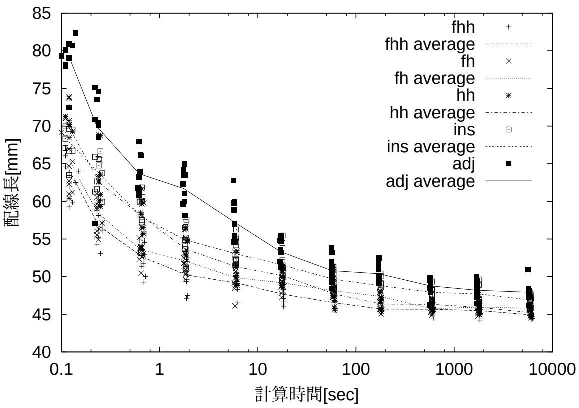

図1: SA反復法での評価

3 単一の評価関数による相性の評価

[4]では降下法を用いた評価法が提案されたが、探索手法との関連について触れられていなかった。そこで、本稿ではSA法との適性の仮定を立て、これに基づいて降下法にて至った局所最適解の良さや、それへの隣接解移動回数を調べる。なお、[4]では既定回の降下しか行っていないために局所最適解まで至っておらず不十分であったが、我々は局所最適解までの降下を行った。

到達可能性が満たされた解空間の中で相性の良いものは滑らかであり、これは局所最適解が少ないと考えることができる。すると、降下法によってそこへ至る

初期解の数が多いと言え、隣接解の数は有限なことから、**仮定 1**：「局所最適解に至るまでの隣接解への移動回数が多いものが相性が良い」と考えられる。

SA 法ではいずれの局所最適解にも至る可能性があるので、**仮定 2**：「ランダムな初期解から降下法により至る解の評価値が良いものが多いのが適している」と考えられる。

ami33, ami49 などに対して、解析対象とする 5 種の隣接解生成法により張られた解空間について、ランダムに生成された 100000 個の seq-pair を初期解とし、評価関数は面積[1]、配線長の 2 種類について降下法により（1）局所最適解に至る移動回数の頻度分布（仮定 1 の検証）と、（2）至った解の評価値の頻度分布（仮定 2 の検証）を調べた。

その結果、どの組合せでもよく似た傾向が見られたので、代表として fhh と ami33 で評価を配線長としたときのグラフを図 2、図 3に示した。図 2の横軸は移動回数で、図 3の横軸は配線長である。

これにより、局所最適解に至るまでの移動回数と分散及び、局所最適解の評価平均値と分散（特に前者）が SA 法との相性に深く影響し、移動回数の多いもの、局所最適解の評価平均値の良いものが SA 法に適しているらしいことが確かめられた。

4　2 つの評価の加重平均が評価関数の場合

前述のように、モジュール配置問題では複数の最適化要求があり、それらを同時に満たすため、一般には評価関数の加重平均を用いる。ここでは重み係数の解空間への影響を調べる。

評価関数として以下のものを用いた [5]。

$$f(S, L) = \alpha \frac{S}{A} + (1 - \alpha) \frac{L}{2 \cdot N \cdot \sqrt{A}}$$

S = 全てのモジュールを囲む最小矩形の面積
A = モジュール面積の合計
L = 端子位置をモジュールの中心とし、外部端子の位置をチップの外周上の都合の良い位置としたときの、各ネットを囲む最小矩形の半周長の合計
N = ネットの総数
また、α は重み係数である。上式の前項が面積に、後項が配線長にそれぞれ対応する。

まず、ami33, ami49 などに対して、5 種の解空間それぞれについて α を 0 から 1 の間で何点か取り、

[1]面積のみを評価関数とした場合については [7] にて発表済

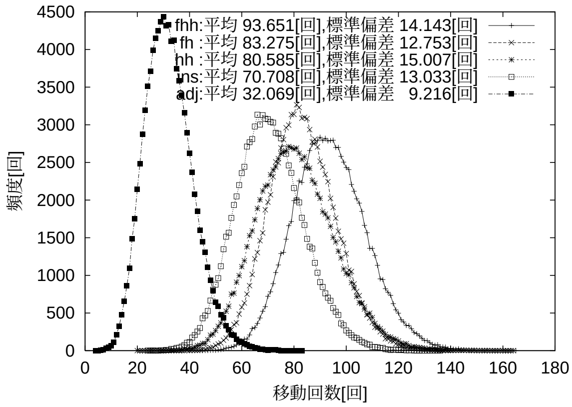

図 2: 局所最適解までの移動回数の分布

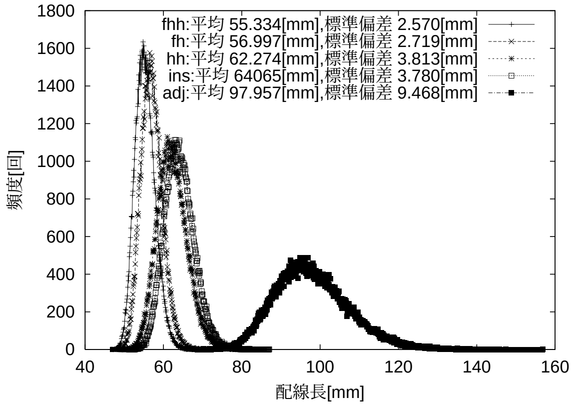

図 3: 局所最適解の評価の分布

SA 反復法にて評価を行なった。代表として fhh と ami33 での結果を図 4に示す。

ここで、加重平均を求めている 2 つの項は平均やばらつきが異なっており、そのまま加重平均をとっても評価が困難だと考えられる。具体的には、面積の項はパッキング面積を矩形の総面積で割っているためその評価は 100% を決して下回ることはなく、大きいと数 100% であるのに対し、配線長の項では、短いときは数 % で長いときは数 10% の値である。この影響のため、図 4では計算時間を増やしても図 1のようには収束せず、α の大きさについての相性の順位を求められず、比較は出来なかった。

前述の 5 種の解空間それぞれについて、ami33, ami49 などに対し、各 α について、(a) ランダムに生成された 100000 個の seq-pair を初期解とした降下法により、仮定 2 の「至った解の面積及び配線長の平均」を求め、(b)SA 反復法で得た各評価の平均値をグラフにし、比較を行なった。その結果、全ての組合

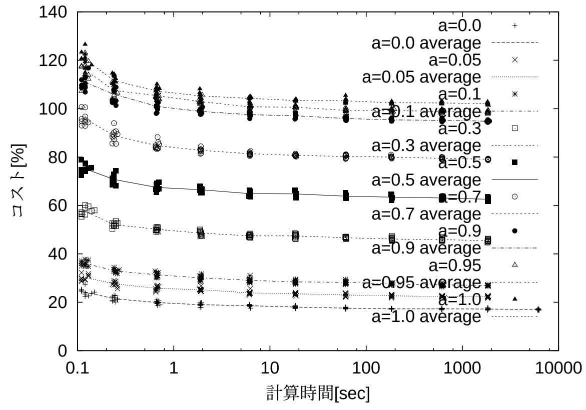

図 4: SA 反復法での評価

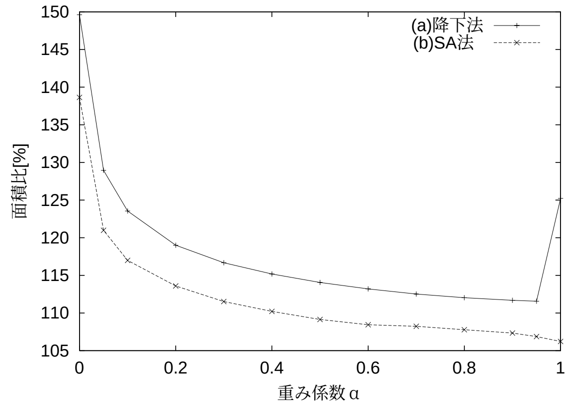

図 5: 面積比

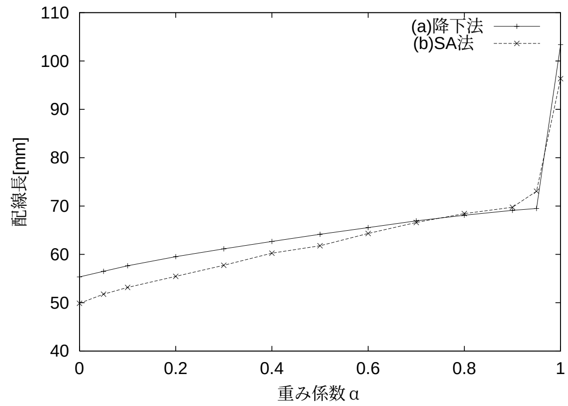

図 6: 配線長

せにおいて同様の傾向が観察できたが、代表として、fhh と ami33 の場合について、図 5、図 6に示した。横軸に α をとり、縦軸は図 5では面積比を、図 6では配線長の比としている。

図から分かるように、(a) と (b) の分布は、$\alpha = 1$ を除きよく似ている。この類似性から、これは α の選択の指標の一つとなるであろう。

$\alpha = 1$ においてだけ似ていない理由は、この地形において踊り場（同一の評価の解がならんでいる状態）が多くあり、SA 法は、同一の評価値の解にも移動するため、踊り場を脱出できるのだが、降下法では、良くなった解への移動しか行なわないので、踊り場から脱出できないためにこの差が生またものと考えられる。

5　まとめ

SA 法と解空間の相性の指標を求めることを目的とし、まず降下法を用いて、局所最適解に至るまでの隣接解への移動回数が多いもの (仮定 1)、至った解の評価値が良いものが多いもの (仮定 2) が相性が良いとして、計算機実験を行ないこれを確かめた。

次に、同じ解空間において、複数の評価の加重平均を評価関数としたとき、重み係数を変えた場合の解空間に与える影響を調べたところ、SA での最終解の分布と降下法での局所最適解の分布に類似が見られた。このことから、降下法により至った局所解の評価値の分布が重み係数の選択に役に立つであろうことが確かめられた。

謝辞 本研究は CAD21 プロジェクトの一部である。

参考文献

[1] H.Murata et al.: “VLSI Module Placement Based on Rectangle-Packing by the Sequence-Pair”, IEEE Trans. CAD, 15, 12, pp.1518–1524, 1996.

[2] 藤吉 邦洋, 大村 智一, 井尻 堅大：“Simulated Annealing 法探索に適した Sequence-Pair によるパッキング解空間 “, 信学技報 VLD99-118, 2000.

[3] 溝口 崇: “パッキング解空間の Simulated Annealing 法への適性評価”, 東京農工大学 工学部 電子情報工学科 卒業論文, 2000.

[4] 春多 宏紀, 高橋 俊彦: “矩形パッキング問題における解空間の解析 “, 回路とシステムワークショップ, pp.237–242, 2001.

[5] 高橋 康裕, 村田 洋: “Sequence-Pair に基づくブロック配置構成的アルゴリズム SLASH の改良 “, 回路とシステムワークショップ, pp.243–248, 2001.

[6] 吉澤 大樹ら: “巡回セールスマン問題における地形構造の解析”, 人工知能論, 16-3, 2001.

[7] 井尻 堅大, 藤吉 邦洋: “Simulated Annealing 法と解空間との適性の評価法”, 信学ソ大, A-3-11, 2001.