

## 状態遷移規則が変化する一次元 CA の密度分類問題への適応

烏 云<sup>†1</sup>.

狩野 均<sup>†2</sup>.

本稿では、一次元 2 状態セルオートマトンの状態遷移ルールを遺伝的アルゴリズム (GA) で獲得する方法を提案する。従来の研究が 1 組のルールを用いていたのに対して、本研究では、2 組のルールを適用する場合について検討した。提案する手法はルールならびにルールが切り替わる時間を GA の染色体としてコード化するものである。本手法を密度分類問題に適用し、従来手法より正解率が向上することを実験により確認した。

### Application of Rule Changing One-dimensional Cellular Automata to Density Classification Problem

Yun Wu<sup>†1</sup>.

Hitoshi Kanoh<sup>†2</sup>.

In this paper we propose a new method that using genetic Algorithms(GAs) to obtain one-dimensional two-state cellular automata(CA) rules. In the previous research a single rule is used while in our research a pair of rules are used. The proposed method is to encode a pair of rules and the time rule changes in GA's chromosomes. Experimental results using a density classification problem prove that the proposed method is more efficient than a the conventional method at a correct ratio.

#### 1. はじめに

セルオートマトン (CA) は、簡単な規則から、複雑な現象が生じることから、社会・経済や交通道路などの分野に適用されている。また、高速で信頼性のある並列計算を実現するための研究も行われている<sup>1)</sup>。

しかし、CA の動作は複雑であるため、要求されるタスクを実現するための CA を設計することが困難であるという問題がある。CA の動作を解明するため、密度分類問題を対象として、CA の状態遷移ルールを獲得する研究が行われている。*Land* らは密度分類問題に対して、一次元 CA では一つのルールを適用することでは完全に解けないということを指摘した<sup>5)</sup>。*Fuks* は近傍サイズが 1 である二つの CA のルールを組み合わせることによって密度分類問

題の完全解を得た<sup>4)</sup>。*Mitchell* らは近傍サイズが 3 である一つの CA のルールを遺伝的アルゴリズム (GA) を用いて進化的に獲得させるという研究を詳細に行っている<sup>2,3)</sup>。しかし、近傍サイズが 2 以上の場合に対して、複数のルールを用いた CA の検討は行われていない。

本研究では、近傍サイズが 3 である二つの CA のルールを GA を用いて進化的に獲得することを検討した。従来の研究が、CA の状態遷移ルール表の「出力ビット」(図 1 を参照) をそのまま染色体にしているのに対して、本研究では、二つのルール表の「出力ビット」とルールが切り替わる時間を染色体としてコード化したものである。これにより CA の能力が大きく向上することが見込まれる。

以下では、まず、研究分野の概要について述べる。次に、提案方法のコード化とアルゴリズムを説明する。最後に本手法を密度分類問題に適用した実験結果について考察する。

#### 2. 研究分野の概要

##### 2.1 セルオートマトン (CA)

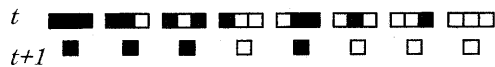
†1 筑波大学・システム情報工学研究科  
Graduate School of Systems and Information  
Engineering, University of Tsukuba

†2 筑波大学・電子情報工学系  
Institute of Information Sciences and Electronics,  
University of Tsukuba

本研究では次元 2 状態 CA を対象とする。セルの位置座標を  $i$ 、格子サイズを  $N$ 、時間ステップを  $t$ 、セルの状態を  $s_t^i$  とする。一般に周期的な境界条件  $s_t^i = s_t^{i+N}$  を仮定すると、次の時間ステップのセルの状態は、両隣  $r$  個のセルの状態を考慮し、以下のようなルール  $\phi$  で定義される。

$$s_{t+1}^i = \phi(s_t^{i-r}, s_t^{i-r+1}, \dots, s_t^i, \dots, s_t^{i+r-1}, s_t^{i+r})$$

ここで例として、セルの取りうる状態を白/黒 (0/1) とし、 $r=1$  の場合を考える。隣接したセルの並び方、および隣接の中央セルの更新状態は図 1 に示したルール表で表現される。ここでは図 1 の近傍セルを 2 進数の降順に並べたものである出力ビットを 10 進数に変換した数値をルール番号  $\phi_{10}$  とする。図 1 の例では  $\phi_{10}=232$  となる。



ルール表

近傍セル: 111 110 101 100 011 010 001 000

出力ビット: 1 1 1 0 1 0 0 0

図 1 両隣を考慮する状態変化ルールの例

## 2.2 対象問題

本研究では密度分類問題を用いて、GA による CA の進化を検討した。密度分類問題は CA の大域的な行動を理解するためのベンチマーク問題とされている<sup>2)</sup>。

密度分類問題とは、与えられた初期形態  $S_0$  中の 1 と 0 の数のどちらが多いかを判定する問題である。もし、1 の数が多ければ  $M$  ステップ以内に CA はすべて 1 の不動点形態に収束する (その後の  $t$  に対しても、すべてのセルが状態 1 になる)。また、0 の数が多ければ、 $M$  ステップ以内に CA はすべて 0 の不動点形態に収束する。本稿では、前者を  $S_t = 1$ 、後者を  $S_t = 0$  と書く (式 (1) を参照)。ここでは「状態」 $s_t^i$  は時刻  $t$  における一つのセルの値、「形

態」 $S_t$  はすべてのセルの値を参照するために用いる。本研究では、 $S_0$  が「偏りのある分布」(すなわち、 $\rho_0 \in [0,1]$  にわたる一様分布) と「偏りのない分布」(1 と 0 の数がランダムに混在:  $\rho_0 \approx 1/2$ ) を考える。

$$S_t = \begin{cases} 1 & (\rho_0 > \rho_c) \\ 0 & (\rho_0 < \rho_c) \end{cases} \quad (M \leq t < t_{\max}) \dots (1)$$

$\rho_0$  : 初期形態の 1 の密度  
 $\rho_c$  : 臨界密度、ここでは  $\rho_c = 1/2$

## 2.3 関連研究

密度分類問題に対して、さまざまな研究が行われている。Land らは一つのルールを用いて次元 CA は密度分類問題を完全に解けないことを示した<sup>5)</sup>。Fukš はタイムステップ  $N/2$  を境目にして、近傍サイズ  $r=1$  である CA のルール  $\phi_{10}=184$  と 232 を順次に適用することによって密度分類問題を完全に解けることを証明した<sup>4)</sup>。近傍サイズ  $r>1$  の場合について、Packard は、Langton の  $\lambda$  パラメータの値が臨界値付近である状態遷移ルールが獲得されやすいことを指摘した<sup>6)</sup>。Mitchell らは GA を用いて要求を実現する CA のルールを進化的に獲得する研究を詳細に行っている。ルール表の出力ビットをそのまま染色体として、交叉、突然変異を行い、CA のルールを進化的に獲得する<sup>3)</sup>。Mitchell らは、得られた最良ルールを  $10^4$  個の偏りのない分布である初期形態に適用して、正解率 76.9% を得ている。さらに、CA の複雑な行動を理解するため粒子と領域という概念を用いて詳細な解析も行っている。

## 3. 提案する方法

### 3.1 提案手法のコード化

本手法は、従来手法<sup>3)</sup>の染色体を改良し、図 2 のようにしたものである。すなわち、状態遷移ルールが時間的に変化する。まず、 $0 < t < t_c$  のとき、ルール 1 を適用し、 $t_c \leq t < t_{\max}$  のとき、ルール 2 を適用する。

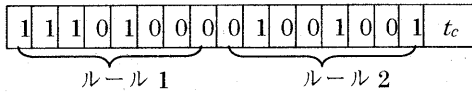


図2 提案手法の染色体

### 3.2 適応度

適応度はテスト問題に対する正解率である。つまり、正しい最終パターンを生成した初期形態  $S_0$  の割合である。ここでは、 $I$  個の「偏りのある分布」である  $S_0$  に対する適応度を  $F'_N(\phi)$ 、「偏りのない分布」である  $S_0$  に対する適応度を  $P'_N(\phi)$  で表す。

### 3.3 アルゴリズム

- Step1: 初期集団として  $K$  個の個体を生成する。
- Step2: 各個体を  $I$  個の初期形態に適用し、適応度  $F'_N(\phi)$  と  $P'_N(\phi)$  を計算する。
- Step3: 集団中の個体を適応度でランク付け、適応度がもっとも高い  $E$  個のエリートな個体を修正なしで次世代に残す。
- Step4: 残りの  $K - E$  個の個体はエリートな  $E$  個とルーレット戦略で選らんだ個体から一つずつ選び、一点交叉で生成する。
- Step5: 交叉でできた子個体に二箇所突然変異を行う。また、ルールに入れ替わる時間  $t_c$  を 0.5 の確率で区間  $(1, t_{\max} - 1)$  のランダムな正の整数とする。

## 4. 実験

### 4.1 実験方法

ここでは、近傍セル数  $r=3$ 、格子サイズ  $N=149$ 、集団サイズ  $K=100$ 、初期形態数  $I=100$ 、エリートな個体数  $E=20$  とする。タイムステップの上限は  $t_{\max}=149$ 、一個体あたりの突然変異率は 1、世代数の上限は 100 とした。

### 4.2 実験結果

密度分類問題に対して、最良適応度  $F'_N(\phi)$  と  $P'_N(\phi)$  を求めた。乱数を 10 回変え、実験を行ったときの  $F'_N(\phi)$  における平均値の進化過程と 100 世代目の  $P'_N(\phi)$  に対する比較結果をそれぞれ図 3、図 4 に示す。

図 3 からわかるように、偏りのある初期形態に対して、従来手法と比べ、本手法は進化が早い。また、従来手法が 100 世代で 91% 正解しているのに対して、本手法は 98% であり、高い正解率が得られたといえる。

図 4 は乱数を変えて実験を行ったときの  $P'_N(\phi)$  である。偏りのない分布は 1 の密度が 0.5 付近に分布するのでもっとも困難な問題となる。従来手法の適応度が 50% 付近に分布しているのに対して本手法は最高で 83% に達している。しかし、10 回のうち 2 回は従来手法より低くなっている。

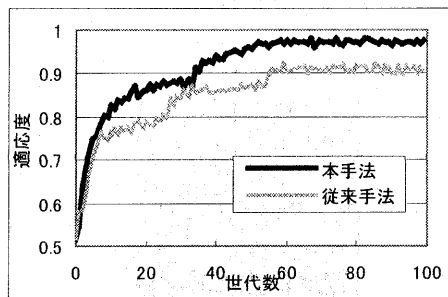


図3  $F'_N(\phi)$  平均値の比較

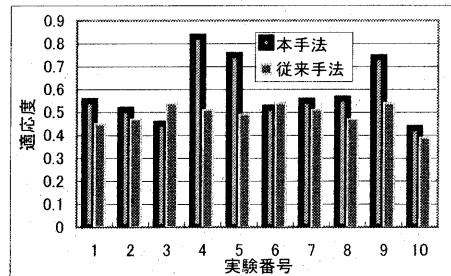


図4  $P'_N(\phi)$  の比較

### 4.3 考察

本手法により得られた最良ルールを  $10^4$  個の偏りのない分布である初期形態に適用して、正解率 81.6% を得た。そのルール表の出力ビットを 16 進数に変換したものを表 1 に示す。

表1 本手法による最良ルール

ルール 1	01000100111C0000000004013F7FDFFB
ルール 2	97E6EFF6E88064484808406070040000
$t_c$	101

$10^4$  個の偏りのない分布である初期形態からランダムに 100 個を選び、表 1 のルールを適用した。正解したものは、図 5 のような三つのタイプに分類することができた。

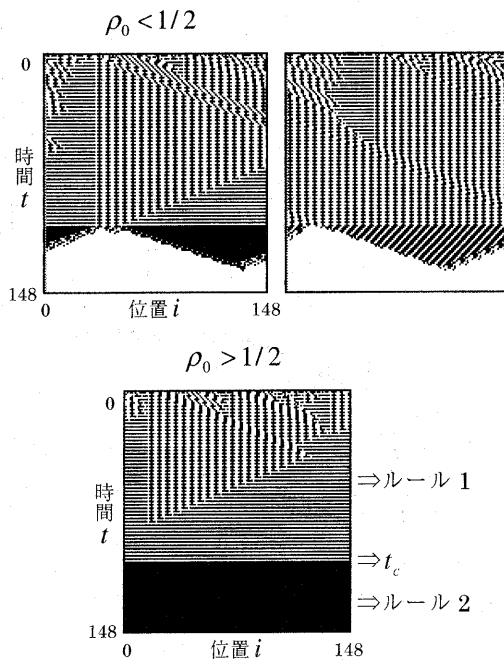


図 5 ルールを適用したパターン

$\rho_0 < 1/2$  (1 の密度が 0.5 より小さい場合) に対して、初期形態  $S_0$  にルール 1 が適用され、 $t_c - 1$  での形態がオール 0 ではなく、“1” の状態が存在する。 $t_c$  からはルール 2 が適用される。図 5 の左上の図では、ルール 2 の “0111111  $\rightarrow$  0” と “1111110  $\rightarrow$  0” という性質が主に働き、両端からそれぞれ右と左の方向で “0” の状態が移動する。右上の図では、ルール 2 の “000 \*\*\*  $\rightarrow$  0” と “0111001  $\rightarrow$  0” という性質が主に作用し、右と左の方向でそれぞれ “0” の状態をシフトする。このように、“0” の数が増えて、白い領域が徐々に広がり、最終形態がオール 0 になる。

これと逆に、 $\rho_0 > 1/2$  (1 の密度が 0.5 より大きい場合) に対して、初期形態  $S_0$  にルール 1 が適用され、 $t_c - 1$  での形態がオール 1 になる。 $t_c$  から、形態  $S_{t-1}$  に “1111111  $\rightarrow$  1” という性

質を持つルール 2 が適用され、“1” の状態が保持される。このように、最終形態がオール 1 になる。まとめると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \text{ルール 1} & \left\{ \begin{array}{l} S_0 \Rightarrow S_{t-1} \neq 0 \quad (\rho_0 < 1/2) \\ S_0 \Rightarrow S_{t-1} = 1 \quad (\rho_0 > 1/2) \end{array} \right. \\ \text{ルール 2} & \left\{ \begin{array}{l} S_{t-1} \neq 0 \Rightarrow S_t = 0 \quad (\rho_0 < 1/2) \\ S_{t-1} = 1 \Rightarrow S_t = 1 \quad (\rho_0 < 1/2) \end{array} \right. \end{aligned}$$

## 5. おわりに

密度分類問題に対して、従来の研究が CA の状態遷移ルールの適用を確定的に扱っていたのに対して、本手法では、二つのルールが時間的に変動する場合について検討を実施した。本手法は問題を二つの段階に分けて解決することによって問題を易しくする。今後の課題として、GA を改良し、より良いルール組みを発見すること、ならびに、本手法を他の応用問題に適用することが挙げられる。

## ☆ 参考文献 ☆

- 1) 加藤：セルオートマトン法，森北出版，1998.
- 2) メカに一・ミッチェル著，伊庭斉志訳，遺伝的アルゴリズムの方法，東京電機大学出版局，1997.
- 3) M. Mitchell, J. P. Crutchfield and R. Das. Evolving Cellular Automata with Genetic Algorithms : A Review of Recent Work : *proceedings of the First International Conference on Evolutionary Computation and Its Applications*, 1996.
- 4) H. Fukás. Solution of the density classification problem with two cellular automata rules. *Physical Review E*, 55(3), R2081- R2084, 1997.
- 5) M. Land and R. K. Belew, *Physical Review Letters* 74, 5148, 1995.
- 6) C. G. Langton. Computation at the edge of chaos : Phase transitions and emergent computation. *Physica D* 42, 12-37, 1990.