数理モデル化と問題解決 42－15
（２００２．１１．２９）

構造形態を自律的に生成するニューロンモデル

三井和男†

本論文では、構造システムの自己組織化のための単純なモデルとしてのセルオートマトンとニューロンモデルを用いて、構造形態を最適化するための効率的な方法を提案する。提案する方法は純粋な 0-1 の問題のまま位相最適化問題を解く方法として非常に単純であり、なおかつ多種多様な複雑な位相と形状を表現することができる。 この方法では、セルの出現と消滅に関する局所的な規則だけが必要であり、設計感度などを必要としない。本論ではこの手法の有効性が位相最適化の例題により示される。本手法は数理計画手法を用いた古典的方法に起因する困難の大部分を克服し、構造最適化への新しいアプローチを提供する。

Autonomous Generation of Structural Form by Neuron Model

Kazuo MITSUI

This paper presents an effective method for designing structures using a cellular automaton and a neuron model, representing a simple conceptual basis for the self- organization of structural systems. The proposed methods are sufficiently simple to solve topology optimization problems as pure 0-1 problems, and yet sufficiently complex to express a wide variety of complicated topologies. Local rules for the birth and death of cells are all that is required for this method. The effectiveness of the proposed method is demonstrated through numerical topology optimization problem examples. The method proposed in this paper offers a new approach to structural optimization, overcoming most of the problems associated with traditional techniques.

1. はじめに

Xie, Y.M. and Steven, G.P.は，構造から効果のない材料をすこしずつ取り除くことによって，構造の形状は最適な形状に向かって進化するという進化的構造最適化の単純な概念を示した。この手法は，例えばD’Arcy Thompson の「骨格は，力の場との相互作用によって，力の場に対応して変化する」などの自己組織化の考え方をモデル化したものと見ることができる。すなわち力のかからない細胞は少しずつ消滅し，そのような過程を繰り返すことで最終的には，最小限の材料で最大の強度を出す形態を獲得するわけである。しかし，そこには「力のかかる部分は必ず成長して，要求される強度をもつようになる」というメカニズムが含まれていない。

これに対し，著者等 [1)2)]は成長のメカニズムを含めたモデルをセルオートマトンを用いて表現し，構造形態の最適化への応用を試みた。この手法を構造システムの形態生成のいくつかの問題に適用し、形状最適化問題に対する有効性を示すことができた。セルの出現と消滅に関する単純な局所規則のみを定義することによって、構造が自律的に発生するという自己組織化のもつ本質的な能力を検証することができたと考える。この手法では，目標セルの出現と消滅を決定するために、制御パラメターとして上限応力値σ^U と下限応力値σ^Lを設定する必要がある。この制御パラメターの値は比較的簡単に設定できるが，それでも数回の試行錯誤が必要な場合もある。

† 日本大学生産工学部数理情報工学科
Department of Mathematical Information Engineering, Nihon University

本論では，セルの出現と消滅に関する単純な局所規則にニューロンモデルを応用することを提案する。応力の目標値を超えるセルが近傍にあった場合，目標セルにはその近傍セルより一定の入力が与えられ，この入力が目標セルのポテンシャルを増加させると考える。逆に入力がない場合は，ポテンシャルが減衰する。そして，ポテンシャルがある閾値を超えると目標セルに材料が出現するというものである。本論では，このモデルを最小重量問題に適用して，その有効性を示す。

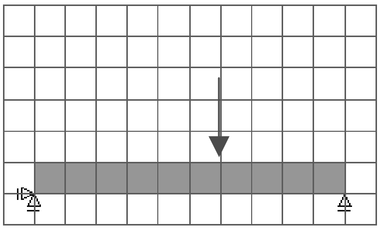

Fig.1　設計領域と正方格子

2. 最適化手順

本論において提案するニューロンモデルを用いた最適化手法の基本的手順は、以下に示す５つの内(3)(4)(5)を繰り返すものである。

(1)設計領域を均一な正方格子(セル)に分割する。
(2)設計領域に支持点と荷重点を含み、荷重を支持点まで伝達する任意の構造システムを設定する。
(3)構造の応答を評価するために有限要素法を用いて応力解析を行い、各セルの応力を求める。
(4)(3)で得られた応力をもとに、次の時間ステップにおけるセルの状態、すなわちそのセル上に材料が存在するか否かを決定し、形状を更新する。
(5)(3)へ戻る。

ここで、設計領域を分割することによって得られる正方格子は、セルオートマトンのセルとして、また有限要素解析の要素として用いられる。また、(2)で設定する任意の構造システムとは、例えば **Fig.1** のように支持点と荷重点を含んで荷重を支持点まで伝達できるシステムである。さらに、各セルの応力は、等方性材料に対する規準としてしばしば用いられる相当応力(von Mises stress)により評価する。相当応力は次式で表される。

$$\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \tag{1}$$

この相当応力を基に次の時間ステップにおける材料分布が決定される。このとき、あるセル上に材料が存在するか否かを決定するのに、そのセルの近傍だけに関連した局所的な規則が用いられるのがセルオートマトン法の特徴である。尚、ここでは、セルの中央における相当応力を採用する。

3. ニューロンモデル

設計領域中の各セル対して **Fig.2** に示すような上下左右に隣接する 4 つのセルを近傍とする Neumann 近傍を考える。目標とする応力値σ^E を予め設定し、相当応力がσ^E を超えるセルが近傍にある場合には，そのセルから目標セルに入力信号+1 が入力される。その結果，目標セルのポテンシャルには入力信号の合計が加算される。目標セルの相当応力がσ^E を下回る場合は，ポテンシャルには-1 が加算される。

$$u_{k+1} = \lambda u_k + x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - \varepsilon, (0 < \lambda < 1) \tag{2}$$

$$x_0 = \begin{cases} -1 & (\sigma_0 < \sigma^E) \\ 0 & (\sigma_0 \geq \sigma^E) \end{cases} \tag{3}$$

$$x_i = \begin{cases} +1 & (\sigma_i > \sigma^E) \\ 0 & (\sigma_i \leq \sigma^E) \end{cases} \tag{4}$$

ここに，u_k，u_{k+1} はそれぞれ離散時間 k，$k+1$ におけるポテンシャル，x_0 は目標セルからの入力，$x_i (i=1,4)$は近傍セルからの入力である。ポテンシャル u_k は次の時間ステップ $k+1$ に伝播する際，そのまま伝播するのではなく時間の経過とともに減衰すると考える。

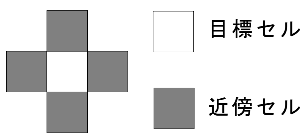

Fig.2 目標セルと近傍

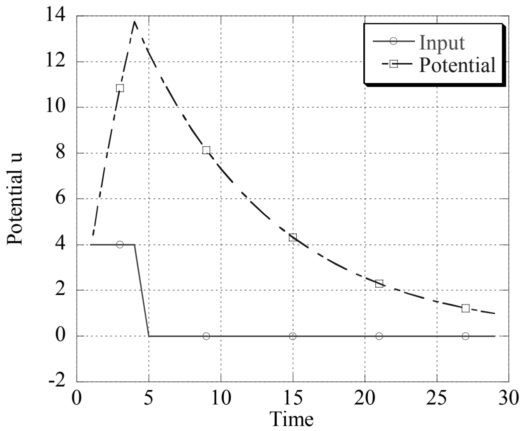

Fig.3 入力とポテンシャル

式(2)の第一項は，入力信号のポテンシャルに対する時間的加算性を示すものであり，第二項以降は空間的加算性を示すものである。また，εはポテンシャルの閾値である。**Fig.3** は 4 近傍から入力+1 が 4 ステップ続いたときのポテンシャルの変化である。**Fig.4** に示すようにポテンシャル u がその大きさにかかわらず，$u \geq 0$ のとき $S=1$ すなわち材料が出現し，$u<0$ のとき $S=0$ すなわち材料が消滅するとした。これは非線形性を意味する。入出力信号の二値性と上述の空間的加算性，時間的加算性，非線形性の 4 つの基本的性質を有する情報処理素子であることから，本論ではこのモデルをニューロンモデルと呼ぶ。

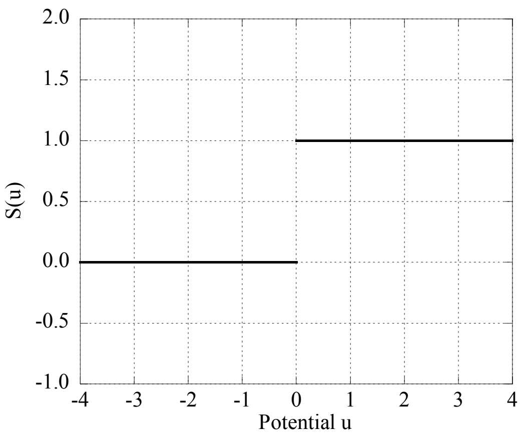

Fig.4 材料の出現と消滅を決定するステップ関数

4. 最小重量問題への応用

Fig.5 に示す 10m×24m の設計領域において壁面から 10m の点に 800N の荷重を支持する構造システムを上述のニューロンモデルによって生成することを考える。これは構造最適化問題としてよく取り上げられる二部材フレーム問題である。設計領域は 25×60 の正方格子で分割され、初期形状を **Fig.6**(a)のような片持ち梁とした。セルの出現と消滅の局所規則として本研究で提案するニューロンモデルを適用すると、ステップを重ねるごとにセルが出現して梁せいが増大し、やがて(c)のように一本の梁が枝分かれし、120 ステップで解析解として知られる(d)のような二部材フレーム構造となる。

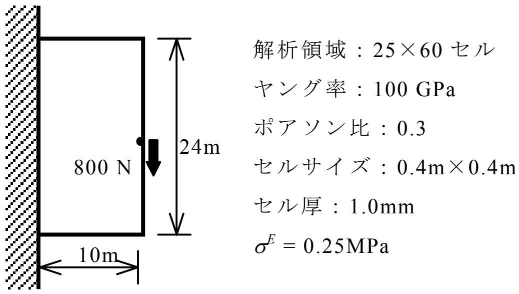

Fig.5 設計領域と荷重および支持条件

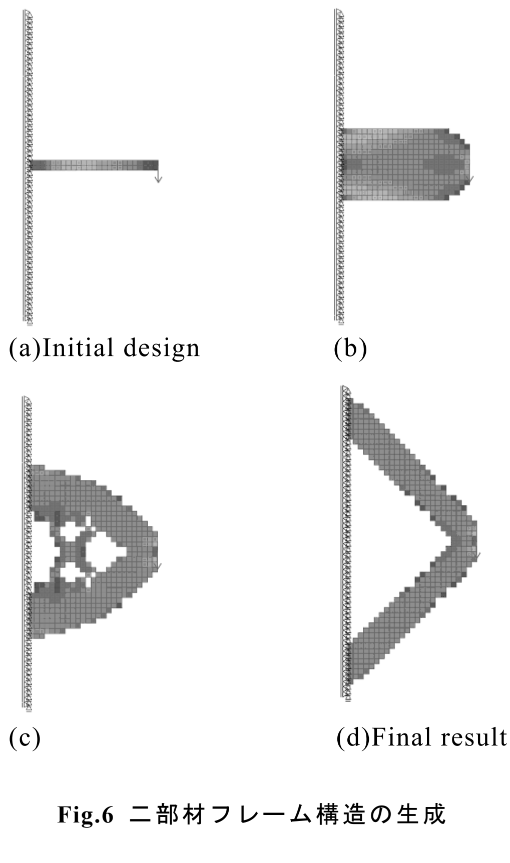

Fig.6 二部材フレーム構造の生成

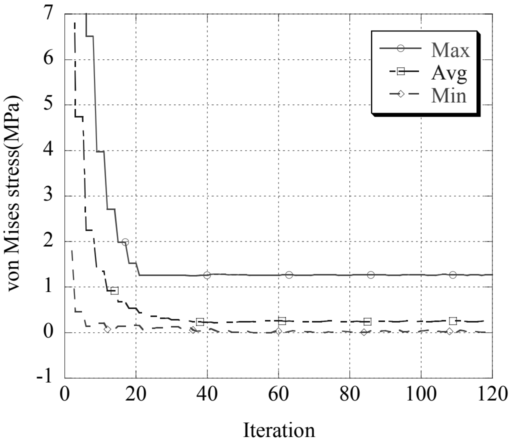

Fig.7 生成過程における相当応力の推移

Fig.7 は **Fig.6** の生成過程における相当応力の推移である。本研究で用いるセルの出現と消滅に関する局所規則が、応力の集中する荷重点などは別として、各セルの応力を均衡化し、その平均値を、設定した目標応力値σ^E近傍に誘導する働きをもつことがわかる。

5. 変位制約のある問題への応用

Fig.8 に示す片持ち梁を変位制約のある構造の最適設計問題の一例として取り上げる。平面応力状態にあるとして、設計領域を 80×50 の 4 節点平面応力要素で均等に分割する。板厚は 1mm で、ヤング率は 207GPa、ポアソン比は 0.3 であると仮定する。梁の左端は固定され、右端中央に 3000N の荷重が作用する。この荷重点における鉛直方向変位が 1mm 以下で、体積が 5000mm^3 以下となる構造形態を探索する問題である。この場合にはコンプライアンスを制御パラメータとして採用できる。要素平均コンプライアンスα_iの目標値を 1.2Nmm と設定した。

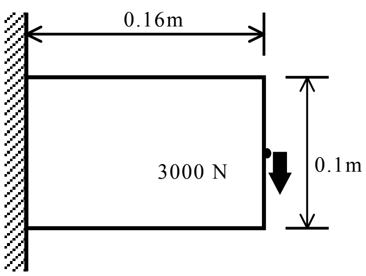

Fig.8 設計領域と荷重および支持条件

初期形状として、荷重を左端に伝達する任意形状の中から **Fig.9**(a)に示すように荷重点と支持点を結ぶ直線梁を選択した。**Fig.9**(b)は途中形状であり、**Fig.9**(c)は最終的に得られた形状である。

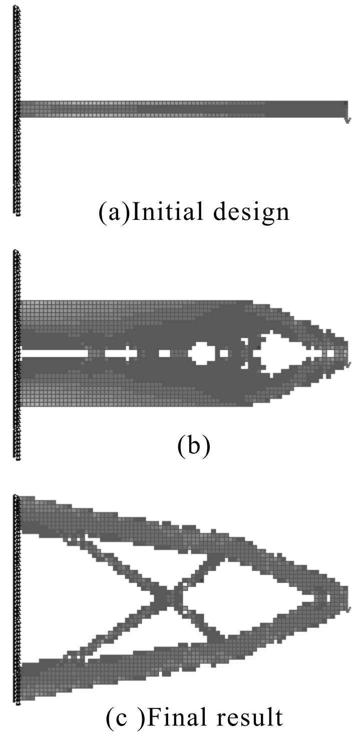

Fig.9 変位制約のある片持ち梁構造の生成

6. まとめ

セルの出現と消滅に関する単純な局所規則をニューロンモデルを用いて定義することによって、構造が自律的に発生するという自己組織化のもつ本質的な能力を検証することができた。また、この手法を構造システムの形態生成に適用し、形状最適化問題に対する有効性を示すことができた。非常に単純なアルゴリズムをもつ本手法はここに示した最小重量問題や変位制約のある問題のみならず、振動数に関する最適化問題にも応用することが可能である。

7. 参考文献

1)三井和男他：計算工学講演論文集, Vol.5, pp.85-86, 2000
2)三井和男他：日本応用数理学会2000年度講演予稿集, pp.90-91, 2000