

質量保存則を有する非同期セルオートマトンの空間パターン形成と 遺伝的アルゴリズムによる探索

鈴木 知明

セルオートマトン (CA) は様々な複雑な現象、特に空間パターンの自発的生成の数理モデルとして重要である。しかしながら、通常の CA では、同期更新性や非質量保存性のために実際の自然現象のダイナミクスとの整合性が低い。そこで本公演では、非同期で質量保存される新しいタイプの 2 次元 CA を提案する。このタイプの CA は実際の現象との整合性が高いとともに、質量保存という拘束条件があるため、遺伝的アルゴリズムを用いてルールを探索しやすい。本 CA は自然界の巨視的パターンと微視的な相互作用の関連を研究するのに有用である。

Spatial Pattern Formation of Asynchronous Cellular Automata with Mass Conservation and the Pattern Searching Using Genetic Algorithm

Tomoaki Suzudo

Cellular automata (CAs) are important as a mathematical model for exploring various complex phenomena, especially for spontaneous spatial pattern formations. However, because commonly-used CAs adopt the synchronous update style without mass conservation, their consistencies to natural phenomena are limited. This presentation focuses on a new type of CA that adopts the asynchronous update style with mass conservation. Because of the constraint of mass conservation, searching for requested rules is easily established by genetic algorithm. Thus, this CA is useful to investigate the relationship between global spatial patterns and microscopic interactions.

はじめに

生命現象など、自然界には様々な空間パターンが自発的に出現する。このような自己組織化される空間パターンの生成メカニズムを微視的な相互作用を集約しただけで理解することできない。

セルオートマトン(CA)は自己組織化による空間パターンを容易に作れるという性質を持つ。例えば、Game of Life[1]、Hodgepodge Machine[2]、Cyclic CA[3]などの CA が提案されている。また、CA の考案者の一人である von Neumann によって開始された自己複製 CA 研究[4]も広義で空間パターンの研究といえる。また、Langton[5]が考案した Loop と呼ばれる自己複製 CA はセル空間

上に四角い輪を徐々に複製していく興味深いものである。このようなことから、CA は空間パターン生成現象の数理モデルとして注目されてきた。

CA は通常、空間全体が一斉に更新されるいわゆる同期更新型である。しかしながら、一般に、自然にはそのような仕組みは備わっていない。ところが、上で紹介した CA が作る空間パターンはこの同期性なしには存在し得ない。さらに一般に CA には保存則が存在しないが、化学系などの微視的な系を想定しているのであればエネルギー、運動量、質量は保存されるべきである。

このようなことから、CA から同期性をなくし、保存則を適用すればより自然に近

い空間パターン生成現象の数理モデルが得られると期待できる。以下では、このような研究の第一段階として、質量保存則をもった非同期 CA クラスを提案し、空間パターンを生成する CA を遺伝的アルゴリズム GA によって探索する。

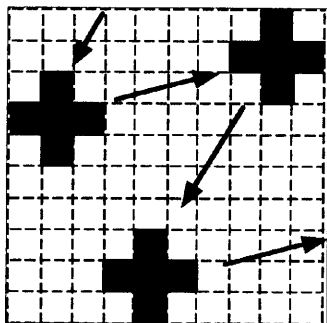


図 1 : 非同期質量保存 CA の仕組み

非同期質量保存 CA

本報告で扱う 2 次元 CA は、正方格子状の空間に定義されるもので、それぞれのセル 0 または 1 のどちらかの状態を持つ。ここで、0 は空孔、1 は何らかの粒子 1 個によって占有されているとみなす。

質量保存則とは、具体的には、状態 1 のセル数が CA の時間発展によって変化しないことを意味する。これを実現するため、パーティションニングと呼ばれるテクニックを用いた。これはセル空間の中に少数個の部分空間を作りその中で粒子の位置を変更する方法である。(この部分空間を“近傍”と呼ぶことにする。) この時、予め定義しておいた“ルール”が使われることになる。ルールは、近傍の中の粒子がどのような配置なら、次の時刻にどのように配置換えするという“遷移則”を集約したものである。部分空間に含まれるセル数が N であればこの遷移則の数は 2^N 個になる。

さて、このようなパーティションニングを採用した CA において非同期 CA を実現するには、近傍の位置をランダムに変化させて、その度にその近傍の状態を更新していけばよい。

本報告では近傍として 1 つのセルとそれに直接隣接する 4 つのセルによって構成される von Neumann 近傍を採用した。この場合、CA は図 1 のように更新する近傍を変化させる。ちなみに、セル空間の境界では周期的境界条件を採用した。これにより、セル空間の上端が下端に、左端が右端にそれぞれつながる。

ところで、通常の CA ではセル空間全体が一斉に更新されるが、上記の CA の場合には 1 度に更新されるのは 5 個のみである。よって従来の CA との整合性を保つため、1 離散時間は $(x_{\max}y_{\max})/5$ 回の更新とする。これにより、平均的に 1 離散時間に 1 度セルの状態が更新されることになる。

また、状態 1 のセル数を全セル数 $x_{\max}y_{\max}$ で割った値はこの CA では保存されることになりこれを密度と呼ぶことにする。密度は初期条件として与えられる。

パターン形成の指標

パターンが形成されたかどうかは以下で定義する空間エントロピーで客観的に判断する。まず、セル空間の中の 2×2 の 4 個の近傍を考える。各セルの状態は 0 または 1 であるから、その近傍全体が取りうるパターンの数は 16 である。このとき空間エントロピーはシャノンエントロピーを使って

$$H_s(\tau) = - \sum_k P_s^k(\tau) \log(P_s^k(\tau))$$

と定義する。ここで $H_s(\tau)$ は時刻 τ に置けるセル空間全体の空間エントロピーを表す。また、 $P_s^k(\tau)$ は 2×2 の近傍においてある特定のパターン k が現れる確率である。 k は

上記のように 16 種類存在する。上式において対数の底を 16 に選んだのは空間エントロピー $H_s(\tau)$ が $[0, 1]$ で定義されるようにするためである。ちなみに、 $H_s(\tau)=0$ では空間全体が一様になり、 $H_s(\tau)=1$ では 16 種類すべてのパターンが同じ確率で現れる。

パターン形成ルールの探索法

ここで議論する CA のルールは、その近傍数 N が 5 であるので、32 個の遷移則によって構成される。この遷移則は近傍パターンから近傍パターンへの写像となっている。この近傍パターンを 0 から 31 の整数に対応させれば、ルールは長さ 32 の整数の配列になる；以下ではこれを $T[i]$ とする。ここで $i=0,1,2,\dots,31$ は遷移則の入力側に与えられたインデックスであり、遷移則の出力 $T[i]$ は 0 から 31 までのある整数である。 $T[i]$ の値は異なった i に対して一致しても良い。質量保存を適用すると、一つの入力に対して可能な出力の数が制限されることになり、全体として約 10^{14} 個のルールが作れる。

良く知られているように、CA においては 1 つの遷移則の変化がそのダイナミクスを、よって空間エントロピーも大きく変化させてしまうことがある。不連続性の存在する関係を最速降下法などの古典的な方法によって最適化することは困難であり、このような場合に有効なのが遺伝的アルゴリズムである。ここで我々は $H_s(\tau)$ が最小化されるような $T[i]$ を、遺伝的アルゴリズムを用いて探索していくことを考える。

適応度は以下のようなものを選んだ。

$$F = \left\{ \frac{1}{H_s(t_c) - H_s^0} \right\}^2 t_c^2$$

ここに、 H_s^0 は最小化の目標値である。また、 t_c は全セル数の半数の粒子がセル空間に全くランダムに配置された状態から CA

が開始された場合に（すなわち密度 0.5 の場合に）、 $H_s(t)$ がほぼ定常になるまでの時間である。 t_c^2 を乗じたのはこれにより最適化の速度が上がるのが経験的に明らかになったからである。以下に、最適化の手順を示す。

- (1) M (M は正の偶数) 個の任意の質量保存のルールが選択され、
- (2) それらすべてのルールについて CA を実行し、そのうち 1 つでも終了基準を満たしているものがあればそのルールをセーブしてプログラムを終了する。そうでない場合には(3)に進む。
- (3) すべての CA の適応度を計算する。
- (4) 適応度に比例した確率でその中から新たに M 個のルールを選択し 2 ルールずつのペアにする。する。このとき、同じルールが重なった選択されても良い。
- (5) それぞれのペアについて確率 P_c で一箇所交差させる。
- (6) (5) でできた M 個のルールのすべての遷移則を確率 P_m で突然変異を起こさせる。このとき新しい遷移則においても質量保存則は満たされる。また、また同じ遷移則が選択されることを妨げない。
- (7) (2) に戻る。

ここで終了条件は、 $H_s(t_c) < H_s^0$ とした。また、実際の計算で採用したパラメータは $H_s^0=0.6$ 、 $M=10$ 、 $P_c=0.05$ 、 $P_m=0.005$ である。これらのパラメータは十分に調整された値ではなく、場合によってはより効果的なすなわち最適化が速い組み合わせが存在すると思われる。

結果と考察

上記の手続きでルール探索を行った結果、

すべての場合について終了条件を満たすルールが発見できた。これらの CA を実行すると、大まかに(a)チェッカーボード、(b)凝集、(c)ストライプの3つのパターンに選別できることがわかった (図 2)。

非同期 CA の先駆的研究は Ingerson and Buvel[6]の一次元 CA を用いたものが良く知られている。このとき彼らは、非同期 CA の空間パターン形成研究の1つとして規則的アレイまたは“結晶”が考えられると述べている。これは、一つには Game of Life で見られるようなグライダーなどは同期更新の“偶然の産物”であることを裏付けている。また、同期 CA のように予め与えられた“待ち合わせ”の仕組みがないため、空間パターンを形成するには、パターンを形成する粒子がある程度長い間別の粒子を待っている結晶成長のような静的なものにならざるをえない。

ここで得られたチェッカーボードやストライプのパターンは Ingerson and Buvel が得たパターンを2次元に拡張したものと考えることができる。

(b)の凝集は、規則的なパターンができるための前提条件として重要と考えられる。

上記のようにルール探索は密度 0.5 の場合に絞って行われたが、得られたルールをより低い密度で実行してもやはり凝集することがわかった。ただし、密度がある値を下回った場合には全く凝集しなくなり、凝集するための臨界密度が存在することがわかった。

以上、遺伝的アルゴリズムによってパターン形成 CA が探索できることを実証した。今後はより複雑なパターン生成を目指していく。

参考文献

- [1] Gardner, M., Sci. Amer. 223 October, 123(1970).
- [2] Dewdney, A. K., Sci. Amer. August 86(1988).
- [3] Dewdney, A. K., Sci. Amer. August 102(1989).
- [4] von Neumann, J., Theory of Self-reproducing automata, Urbana, Illinois: University of Illinois Press (1966).
- [5] Langton, C. G., Physica D 10, 135(1984).
- [6] Ingerson T. E. and Buvel, R. L., Physica D 10, 59(1984).

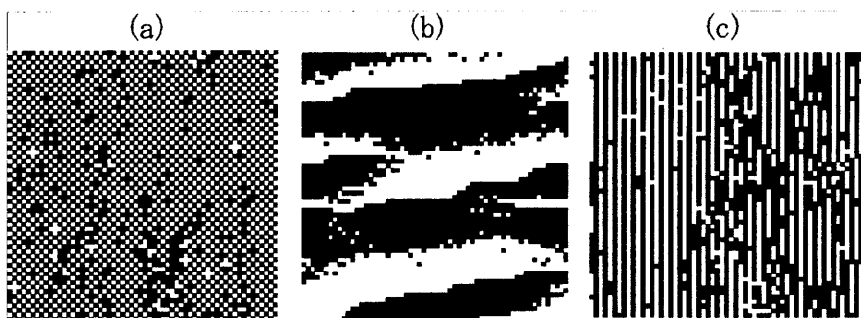


図 2 : 最適化で見つけられた CA のスナップショット