

冗長性を考慮したトレードオフ生成ネットワーク

安田 晃久¹ 大橋 弘忠¹ 陳 昱²

Barabási らによるスケールフリーネットワークは Self-Organized Criticality (SOC) に端を発し、優先結合とネットワークの成長という原理に基づいていた。しかし、それとは異なる“利益とリスクのトレードオフ”によってもベキ乗則が見られるということを示した Highly Optimized Tolerance (HOT) というモデルがある。このトレードオフという考え方をネットワークに適用したトレードオフ生成ネットワークにおいて、本研究ではタンパク質相互作用ネットワークのような生体ネットワークに見られる構造を持たせ、冗長性を高めるよう拡張を試みた。また、その変化がどれくらいネットワークに反映されているかを確認するため、Susceptible-Infected-Susceptible (SIS) モデルを用いた。

Trade-Off Network Model Considering Redundancy

Akihisa Yasuda¹, Hirotada Ohashi¹ and Yu Chen²

Scale-free network represented by Barabási et al. originates Self-Organized Criticality (SOC) and is generated by both preferential attachment and growth of network. It is asserted that scale-free network has a universality that link frequency follows a power law distribution, however, there is other which has similar property and different principle, trade-off between yield of resources and risks; Highly Optimized Tolerance (HOT). For the trade-off network which is applied above principle to a network, we made an attempt to make it more robust with configuration which is found out in biological networks like the protein interaction network, and used the Susceptible-Infected-Susceptible (SIS) model for confirming the effect of the change.

1. 緒言

近年、相互作用する複雑な系を構成要素間の結合状況、つまり“ネットワーク”として捉えるという考え方に注目が集まっている。これまでのネットワーク研究では、ネットワークをノードとリンクで表すグラフ理論を用いることによって、Erdős と Renyi によるランダムネットワークモデル、Watts と Strogatz によるスモールワールドネットワークモデルなどが提案されてきた。しかし、これらの研究で得られた結果からは、ネットワークの繋がりを考えた際に最も重要となるハブの存在やベキ乗則を表すことができなかった。

こうした流れを受け、Barabási と Albert は WWW を例に取り、ベキ乗則を説明する原理としてスケールフリーネットワーク[2]を提唱した。スケールフリーネットワークでは、ノードが追加されていくことによる“ネットワークの成長”と、リンク数をより

多く持つノードの方がより繋がりが易いという“優先結合”によってネットワークが生成されていくことを表している。このモデルによって、グラフ理論を用いたネットワークからベキ乗則が現れることが示された結果、ネットワークが複雑な系に関する研究として広く認知されるようになった。

スケールフリーネットワークは Self-Organized Criticality (SOC) [5]に起因しているが、全てのネットワークが臨界状態にあるとは考え難く、他の原理によってネットワークが生成されるということも十分に考えられる。こうした考えから、Highly Optimized Tolerance (HOT) [1]、更にはそれをネットワークに適用したトレードオフ生成ネットワーク[4]というモデルが示されてきた。本研究ではこのトレードオフ生成ネットワークを基に、冗長性の高いネットワークが生み出される原理について考察した。

2. ネットワークモデル

2.1 SOC と HOT ベキ乗則に関する普遍的な仕組みとして Bak らが提唱している仮説が SOC である。これは、多数の要素が相互作用しているような系は自ら臨界状態へ遷移し、それによってベキ乗則が示されることを表している。スケールフリーネットワークも大きな枠組みで考えると SOC の範疇に入ると考

¹ 東京大学大学院 工学系研究科 システム量子工学専攻
Department of Quantum Engineering and Systems Science,
Graduate School of Engineering, The University of Tokyo

² 東京大学大学院 情報学環・学際情報学府
Interfaculty Initiative in Information Studies, Graduate School of
Interdisciplinary Information Studies, The University of Tokyo

えられる。

SOC が自己組織化のみによって複雑な系の全てを説明しようとしているのに対し、現実世界において臨界状態は特殊なケースであり、非一様でモジュール的である複雑な系の、“robust yet fragile” な特性を表現するために Carlson と Doyle が提唱している仮説が HOT である。HOT では、ベキ乗則は臨界状態に起因するのではなく、利益とリスクに関して高度に最適化・デザインされたシステム下でのトレードオフによって発揮される、ということを表している。

2.2 トレードオフ生成ネットワーク HOT によって示されたトレードオフという考え方に端を発するトレードオフ生成ネットワークモデルでは、リンクを1つ持ったノードが次々に繋がってネットワークが形成されていく際に、コミュニケーションスピードと物理的な距離の2つをトレードオフとして考慮している。具体的には、新規接続ノード i は、ネットワークに追加された最初のノードを中心ノードとした時の、既存のノード j から中心ノードに辿り着くためのホップ数 h_j と、ノード j に対するノード i とのユークリッド距離 r_{ij} とを足し合わせた値

$$f_1 = \alpha \cdot r_{ij} + h_j \quad (1)$$

を最小とするようなノード j と連結される。ここで α はコントロールパラメータである。

α を変化させていくと、 $\alpha < 1/\sqrt{2}$ となる時にはホップ数が重視され、中心ノードにリンクが集中するスター型のネットワークに、また $\alpha > \sqrt{n}$ (n はノード数) となる時にはユークリッド距離が重視され、指数関数的なネットワークとなる。 α がこの間にある時にはベキ乗則を示す。この時に示される累積次数分布とネットワークをそれぞれ図 1 3a に示した。ここではノード数 $n=1000$ 、 $\alpha=4$ とした。また、図 1 において k はリンク数を、 $P(k)$ はその頻度を表している。なお、図 3 において、リンク数を 10 以上持つノードとそのノード間のリンクを強調表示した。

2.3 拡張モデル トレードオフ生成ネットワークより得られた結果を見ると、ハブ(中心ノード)とハブが繋がりがやすい傾向にあることがわかった。このような場合、ハブに外乱が加えられるとハブ同士を伝播してネットワーク中に影響が広がってしまうため、耐性が発揮されなくなってしまう。ここでいう耐性とは、例えば突然変異のような揺らぎがネットワークに生じた時に、それに対してどれだけ冗長的

であるか、ということを示している。実際、揺らぎに対して高い耐性を誇ると考えられるタンパク質相互作用ネットワークや転写制御ネットワークでは、ハブとハブ同士が直接繋がりにくい構造となっていることが報告されている[3]。

そこで本研究ではこの点に着目し、ハブ同士が繋がりにくい構造を持つネットワークとその特性を調べるため、トレードオフ生成ネットワークモデルに拡張を加えることを考えた。この拡張モデルではハブ同士を繋がりにくくするように、新規ノードがネットワークに接続する際にリンク数を考慮する、というネットワークモデルを考え、式(1)に各ノードのリンク数の項 k_j を追加した。これにより、このモデルでは新規接続ノード i は

$$f_3 = \alpha \cdot \frac{r_{ij}}{r_{ij\max}} + \beta \cdot \frac{h'_j}{h'_{j\max}} + \gamma \cdot \frac{k_j}{k_{j\max}} \quad (2)$$

を最小とするようなノード j と連結される。こ

こで h'_j を中心ノードから数えたネットワーク距離ではなく、他のノードからの平均ホップ数としたが、これは中心ノードからのネットワーク距離としたままの場合、ネットワークのコミュニケーションスピードが中心ノードに依存し、リンクが集中してしまうからである。 $r_{ij\max}$ 、 $h'_{j\max}$ 、 $k_{j\max}$ はそれぞれ各タイムステップにおけるネットワーク中の最大値を表している。また、 α 、 β 、 γ は 0 ~ 1 の値を取り、 $\alpha + \beta + \gamma = 1$ を満たすコントロールパラメータである。

この拡張モデルに対してノード数 $n=1000$ とし、コントロールパラメータ α 、 β 、 γ を変化させると、 α の割合が大きい時のネットワークはランダム性が高く、 β の割合が大きい時のネットワークは中心ノードにリンクが集中するスター型となり、 γ の割合が大きい時のネットワークは同程度のリンク数を持つノードが多く、ネットワークにとって最も重要であるハブが無くなってしまふ。そこで、 γ の割合を低く保ちながら α と β の割合を変化させると累積次数分布がベキ乗則を示すことが確認された。この例を図 2 に示す。また、図 3b に示したこの時のネットワーク形態を図 3a と比較すると、ハブ同士が繋がりにくいという構造にはならなかったものの、連結時のノード数を考慮した結果、ハブはネットワーク中に分散するということが分かった。

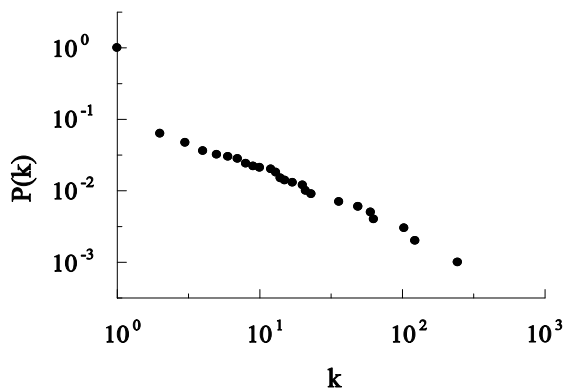


Fig. 1 トレードオフ生成ネットワークの累積次数分布
($\alpha=4$)

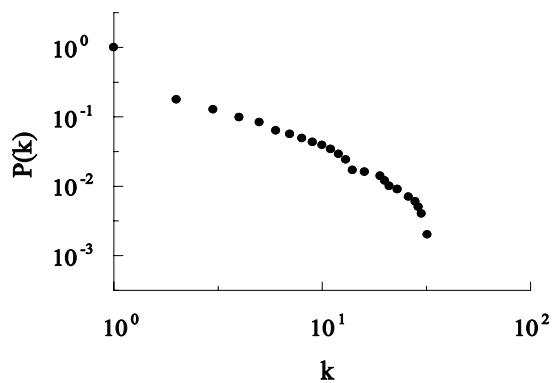


Fig 2 拡張モデルの累積次数分布
($\alpha=0.525$, $\beta=0.425$, $\gamma=0.05$)

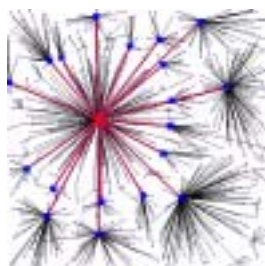


Fig. 3a トレードオフ生成
ネットワーク ($\alpha=4$)

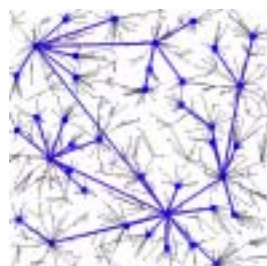


Fig 3b 拡張モデルのネット
ワーク ($\alpha=0.525$, $\beta=0.425$,
 $\gamma=0.05$)

3. 摂動における冗長性

ネットワークの冗長性を調べるため、各ネットワーク上で Susceptible-Infected-Susceptible (SIS) モデル[6, 7]を用いた感染ダイナミクスのシミュレーションを行った。なお、ここで用いたトレードオフ生成ネットワークは $\alpha=4$ 、拡張モデルは $\alpha=0.525$ 、 $\beta=0.425$ 、 $\gamma=0.05$ と、共に累積次数分布がベキ乗則を示す場合で比較を行った。

この SIS モデルでは全ノードを非感染状態にしておき、ランダムに 1 つ選んだノードを感染状態とすることでネットワーク中にその感染が広がっていくのだが、その広がり方については、各タイムステップ毎に感染ノード中からノードを 1 つランダムに選択し、そのノードとリンクで繋がっているノードがもし非感染ノードの場合は確率 ν で感染し、感染ノードの場合は確率 δ で非感染ノードに戻る、となっている。

この ν と δ をそれぞれ 0.1 ~ 1 まで変化させた時のシミュレーション結果を図 4 ~ 7 に示した。ここで横軸は時間 t 、縦軸は感染ノード数 $n_i(t)$ を表しているのだが、この感染ノード数を時間 t の関数とするため

$$t \rightarrow t + \frac{t_0}{n_i(t)} \quad (3)$$

とし、単位時間 t_0 に関しては感染ノードがその隣接ノードと接触するのに必要とする時間なので、 $t_0=1$ とした。

図 4, 5, 6 より、時間発展による感染ノード数に各ネットワーク間で大きな違いは見られなかったが、その感染スピードについては差異が見られ、拡張モデル、トレードオフ生成ネットワーク、スケールフリーネットワークの順に感染が遅いということがわかった。ここで、各ノード間の最短経路長を全ノードに渡って平均化した平均最短経路長 L の平均値を各ネットワークで比較してみると、スケールフリーネットワークでは $L=3.65$ 、トレードオフ生成ネットワークでは $L=3.64$ 、拡張モデルでは $L=5.33$ と、拡張モデルの場合が最も大きくなることより、経路長が伝播スピードへ与える影響を示唆しているが、スケールフリーネットワークとトレードオフ生成ネットワークとでは伝播スピードが異なることから、その影響がより構造的な部分からも与えられていると考えることができる。

また図 7 を見ると、スケールフリーネットワークは定常状態に落ち着いた後の変化はないが、トレードオフ生成ネットワークは激しい振動を生じている。これは、トレードオフ生成ネットワークの場合、ネットワークが中心ノードを基点としているため、その影響がネットワーク中にダイレクトに伝わっているからだと考えられる。これに比べ、拡張モデルの方は同様に振動してはいるものの、ハブが分散化している影響からその振幅はかなり小さく、冗長度が増していることが分かった。

4. 結言

本研究ではトレードオフ生成ネットワークにおいて、新規接続ノードがネットワークと繋がる際にノード数を考慮するという拡張モデルを提案し、その効果がどのように現れるのかを SIS モデルを用いて調べた。その結果、生体ネットワークで見られるようなハブ同士が繋がりにくいという構造は拡張モデルからは見られなかったものの、SIS モデルの感染ダイナミクスより得られた結果から、拡張モデルはスケールフリーネットワークや元のトレードオフ生成ネットワークよりも感染スピードが遅くなるということが確認された。これより、耐性という点からは、スケールフリーネットワークにおける優先結合のようにリンク数が多いノードが常に優位であるという考え方のみが正しいのではなく、より高い耐性を必要とする系においては、一部でその逆のメカニズムが働くケースというのものもあるのではないかと推察される。つまり、ネットワークのトポロジー上においては、ノード数のなるべく少ないノードに接続するというメカニズムによる影響がシステムを感染から守るのに有効であり、仮に感染を遅らせることができれば、その感染部分を遮断することによってシステムを最小限の被害で守ることができるのではないかと考えられる。

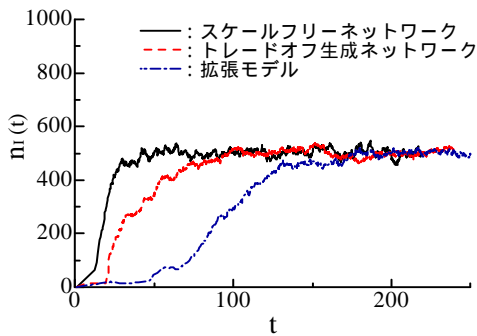


Fig. 4 感染ノード数の比較 ($\nu=0.1$, $\delta=0.1$)

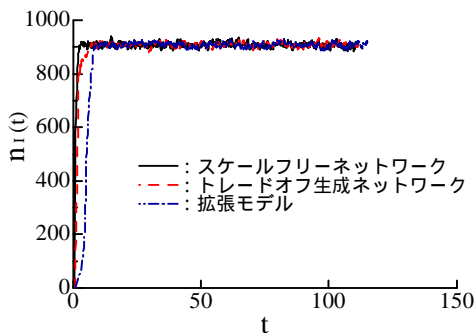


Fig. 5 感染ノード数の比較 ($\nu=1$, $\delta=0.1$)

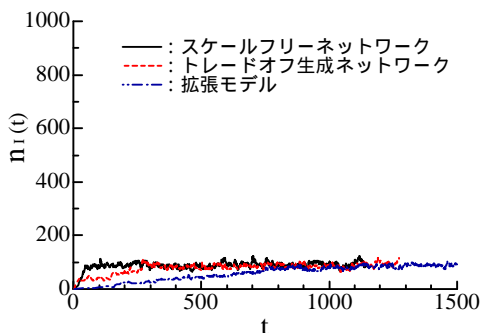


Fig. 6 感染ノード数の比較 ($\nu=0.1$, $\delta=1$)

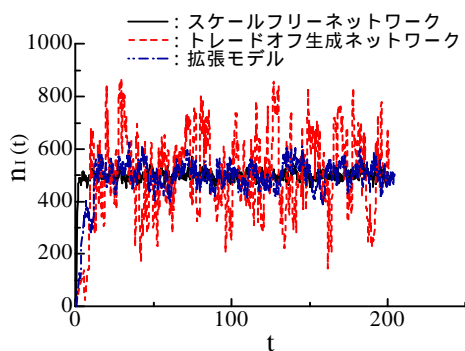


Fig. 7 感染ノード数の比較 ($\nu=1$, $\delta=1$)

- [1] J. M. Carlson, J. Doyle, Phys. Rev. E, **60**, 1412 (1999).
- [2] A. L. Barabási, R. Albert, Science **286**, 509 (1999).
- [3] S. Maslov, K. Sneppen, Science **296**, 910 (2002).
- [4] A. Fabrikant, E. Koutsoupias, and C. Papadimitriou. Heuristically Optimized Trade-offs: A new paradigm for power laws in the Internet. ICALP 2002. pp. 110-122. (2002).
- [5] Per Bak, how nature works, Springer-Verlag New York, Inc. (1996).
- [6] Damián H. Zanette, Phys. Rev. E, **65**, 041908 (2002).
- [7] Romualdo Pastor-Satorras, Alessandro Vespignani, Phys. Rev. Lett. **86**, 3200 (2001).