

## 首都圏・鉄道ネットワークの負荷依存特性

橋本康弘, 正岡隆史, 陳昱, 大橋弘忠†

電力網や鉄道網、インターネットのように、広域に分散し相互接続する人、資源、情報、エネルギーを結ぶネットワーク構造は社会の基盤であり、そのトランスを維持するための工学的フレームワークを作り上げていくことは重要な課題である。本研究は首都圏の鉄道網が持つネットワークトポロジーを調査し、各駅の利用者人口のデータを元に各区間に加わる負荷を算出する。そして一部の区間で発生した障害の影響が他の区間にどの程度の負荷の増減となって現れるかを区間同士の負荷の相関として定量化し、数値シミュレーションによって明らかにするとともに、その統計量の機能的意味を考察する。

### Load dependency on a railway network: In the Tokyo metropolitan area

Yasuhiro Hashimoto, Takafumi Masaoka, Yu Chen, and Hirotsada Ohashi†

As typified by power grids, railways and the Internet, network structures connecting people, resources, information and energy are fundamental infrastructures of our highly-developed society, and it is necessary to establish the engineering methodology for enhancing the tolerance of such systems. We investigate the network topology of railway systems in the Tokyo metropolitan area, and quantify how local failure affects other parts of the network as a transition of the load, which characterizes the transport dynamics on a network.

#### 1 はじめに

2003年8月に発生した北米の大停電は米国とカナダに大きな経済的被害をもたらし、その原因究明も長期化の様相を見せている。障害が人為的ミスによるものか、あるいはシステムの本質的な欠陥に由来するものかは議論が待たれる点だが、被害の拡大原因が現象論的には電力輸送ネットワークのルーティング機構にあることは明らかである。

通常一部の電力輸送経路で障害が発生した場合、電力の恒常的な供給を維持するために他の経路が代替として用いられる。すると代替に利用された経路の負荷が一時的に増大し、場合によっては過負荷状態となり、新たな障害が発生する。この過負荷と障害の連鎖がネットワーク全体に波及したとき、システム全体は深刻な機能停止に陥ることになる<sup>[1]</sup>。このような一部の経路の破綻によって他の経路の負荷が増大する現象は輸送ネットワークを基盤とするシステムに頻繁に見ることができる。パケットを輸送するインターネット、乗客を輸送する鉄道網はその一例である。

広域に分散し相互接続する人、資源、情報、エネルギーを結ぶネットワーク構造は社会の基盤であり、そのトランスを維持することは重要な課題である。そのためには、ネットワークとして機能するシステムの一部の障害が全体に波及する際の深刻さや予測不可能性を認識し、それを議論の俎上に乗せていくための工学的フレームワークを作り上げていく必要がある<sup>[2]</sup>。システムが持つ機能とその背後にあるネットワークトポロジーを関連付ける有用な統計量を見

出し、システムの振る舞いを支配する構造を定量化していくことは、議論を深めるための有効なアプローチであると考えられる。

本研究では首都圏の鉄道ネットワークのトポロジーを詳細に調査し、各駅の利用者人口から各区間に加わる負荷を算出する。そして一部の区間で発生した障害の影響が他の区間にどの程度の負荷の増減となって現れるかを区間同士の負荷の相関として定量化し、数値シミュレーションによって明らかにするとともに、その統計量の機能的意味を考察する。

第2節では首都圏の鉄道ネットワークを再現する方法を概説し、負荷の定義を行う。第3節では実際のデータからネットワークのトポロジーを求め、乗客の輸送に関するシミュレーションを行う。第4節では結論を述べる。

#### 2 準備

##### 2.1 ネットワークの構築

ネットワークとはノードとそれを連結するエッジによって構成された大域的な構造である。鉄道ネットワークはノードが駅、エッジが区間に相当する重み付き・無向グラフと考えることができる。つまりエッジの重みは区間の移動に要する時間、エッジの方向は乗客の移動方向に対応する。通常乗客はエッジに沿って上下どちらの方向にも移動できるから無向グラフである。

本研究では首都圏の鉄道ネットワークを再現するために、運輸政策研究機構発行の“平成12年大都市交通センサス 首都圏報告書”に記載された駅をノードとして用いた。実際には駅間の所要時間のデータを収集できなかった一部の駅については除外したので、正確には104路線・1632駅をノードとして用いた。例えば東はJR総武本線の成東駅から、西はJR

† 東京大学

The University of Tokyo

表 1: JR 中央本線 新宿駅の接続例

区間	接続駅
JR 中央本線	JR 中央本線 代々木
JR 中央本線	JR 中央本線 大久保
乗換え	JR 山手線 新宿
乗換え	JR 総武線各停 新宿
乗換え	JR 埼京線 新宿
乗換え	営団地下鉄 新宿
乗換え	小田急電鉄 新宿
乗換え	京王電鉄 新宿

代々木駅と大久保駅はセンスに依り接続、その他の駅は代表点の距離をもとに乗換え可能な駅として接続。都営地下鉄新宿駅への接続が含まれていないのはこの場合誤りではない。JR 中央本線 新宿駅と都営地下鉄新宿駅の代表点の距離が遠いために乗換え可能区間とみなされないためである。

中央本線の大月駅まで、北は東武日光線の新栃木駅から、南は京急久里浜線の三崎口駅までのエリアをカバーしている。

次に各路線に対して隣接する駅同士を接続し、別途収集した区間所要時間のデータをエッジの重みとして与えた。さらに別途収集した各駅の座標（代表点の緯度経度）から駅間の距離を計算し、300m 以内にある 2 駅は乗り換えが可能な駅として両者を接続した（表 1）。乗換え区間の所要時間は一律 5 分とした。その結果、一般的な乗車区間と乗換え区間を合わせた区間総数は 2204 となった。つまり首都圏鉄道ネットワークとはノード数 1632、エッジ数 2204 のスパースな重み付き・無向グラフである（図 1）。

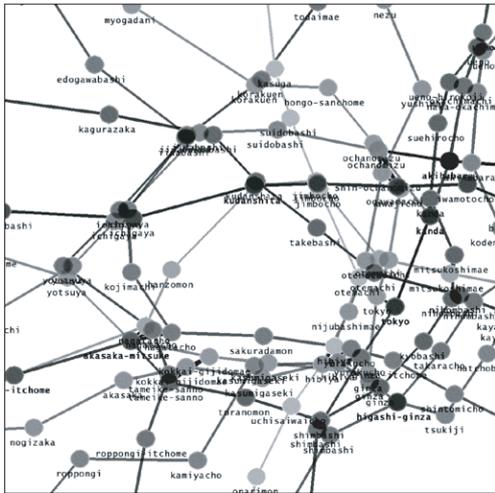


図 1: 首都圏・鉄道ネットワーク（皇居周辺の拡大図）

が駅を表し、 同士を結び直線が区間を表す。グレースケールは路線ごとの色分けを表しているが特別な意味はない。

## 2.2 負荷の定義

いま各ノードが単位情報量（パケット）を送信し、パケットは最短経路\*を通して他のすべてのノード

\* この場合の最短経路とは通過するエッジの累積重みが最も小さい経路、つまり所要時間の最も小さい経路を指すものとする。

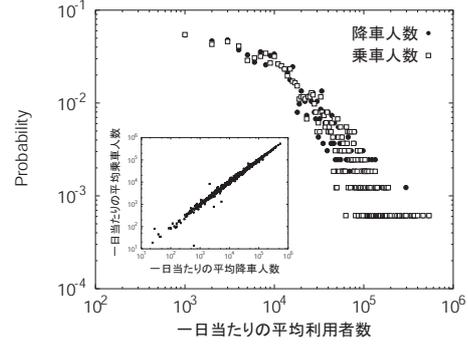


図 2: 各駅の一日当たりの平均利用者数

が一日当たりの平均降車人数、 が乗車人数の分布を表す。乗降人数はべき乗則に従って分布しており、平均値が意味を持たない様子がわかる。小枠の図は横軸に降車人数、縦軸に乗車人数をとったもので、一つのプロットが一つの駅に相当する。乗降人数に強い正の相関があるのは、多くのケースにおいて利用者は最初に乗車した駅に戻ってきて（例えば通勤・帰宅）降車するためである。

に運ばれると仮定する。また最短経路が複数ある場合には分岐点でパケットは等分割され、各々の経路を流れるものと仮定する。このとき、各ノードとエッジを流れたパケットの総量が各コンポーネントに加わる負荷と定義される。これは社会学の分野で Betweenness Centrality (BC) と呼ばれる概念とほぼ等価である [3]。

しかし、駅間の人員の輸送を考えたとき、一般に駅ごとに利用者数は大きく異なり、その差がもたらす負荷の見積もりへの影響は無視できない。もし負荷の分布が正規分布のように平均値の周辺に集まるような形であれば、平均値を代表値として用いることは可能かもしれないが、実際は各駅の利用者数は図 2 に示すような裾野の広いべき乗則に従い分布している、平均値を使うのは妥当ではない。結局、負荷の見積もりを実際に即して行うには駅ごとの利用者数の違いをダイレクトに計算に反映させる必要がある。

ここでは 2 つの駅間の輸送量は出発駅の乗車人数と到着駅の降車人数に比例するという単純な関係を仮定し、

$$\tau_{ij} = s_i r_j / R, \quad R = \sum_j r_j$$

という拘束条件を用いることにした。 $s_i$  は駅  $i$  の乗車人数、 $r_i$  は降車人数、 $\tau_{ij}$  は駅  $i$  から  $j$  へ輸送される人数を表す。ここで全降車人数  $R$  と全乗車人数  $S (= \sum_i s_i)$  が等しい、つまり人員の輸送がネットワーク内で閉じていると仮定すれば、

$$\sum_i \tau_{ij} = \frac{r_j}{R} \sum_i s_i = r_j R / S = r_j$$

$$\sum_j \tau_{ij} = \frac{s_i}{R} \sum_j r_j = s_i R / R = s_i$$

という関係が得られ、これらの仮定は矛盾しない。

表 2: 駅に加わる負荷 (上位 5 駅)

駅	$\ell$
JR 東海道本線 品川	8,483,332
JR 東海道本線 川崎	8,097,447
JR 東海道本線 横浜	6,444,286
JR 東海道本線 新橋	6,368,508
JR 埼京線 新宿	5,181,661

表 3: 区間に加わる負荷 (上位 5 区間)

区間	$\ell$
JR 東海道本線 品川 ~ 川崎	8,164,786
JR 東海道本線 川崎 ~ 横浜	6,718,191
JR 東海道本線 新橋 ~ 品川	6,124,177
JR 総武線各駅停車 千葉 ~ 西千葉	5,867,860
JR 東海道本線 東京 ~ 新橋	5,220,548

言い換えれば、上で述べた条件は全ての駅から全ての駅への利用者数のみに依存する均質な輸送を考え、特定の駅間で行われる可能性のある特殊な輸送は考慮しないということである。例えば 2 つの駅  $ij$  が地理的に近接しているか離れているかによって、現実的には両駅間の輸送量  $\tau_{ij}$  に特定のバイアスが加わると予想できるが、ここではそのような効果を考慮に入れない。

利用者は常に最短所要時間の経路を通過して目的地へ移動するとする仮定と、前述した拘束条件に関わる仮定が本研究で負荷を計算する際の前提となる条件である。

### 3 シミュレーション

#### 3.1 負荷分布

負荷 ( $\ell$  と表記) の大きな上位 5 つの駅および区間を表 2、表 3 に示す。JR 東海道線の負荷が大きいのは周辺駅の利用者数が多いことも理由の一つだが、それ以上に一つの区間の足の長さ (物理的距離に比べた所要時間の短さ) が挙げられる。つまりここでは快速や急行といった駅を素早く通過するサービスを考慮していないため、足の長い区間に利用者が集中する傾向がある。各路線が提供するサービスを詳細に実装することによって実際に近づけることは可能である。

図 3 には各駅と区間に加わる負荷の確率分布を示す。負荷の値が  $10^6$  を境として 2 つのべき指数で特徴付けられる領域があることが観察できる。この 2 つの領域がどのような理由で存在するのかは明らかではないが、ネットワークポロジー自体の特徴によるものか、あるいは駅ごとの利用者数の偏りによるものかは検討を要する。利用者数を一律にして負荷を計算した場合と比較してみることは次の課題である。

#### 3.2 次数と負荷の関係

ノードに接続するエッジの数を次数と呼ぶ。図 4 に各駅の次数と負荷の相関図を示す。横軸が次数、縦軸が負荷を表し、一つのプロットが一つの駅に対応する。この結果から得られる相関係数は 0.368 であり、次数と負荷の間には線形の相関がほとんど見

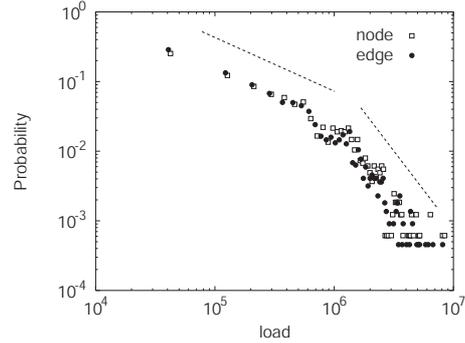


図 3: 駅と区間に加わる負荷の確率分布

が駅に加わる負荷の確率分布、が区間に加わる負荷の確率分布を表す。点線はガイドであり、両分布ともに  $10^6$  近辺を境として 2 つのべき指数で特徴付けられる領域があることが観察できる。

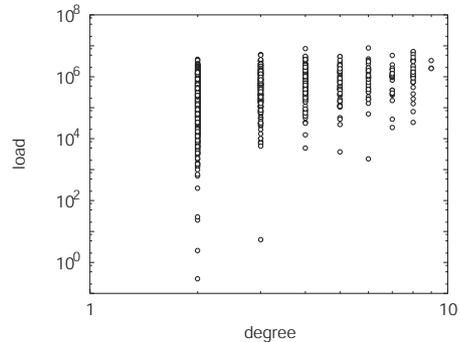


図 4: ノードの次数と負荷の関係

横軸が次数、縦軸が負荷を表し、一つのプロットが一つの駅に対応する。相関はほとんどないが、次数の高い駅ほど負荷の最低値は高くなる傾向にある。

られない。言い換えれば、乗換えを持たない次数の小さな駅でも大きな負荷が加わる駅が多く存在する。ただし次数の高い駅ほど負荷の最低値も高く、多くの乗換えが可能なターミナルとなる駅の中に負荷の小さな駅は存在しない。

#### 3.3 負荷同士の相関

区間  $i$  を切断した場合の区間  $j$  の負荷の変化  $\rho_j^{(i)}$  を

$$\rho_j^{(i)} = 100.0 \times \ell_j^{(i)} / \ell_j \quad (\%)$$

と定義する ( $\ell_j^{(i)}$  は  $i$  を切断後の  $j$  の負荷)。表 3 で最も負荷の高かった JR 東海道本線の品川 ~ 川崎間を切断した場合の負荷変化の上位 5 区間を表 4 に、下位 5 区間を表 5 に示す。これらの結果からは、品川 ~ 川崎間の障害が JR 横浜駅に極めて大きい負荷の増加、あるいは人の流れの変化となって現れること、JR 東海道本線の品川 ~ 横浜間で利用者が激減することが読み取れる。

この利用者の増減は区間  $i$  が区間  $j$  に対して担う役割によって特徴付けられる。つまり区間  $i$  が不通になることによって負荷の増大する区間は  $i$  に対して

表 4: JR 東海道本線・品川～川崎間が不通になった場合の負荷変化 (上位 5 区間)

区間	$\rho(\%)$
JR 京浜東北線 横浜 [乗換え] JR 横須賀線 横浜	13804
JR 横須賀線 横浜 [乗換え] 相模鉄道本線 横浜	10398
JR 横須賀線 横浜 [乗換え] 横浜市営地下鉄 横浜	5653
JR 横須賀線 横浜 [乗換え] 京浜急行本線 横浜	4603
JR 東海道本線 横浜 [乗換え] JR 横須賀線 横浜	1738

表 5: JR 東海道本線・品川～川崎間が不通になった場合の負荷変化 (下位 5 区間)

区間	$\rho(\%)$
JR 東海道本線 川崎 [乗換え] JR 南武線 川崎	4.9
JR 東海道本線 横浜 [乗換え] 相模鉄道本線 横浜	4.0
JR 東海道本線 横浜 [乗換え] JR 京浜東北線 横浜	3.8
JR 東海道本線 川崎 ~ JR 東海道本線 横浜	2.4
JR 東海道本線 品川 [乗換え] JR 山手線 品川	1.5

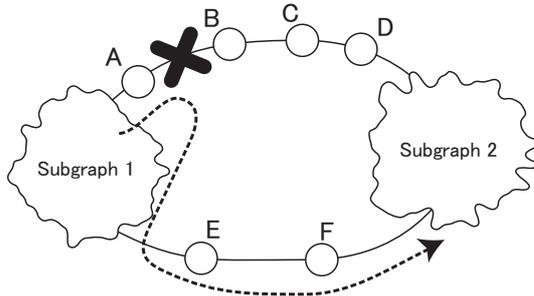


図 5: 区間同士の関係

図中 AB の区間が不通になった場合、一般的に区間 BC、CD の負荷は減少し、区間 EF の負荷は増加する。これは区間 AB 側の経路を通過していた輸送が区間 EF 側の経路にシフトするためである (点線矢印)。つまり AB と直列の配置にある区間 B~D は AB と同時に機能し、AB が機能しなくなった場合には同時に意味をなさなくなる。一方で並列の配置にある区間 EF は AB の代替として機能する。

並列的な役割を担っていると見え、一方で負荷の減少する区間は直列的な役割を担っていると考えることができる (図 5)。

同様に千代田線の根津～千駄木間を切断した場合についても調査を行った。この区間を選択した理由は、一つには平均的な負荷を持つ区間であること、もう一つには著者が普段よく利用する区間であることである。さて、いったいどの区間が根津～千駄木間に対して並列、あるいは直列の機能を担っているのか想像できるだろうか？ 結果は表 6、表 7 に示す。

根津～千駄木間に存在する負荷は先の品川～川崎間に比べてそれほど大きくないため (=1,083,386)、上位 10 区間に現れる負荷の増加も先の例ほど激しいものではない。しかし傾向としては北千住付近で日比谷線の負荷が増加し、日暮里駅と上野駅で人の流れが変化する様子を読み取ることができる。つまり根津～千駄木間に対して代替的な機能を持つコンポーネントは日比谷線であり上野駅であるということになる。

一方で下位 10 区間の結果からは千代田線の機能が根津・千駄木両駅周辺で大きく低下している様子が読み取れるこれは根津～千駄木区間と同じ千代田線に属する区間が全て直列の配置にあるという点で予想に反しない。さらに興味深いのは根津・千駄木

表 6: 千代田線・根津～千駄木間が不通になった場合の負荷変化 (上位 10 区間)

区間	$\rho(\%)$
JR 常磐線快速 日暮里 [乗換え] 京成本線 日暮里	163
日比谷線 北千住 [乗換え] 千代田線 北千住	159
JR 京浜東北線 日暮里 [乗換え] JR 常磐線快速 日暮里	156
JR 山手線 上野 [乗換え] 銀座線 上野	152
JR 京浜東北線 上野 [乗換え] 銀座線 上野	148
JR 常磐線各駅停車 北千住 [乗換え] 日比谷線 北千住	145
都営新宿線 岩本町 ~ 日比谷線 秋葉原	142
JR 中央本線 東京 [乗換え] 丸ノ内線 東京	138
日比谷線 南千住 ~ 日比谷線 三ノ輪	136
日比谷線 三ノ輪 ~ 日比谷線 入谷	135

表 7: 千代田線・根津～千駄木間が不通になった場合の負荷変化 (下位 10 区間)

区間	$\rho(\%)$
千代田線 大手町 ~ 千代田線 二重橋前	56.7
千代田線 二重橋前 ~ 千代田線 日比谷	55.8
都営新宿線 小川町 [乗換え] 千代田線 新御茶ノ水	52.7
都営三田線 目黒 [乗換え] 東急目黒線 目黒	50.2
千代田線 新御茶ノ水 ~ 千代田線 大手町	48.5
JR 中央本線 御茶ノ水 [乗換え] 千代田線 新御茶ノ水	24.7
都営三田線 大手町 [乗換え] 千代田線 大手町	15.3
千代田線 湯島 ~ 千代田線 新御茶ノ水	9.4
千代田線 根津 ~ 千代田線 湯島	5.2
千代田線 西日暮里 ~ 千代田線 千駄木	4.8

両駅から遠く離れた目黒駅で大きな人の流れの変化が見られる点である。このような影響は予想し難く、負荷の相関を意思決定・政策決定に活用するにはシミュレーションが効果的な役割を担っていくことになるだろう。

#### 4 結論

首都圏の鉄道ネットワークについて、局所的に経路が切断された場合の人員輸送のルーティングのダイナミクスを具体的にシミュレートすることで、各コンポーネント間に存在する直列性・並列性という 2 種類の関係を見出した。本研究で利用したデータのセットは駅数や区間数、駅の座標、区間所要時間など多くの情報を含み巨大だが、それでも快速や急行、直通運転、乗換え所要時間といった詳細な情報は考慮していない。また駅間の輸送で用いた仮定にも地理的な影響が考慮されておらず、得られた結果は概算に過ぎない。駅間の輸送量に各種バイアスを加え、あるいはより詳細なデータを利用することで、得られる結果は実際的なものに近づいていくであろう。詳細な負荷の依存関係を記した地図を作成することは、ネットワークに障害が発生した際のダイナミクスを理解し、障害に対処する上での効果的なツールになるであろう。

#### References

- [1] See, e. g., P. Holme, B. J. Kim, "Vertex overload breakdown in evolving networks", Phys. Rev. E, **65**, 66109, 2002.
- [2] See, e. g., R. Albert, H. Jeong, A.-L. Barabasi, "Error and attack tolerance of complex networks", Nature, **406**, 378-382, 2000.
- [3] See, e. g., K.-I. Goh, E. Oh, H. Jeong, B. Kahng, and D. Kim, "Classification of scale-free networks", PNAS, **99**, 20, 12583-12588, 2002.