

## 生物の伝播に関する確率論的積分差分モデル

木村 美紀<sup>1</sup>、川崎 廣吉<sup>2</sup>、高須 夫悟<sup>3</sup>、重定 南奈子<sup>3</sup>

<sup>1</sup>奈良女子大学大学院 人間文化研究科 情報科学専攻、

<sup>2</sup>同志社大学 工学部 知識工学科、<sup>3</sup>奈良女子大学 理学部 情報科学科

侵入生物の分布域拡大過程を記述するモデルの一つに Kot et al.の積分差分方程式がある。しかし、この式は決定論的モデルであり、確率的な効果は全く考慮されていないという問題を含んでいる。そこで、増殖、分散ともに確率的に起こるモデルを構築し、確率的効果が伝播速度に及ぼす効果について考察した。数値計算を行った結果、確率論的モデルは決定論的モデルに比べて、伝播速度が 70~80%程度に大きく減少することが判明した。確率論的モデルの遅れの原因が増殖の確率性によるものか分散の確率性によるものかを明らかにし、更に決定論的モデルにアリー効果を加えることにより、アリー効果が速度に及ぼす効果を求め対応する確率論的モデルとの関係を議論する。

## Stochastic integro-difference model for biological invasion

Miki Kimura<sup>1</sup>, Kohkichi Kawasaki<sup>2</sup>, Fugo Takasu<sup>3</sup>, and Nanako Shigesada<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Information and Computer Sciences, Nara women's University,

<sup>2</sup>Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Faculty of Engineering, Doshisha University,

<sup>3</sup>Department of Information and Computer Sciences, Faculty of Sciences, Nara-women's University

Organisms expand their distribution area, while undergoing dispersal and reproduction. One model describing such spread of organisms is given by the integro-difference equation. In this study, we consider a stochastic model that incorporates stochasticity in both reproduction and dispersal processes within the framework of the deterministic model. We performed computer simulations of this stochastic model and found that the speed in the stochastic model is about 70~80% less than that in the corresponding deterministic model. We distinguished the stochasticity in growth from that in dispersal on the overall speed. As a result, we found that the speed scarcely changes with the degree of stochasticity in reproduction. Thus we conclude that the delay in speed is caused mainly by stochastic dispersal.

生物は太古より、常に増殖と移動・分散を繰り返して分布域を拡げてきた。そうした侵入生物の分布拡大過程を記述するモデルの一つに下の積分差分方程式がある。

$$n_{t+1}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} k(x-y)n_t(y) \exp\left[r\left\{1 - \frac{n_t(y)}{K}\right\}\right] dy \quad (*)$$

ここに  $n_t(x)$  は、時刻  $t$ 、場所  $x$  における個体密度を表す。 $k(x-y)$  は分散カーネルで、場所  $y$  の個体が場所  $x$  へ移動する確率密度分布を表している。本研究では  $k(x) = (\mu/2)\exp[-\mu|x|]$  を採用する。また、 $\exp[r\{1 - n_t(y)/K\}]$  は、Ricker タイプの増殖率で、 $r$  は内的自然増加率、 $K$  は環境収容量である。(\*)式を解くと、原点に侵入した個体はやがて進行波(traveling wave)に漸近し、その速度は  $C_D = \min_s \frac{1}{s} \ln[R_0 M(s)]$  (ただし、 $M(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} k(x)e^{sx} dx$ ) で与えられる。しかし、(\*)式は決定論的モデルであり、確率的な効果は全く考慮されていないという問題を含んでいる。

本研究では、上記決定論的モデルに対応する確率論的モデルを提出し、確率的効果が伝播速度に及ぼす効果について考察した。確率論的モデルでは、「増殖」は平均値が決定論的モデルの増殖率と等しい二項分布に従い、また「分散距離」は分散カーネル  $k(x)$  の確率変数で与えられるとする。

上記確率論的モデルを数値的に解いて決定論的モデルの解と比べると、伝播速度が 70-80%程度まで大きく減少することが判明した。そこで、確率論的モデルの速度の遅れが増殖の確率性によるものか分散の確率性によるものかを明らかにする為に、まず、増殖の確率性の程度を変えることにより、伝播速度がどのように変化するかを調べた。その結果、増殖の確率性は、速度にほとんど影響せず、従って、遅れの原因は分散の確率性によってのみ起こることが明らかになった。さらに、決定論的モデルにアリー効果を加えることにより、アリー効果が速度に及ぼす効果を求め、対応する確率論的モデルとの関係を議論する。