社団法人 情報処理学会　研究報告
IPSJ SIG Technical Report

2004−MPS−52　(7)
2004／12／20

パチンコの数理モデル化について

水野 隆文[1],　加藤 昇平[2],　伊藤 英則[2]

我々は, 非決定的有限プッシュダウンスタックオートマトンの観点からパチンコをモデル化した. さらに, 大当り回数確率分布の漸化式表現を示し, 大当りの波の定式化を行った.

A Mathematical Model for Pachinko

Takafumi Mizno[1],　Shohei Katoh[2],　and Hidenori Itoh[2]

We modeled Pachinko as a non-deterministic pushdown automaton. And we showed a recurrence expression of probability distributions of big hits. And we defined waves of big hits.

1　はじめに

パチンコは, 遊技球を電動役物に入賞させ, 大当りをひくことを目的とするゲームである. 遊技者は, 遊技球を遊技台に備え付けの電動バネで 1 球ずつ弾いていく. 遊技球が台の電動役物に入賞したとき, 台内部のマイコンが大当りの判定を行い, ある大当り確率で大当りとなる. 遊技台は, ゲームが進行するたびにその内部状態 (モード) が変化する. 大当り確率はモードごとに異なった値が仕様に定められている. 打ち始め時, 台は, 初期モードになっており, 大当り後, 仕様に定められた確率で初期モードから別のモードに変化するか, そのままのモードを維持する. 以後, 遊技球が入賞するごとに, そのモードの大当り確率で大当りとなり, 大当りしたときは, その後モードが変化する.

本研究の目的は, パチンコを数理モデル化し, 大当り回数確率分布を計算すること, 大当りの波を定式化することである.

パチンコの数理的な分析については, 水野らが, 通常モードと確変モードの 2 つのモードを持つパチンコについて状態遷移図でモデル化し, 大当り回数確率分布を示し, 期待値式を導出した [1][2]. 状態遷移図によるモデル化は, パチンコの試行, 大当り, はずれを表現することができなかった. そこで水野らは非決定的有限オートマトンの観点からモデル化を行った [3]. 上記モデルは, 大当り確率が一定であった. 本稿では, パチンコの試行の過去の履歴により大当り確率を変化させるモデルを提案する.

本稿では, パチンコを非決定的有限プッシュダウンスタックオートマトンの観点からモデル化した (2 章). そして, そのモデルにおける大当り回数確率分布の漸化式表現を示した (3 章). さらに, 大当りの波を定義した (4 章). 考察を行い (5 章), 最後に, まとめと課題を述べる (6 章).

2　パチンコモデルの定義

定義　パチンコモデルの構文　パチンコモデルを, $M = (S, S_f, \Gamma, \delta, s_0)$ の 5 つ組で定義する. ここで,

1. 状態の有限集合 S.

[1]名城大学都市情報学部
Meijo University Faculty of Urban Science
[2]名古屋工業大学情報工学科
Nagoya Institute of Technology Department of Computer Science

2. あたり状態の集合 S_f. $S_f \subset S$. $S \setminus S_f$ の要素をあたり状態に対し待機状態と呼ぶ. 待機状態1つが遊技台のモード1つに対応する.

3. スタック記号の集合 $\Gamma = \{\gamma_0, 0, 1\}$. γ_0 はスタックボトムを表現する記号である.

4. 遷移関数 $\delta : S \times \Gamma^* \rightarrow \mu(S \times \Gamma^*)$. $\mu(Q)$ は有限集合 Q 上の離散確率分布の集合を表す. $\delta(s_f, w)(s'_f, w') = 0$, s_f,$s'_f \in S_f$, w,$w' \in \Gamma^*$ とする. これは, あたり状態からあたり状態へは遷移しないことを意味する.

5. 初期状態 s_0. $s_0 \in S \setminus S_f$.

パチンコモデル $M = (S, S_f, \Gamma, \delta, s_0)$ の計算状況を順序対 $< s, w >$ で表現する. ただし, $s \in S$, $w \in \Gamma^*$ である. M は, まず, $< s_0, \gamma_0 >$ から計算を始める. $< s, w >$ から $< s', w' >$ へは確率 $\delta(s, w)(s', w')$ で遷移する.

試行, 大当り, はずれを次で定義する.

試行 $s \in S \setminus S_f$ から $s' \in S$ への1遷移.

大当り $s \in S \setminus S_f$ から $s'' \in S_f$ への1遷移.

はずれ $s \in S \setminus S_f$ から $s''' \in S \setminus S_f$ への1遷移.

1試行は, 電動役物に遊技球が1回入賞することに対応する. 試行は, 大当りかはずれのどちらかである. 状態間遷移が試行でなければ, スタックは変化しない. 遷移が大当りの場合はスタックに1を, はずれの場合はスタックに0をプッシュする. スタックは, 試行の履歴を表現する.

3 大当り回数確率分布

N 回試行したときに, 大当り回数が i 回となる場合を考える. これは, 次の2とおりしかない.

A. $N-1$ 回試行し, 大当りが i 回, かつ, $< s', w >$. N 回目の試行がはずれ, $< s, 0w >$ へ遷移.

B. $N-1$ 回試行し, 大当りが $i-1$ 回, かつ, $< s', w >$. N 回目の試行が大当りし, その後, $< s, 1w >$ へ遷移.

大当り回数確率分布を $P(w, i, N)$ で表現する. これは, N 回試行したときに, 大当り回数が i 回であり, 大当りの履歴が w となる確率である. モデル $M = (S, S_f, \Gamma, \delta, s_0)$ において, $P(w, i, N)$ を, 次の漸化式により計算する.

$$P(w, i, N) = \sum_{s \in S \setminus S_f} P(< s, w >, i, N), \tag{1}$$

$$P(< s, w >, 0, 0) = \begin{cases} 1 & < s, w > = < s_0, \gamma_0 > \\ 0 & others \end{cases},$$

$$P(< s, 0w >, i, N) = \sum_{s' \in S \setminus S_f} \delta(s', w)(s, 0w) P(< s', w >, i, N-1), \tag{2}$$

$$P(< s, 1w >, i, N) = \sum_{s' \in S \setminus S_f} \sum_{s'' \in S_f} \delta(s', w)(s'', 1w) \delta(s'', 1w)(s, 1w) P(< s', w >, i-1, N-1). \tag{3}$$

i または N が負のとき, および, $i > N$ のときは, $P(< s, w >, i, N) = 0$ とする. 式 (2) は, N 回目の試行がはずれ, 待機状態 s へ遷移する確率である (上記 **A.** に対応). 式 (3) は, N 回目の試行が大

当りし, その後, 待機状態 s へ遷移する確率である (上記 **B.** に対応). 試行 N 回における大当り回数の期待値は, 形式的に次のように表現できる.

$$\sum_{w\in(\Gamma\setminus\gamma_0)^N}\sum_{i=0}^{N} iP(w\gamma_0, i, N). \tag{4}$$

4 大当りの波

本稿では, パチンコにおける大当りの波を, 試行回数 n ごとに勝ち負けを記録した時系列 $\mathcal{R}_N = \{R_n\}_{n=0}^{N}$, として定義する. 勝ち負け R_n を次式で定義する.

$$R_n = w_w a_n - w_l(n - a_n). \tag{5}$$

a_n は, 試行 n 回の時点での大当りの回数. w_w, w_l は適当な重みである. 例えば, それぞれ大当り 1 回の報酬, はずれ 1 回のコストである. この定義は, フェラーのコイントスにおけるリードの波の定義 [4] をパチンコに拡張したものである.

次に, 大当りの波の周波数を, 次式で定義する.

$$freq(\mathcal{R}_N) = \frac{\sum_{n=0}^{N-1}[u(R_{n+1}) + \chi(R_n R_{n+1})] + 1}{N}. \tag{6}$$

ただし,

$$u(\xi) = \begin{cases} 1 & \xi = 0 \text{ のとき} \\ 0 & \xi \neq 0 \text{ のとき} \end{cases}, \quad \chi(\xi) = \begin{cases} 1 & \xi < 0 \text{ のとき} \\ 0 & \xi \geq 0 \text{ のとき} \end{cases}.$$

式 (6) 右辺の分子は, $R_n = 0$ となる回数, R_n の正負が反転する回数の合計である. $freq(\mathcal{R}_N)$ は, 試行 N 回の時点での, 試行 1 回で何回勝ち負けがタイになるかの期待値である. 波長を $1/freq(\mathcal{R}_N)$ で定義する. これは, 勝ち負けがタイになってから, 再びタイになるまでに必要な試行回数の期待値である.

5 考察

パチンコモデルの遷移確率が過去の履歴 w に依存せず一定の場合, 式 (1)〜式 (3) は, 次のようになる.

$$P(i, N) = \sum_{s\in S\setminus S_f} P(s, i, N), \tag{7}$$

$$P(s, 0, 0) = \begin{cases} 1 & s = s_0 \\ 0 & s \neq s_0 \end{cases},$$

$$P(s, i, N) = \sum_{s'\in S\setminus S_f} p_{s's} P(s', i, N-1) + \sum_{s'\in S\setminus S_f}\sum_{s''\in S_f} p_{s's''} p_{s''s} P(s', i-1, N-1). \tag{8}$$

p_{uv} は状態 u から状態 v へ遷移する確率である ($p_{uv} = \delta(u)(v)$). $P(i, N)$ は N 回試行し, 大当りが i 回である確率である. この場合, パチンコモデルを設計するという問題は, S, S_f の要素および式 (8) の ($|S|^2 - |S_f|^2$) 個のパラメータ $p_{ss'}$ を決定する最適化問題に帰着される.

大当り確率が全試行を通じ一定と仮定し, 式 (5) の R_n の期待値が 0 となるように w_w, w_l を定めた場合, $\mathcal{R}_N = \{R_n\}_{n=0}^{N}$ は次の特徴を持つ (逆正弦定理)[4][5].

- N が増加するにつれ $freq(\mathcal{R}_N)$ は減少する.

- N が増加するにつれ, R_n が 0 付近にある確率が小さくなる.

スタックに記憶した履歴を参照し, 大当り確率を変化させせることにより, 波の性質を制御することが期待される. また, スタックを複数用い, 試行履歴を逆順に別のスタックに移し, その逆順のスタックを用いることにより, 逆正弦定理とは逆の性質を持つ波を生成することが期待される.

6 おわりに

本稿では, パチンコを非決定的有限プッシュダウンスタックオートマトンの観点からモデル化した. さらに, 大当り回数確率分布の漸化式表現を示し, 大当りの波を定義した. 現在, これら確率分布や波の分析を進めている.

本稿では, 遊技球が電動役物に入賞した後の振る舞いしかモデル化していない. 時間に対応する概念もなかった. 本モデルを詳細化し, 遊技球の挙動や, 遊技時間もモデルに取り入れることにより, 実際のパチンコに近づけることができる. さらに, 遊技者 (人間) の遊技特性をモデル化し, パチンコモデルと組み合わせれば, より現実にそくしたパチンコのシミュレーションを行うことができる. 現在, これらモデルの詳細化を進めている.

本モデルのオートマトンには, スタックは 1 つしかなかった. 5 章で述べたように, スタックを複数持つことにより, 大当りの波を制御できることが期待される. 現在, 本稿で提案したモデルを 1 つのステージとし, それを複数組み合わせるマルチステージモデルの構築を進めている. これは, 試行履歴を逆順に記憶するステージや, 履歴を部分的に変更し記憶するステージの間を遷移し, 試行を繰り返すモデルである. これにより, 柔軟に大当りの波の制御や確率分布の制御が行えるようになる.

これまで, パチンコの設計や検定には, 大当り回数確率分布や大当りの波が考慮されてこなかった. 適切な大当り回数確率分布や波に従うパチンコを合理的に設計し, それを統計的に検定することが求められている. 本稿の結果はその足がかりとなる. 現在, 確率分布や波を考慮した, パチンコの設計法・検定法の構築について研究を進めている.

参考文献

[1] 水野隆文, 加藤昇平, 伊藤英則: 確率ゲームモデルの期待値解析, 情報処理学会第 66 回全国大会講演論文集, Vol.1, pp.263-264(2004).

[2] 水野隆文, 加藤昇平, 伊藤英則: パチンコの大当たり回数の期待値解析, ゲーム学会合同研究会研究報告 Vol.2, No.2, pp.25-28(2004).

[3] 水野隆文, 加藤昇平, 伊藤英則: パチンコのモデル化手法, 大当り回数確率分布の漸化式表現, および大当りの波の定式化について, ゲーム学会第 3 回全国大会講演論文集, pp.37-38(2004).

[4] W. フェラー : 確率論とその応用 I 上, 紀伊國屋書店 (1980).

[5] 小谷眞一: 測度と確率 2, 岩波書店 (1997).