社団法人 情報処理学会 研究報告
IPSJ SIG Technical Report

2005－MPS－53 (8)
2005／3／10

ボードゲーム BAO における周期的動作の解析

稲畑 康博*1　高橋 和子*2

概要

本論文の目的は，ボードゲーム BAO の動作を解析しその特徴を明らかにすることである．BAO は 2 人のプレイヤーが複数の穴に入った石を動かしながら取り合うゲームで，1 手の間に盤面の状態が何度も変化し，それが停止しない場合があるという特徴をもつ．まず，穴をプロセス，石をプロセス間で授受されるメッセージととらえてプロセス代数を使って BAO の動きをモデル化し，ある開始状態と着手が与えられたとき，その手が停止するかどうかが判定可能であることを示す．次に，停止しない全局面の特徴の一般化からと，巻き戻しを使った解析からの 2 通りの方法で 1 手の停止条件を求め，それらが矛盾していないことを示す．

An Analysis of Cyclic Behaviors of Board Game BAO

Yasuhiro Inahata*3　Kazuko Takahashi*4

Abstract

This paper aims at finding the characteristics of board game BAO by its behavioral analysis. In the game, two players are taking seeds in turn by moving them from hole to hole, and this movement may not terminate. We describe the behavior of BAO using a process algebra by regarding a hole as a process and a seed as a message passed between processes. We investigate the condition for the termination by two approaches: extracting the condition by generalizing all patterns that do not terminate, and analysing the behavior by roling it back. We also show that the conditions are consistent.

1 はじめに

BAO はアフリカを中心に古くから行なわれているボードゲームで，一般には Mancala と総称されるが地方により呼称も異なりヴァリエーションも豊富である．その動作規則は複数の穴にはいった石を動かしながら取り合うというもので，石の種類は単一である．そのためその探索空間は狭いが，石を動かす規則から先の局面を人間の手で読むことは困難であるという特徴を持つ．一般のボードゲームでは，1 手の間における盤面の状態変化は 1 回だけだが，BAO では複数回ありその影響が盤全体にまで及ぶ．これは 1 着手が隣の穴の変化を次々と引き起こすという動きのためである．また，BAO では特定の盤面と着手において 1 手の間に起こる状態変化が停止しない．このような特徴をもつため穴同士の相互作用を組み込みながら個々の穴の状態変化を表現しないと，動きの特徴は見えてこない．そこで，穴をプロセス，石をプロセス間で授受されるメッセージとしてプロセス通信に基づくモデル化を行う．

本論文ではまず，プロセス代数を使って BAO の動きを記述し，ある盤面と着手が与えられたとき，その手が停止するかどうかが判定可能であることを示す．次に停止するための盤面と着手の満たす条件を 2 種類の方法で求める．

まず 1 つ目の方法は，初期状態から到達可能かつそこから開始する 1 手が停止しないような局面をす

*1 関西学院大学 大学院 理学研究科
*2 関西学院大学 理工学部 情報科学科
*3 Graduate School of Science, Kwansei Gakuin University
*4 School of Science & Technology, Kwansei Gakuin University

べて求め，得られた結果を一般化することによってその特徴を抽出する．

別の方法として，巻き戻しによる解析を行なう．任意の盤面から任意の穴を選択してゲームのルールとは逆向きの動作を行い，それが停止するための条件を求める．この条件は順方向の動作が停止するための条件にもなる．

これら 2 つの方法によって求めた条件は矛盾しない．

本稿の構成は以下の通りである．第 2 章では，BAO のルールを説明する．第 3 章では，プロセス代数による BAO の動作のモデル化について述べる．第 4 章では，停止条件について議論する．第 5 章で，結論と今後の課題について述べる．

2 ボードゲーム BAO

2.1 ルール

BAO は 2 人のプレイヤーによって行なわれるゲームである[*5]．盤上には 8×2 個の穴があいており，それぞれ上側 (a∼h) が先手の陣地，下側 (i∼p) が後手の陣地となっている．初期配置では図 1 のように 1 穴おきに石が 4 個ずつ置かれている．2 人のプレイヤーは交互に自分の陣地にある穴から石を取って動かすことでゲームを進めていく．石の動かし方は，以下のルールに従う．

(1) 自分の陣地の中から石のある穴を選択する．
(2) その穴にある石をすべて取り出し，時計回りに 1 つずつ石を置いていく (取り出した石をすべて置くことを **1 配り**とする)．最後の 1 つを置く穴の状態によってその後の動きが異なる．
(3) 最後の 1 個を置く穴に石が 1 つ以上あれば，2 を繰り返す．
(4) 最後の 1 個を置く穴に石がなければその穴で終了し，その向かい側の穴にある石を自分の取り分としてボードから取り除く (これで 1 手が終了する)．[*6]

手の中の石を最後に置く穴に石が存在する限り 1 配りを続ける．1 手は 1 配り以上で構成される．1 手が終了した段階で，どちらかの陣地に石がすべてなくなった時点でゲームは終了する．残っている石はすべてその陣地のプレイヤーの取り分となる．そして最終的に取った石の数が多いほうが勝ちである．

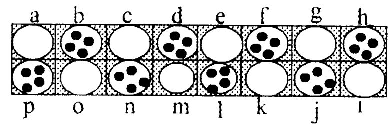

図 1: 初期配置

たとえば，初期配置から先手が f を選択すると，f から石を取り $g \to h \to i \to j$ と石を 1 つずつ置いていく．これで 1 配りである．j には石が初めからあるので，次に j の石をすべて取り出し (5 個)，$k \to l \to m \to n \to o$ と続けて石を置いていく．o には石がなかったので，移動はそこで終了し，反対側 (b) にある 4 個の石を先手の取り分とし，後手に移る (図 2)．

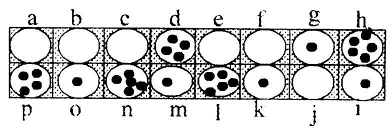

図 2: 1 手移動 (f を選択)

もしここで o に石があれば再び o から石を取り出し，時計回りに石を置いていく動作を繰り返すことになる．従って，石を置く動作は何周も繰り返される場合があり，1 つの穴の石の数は 1 手の間に複数回変化する可能性がある．

3 プロセス代数による動作のモデル化

BAO において各穴それぞれを独立したプロセス，石をプロセス間のメッセージとみなすと，穴の間における石の動きはプロセス通信における入出力と非常に似ている．そのため，プロセス代数を使うと動作を反映した自然な記述ができる．また，マネージャプロセスとして先手用と後手用の 2 つを用意する．マネージャは，選択する穴を決めるメッセージやゲームが終了していないかどうか調べるメッセージを出す．

- $H_i(x), (i = 0, \ldots, 7)$　盤上の各穴
- $Mn(am, rem)$　先手用マネージャ
- $Ms(am, rem)$　後手用マネージャ

[*5] 本稿では単純なルールを採用した．
[*6] このルールだと，1 手が停止しない場合があるが，その場合ゲームでは途中で打ち切り引分けとする．

ただしここでは盤面の穴を 4×2 に制限し，x は対応する穴に存在する石の数を表している．また，am はそれぞれ獲得した石の合計，rem は 1 手が終了したとき盤上の石を獲得した側に存在する石の合計で，ゲームの終了判定に使う．

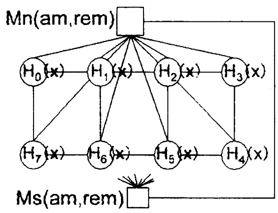

図 3: 通信経路

BAO の遷移規則を以下に示す (図 3)．マネージャプロセスが穴を選択し，メッセージをその穴のプロセスに送る．マネージャからメッセージを受け取ったプロセスは，石をすべて隣の穴に送る．各穴は送られてきた石を 1 つ受け取り，隣の穴へ送るという動作を連続して行なう．送られてきた石が 1 つしかないとき，その石を受け取った後，穴にある石の数に応じて移動を続けるか，1 手が終了するか決定する．1 手が終了する場合 (穴に石が 1 つしかないとき)，反対側の穴の石をマネージャに送る．1 手が終了した後，マネージャは終了状態かどうか確認し，終了状態でないなら手番を交代するメッセージを相手のマネージャに送る．終了状態であるならば，プロセスの停止を相手のマネージャと穴のプロセスに送信する．

このモデルに基づいてプロセス代数で記述し，遷移規則にしたがって推論すると，開始状態と着手が与えられたとき，その手が停止するかどうか判定可能である．

4 停止条件の解析

4.1 一般化による解析

盤の大きさが 4×2 のとき，初期配置から到達可能かつそこから開始する 1 手が停止しないようなすべての局面を表 1 に示す．

例えば $L2 = (3, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1)$ は石が 3 個入った穴から 1 手を開始すると，4 配り後 $L2' = (1, 3, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$ という石の配置が 1 つずれた盤面になる．ここで 1 手の移動の中で，開始した穴を通る回数を周期という．$L2$ は周期が 1 で盤面のずれが 1 のループである．これらを一般化することでループとなる時の条件を求める．手番の交代が行われないループでは，周期 0 のものと周期 1 以上のもので異なる性質を持つ．

表 1: 手番が交代しないループ (左端を開始位置とする)

	盤面例	周期	ずれ
L1	(3,1,0,2,1,0,2,1)	0	3
L2	(3,1,0,1,0,1,0,1)	1	1
L3	(3,1,0,1,0,3,0,1)	2	2
L4	(5,1,0,1,0,1,0,1)	3	3
L5	(3,1,0,3,0,1,0,1)	2	2
L6	(3,1,0,3,0,3,0,1)	4	4
L7	(5,1,0,1,0,3,0,1)	6	6
L8	(5,1,0,3,0,1,0,1)	10	1
L9	(7,1,0,1,0,3,0,1)	30	3
L10	(3,1,0,1,0,1,0,4)	2	2
L11	(3,1,0,3,0,1,0,4)	2	2
L12	(3,3,0,1,0,1,0,4)	9	0

一般に穴の数が m 個の盤面で，周期 0 のループでは，盤面 S_1 から 1 配りで達した盤面 S_2 が S_1 からいくつかずれた盤面になる．

このとき開始盤面は 2 通りのパターンがあり，開始位置の石の個数 (n) はどちらも盤の大きさに依存する．

(パターン 1)　$m = kn + 1$　$(k \geq 1)$

$(n, 0, 1, \ldots, n-1, 0, 1, \ldots, n-1)$

(パターン 2)　$m = kn - 1$　$(k \geq 2)$

$(n, n-2, n-3, \ldots, 1, 0, n-1, n-2, \ldots, 1, 0, \ldots, n-1, n-2, \ldots, 1)$

盤の大きさが 4×2 のとき，初期配置から到達可能なものはパターン 2 の $L1 = (3, 1, 0, 2, 1, 0, 2, 1)$ の 1 つのみで，パターン 1 にはならない．

次に周期が 1 以上のループの解析を行う．開始盤面が L_1 である周期 1 以上のループ $L_1 \rightarrow L_2 \rightarrow \ldots \rightarrow L_k$ において，各配りの配りはじめの穴を最も左側になるようにずらした列 $L'_1 \rightarrow L'_2 \rightarrow \ldots \rightarrow L'_k$ を考える．このとき以下の条件を満たす L'_i $(1 \leq i \leq k)$ が存在する．

条件 (LOOP)

盤面 S を
$S = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{2n})$

- α_1 は 3 以上の奇数である
- $\alpha_2, \alpha_4, \ldots, \alpha_{2n-2}$ はすべて奇数である
- $\alpha_3, \alpha_5, \ldots, \alpha_{2n-1}$ はすべて偶数である
- α_{2n} は盤上の石の総数が奇数のときは α_1 未満の奇数であり，偶数のときは α_1 以上の偶数である

また周期が 1 以上でループになる場合，その周期 t とずれ n の間には $t = n + (m+1) \times k$ の関係がある ($k = 0, 1, \ldots$)．ここで m は盤の大きさである．

4.2 巻き戻しによる解析

BAO の 1 手の動きの巻き戻し (ロールバック) を使って 1 手の停止条件を求める．

ロールバックでは，反時計回りに石が存在する穴では，1 つ取り隣の穴へ，空の穴の場合，それまで取った石を全てその穴に置く．穴に石を置くとき，石の数が 2 つ以上の場合，ロールバックを続行することができる．

任意の盤面からロールバックを行うとき，盤面に空の穴が 2 つ連続するならば，そのロールバックは停止する．

ロールバックでは，穴に石がある場合，その石の数が 1 つ減り，穴に石がないときのみ穴に存在する石の数が増える．この動きを考慮すると，ロールバックの流れの停止する条件は，同じ石の数を含む穴が 2 つ連続するか，盤面が以下の 2 つのパターンのいずれかになることがわかった．

(パターン 1)

$(\ldots, x_0, n, x_1, \ldots, x_{n-2}, 0, x_{n-3}, \ldots)$

(パターン 2)

$(\ldots, n, 0, x_0, \ldots, x_{n-2}, 0, x_{n-1}, \ldots)$

ここで n はパターン 1 では 3 以上，パターン 2 では 2 以上の整数であり，x_t は 1 以上の整数である ($t \geq 0$)．パターン 1 で $n = 2$ の場合は，$(\ldots, x_0, 2, 0, x_1, \ldots)$ となる．

4.3 条件の比較

一般化による解析で得られた条件とロールバックにおいてその流れが停止するための条件は矛盾しない．すなわち任意の盤面に対してそれらの条件が同時に満たされることはない．

5 まとめ

本論文では，プロセス通信に基づいて BAO のモデル化を行ない，プロセス代数を使って動きを記述した．そして，ある開始状態と着手が与えられたとき，その手が停止するかどうかが判定可能であることを示した．プロセス通信に基づくモデル化を行うことで，局所的な変化の特性や隣接位置での相互作用の記述や穴の個数に関する一般化が容易になる．

また，動作を解析し 1 手が停止するために盤面の満たす条件について議論した．1 手が停止せず周期的に振舞う局面をすべて抽出し，それらを 2 通りに分類しそれぞれの満たす条件を求めた．また巻き戻しを使った解析により 1 手が停止するための条件を求めた．そしてこれらの条件は矛盾しないことを示した．Mancala 一般に関する従来の研究は主にデータベースの利用 [4] などで，動きに関する理論的解析を行ったものはほとんどない．

BAO は開始局面におけるわずかな差異でも動作結果はまったく異なるというカオス的性質を持つ．そのため人間にとって先読みのしにくい興味深いゲームとなっている．

今後は盤面のサイズによって条件がどのように変化するかも検討したい．

参考文献

[1] 稲畑 康博，高橋 和子: ボードゲーム BAO の CCS による記述と解析，第 48 回プログラミング研究会資料 (PRO-2003-5)，(2004)

[2] Larry Russ: *The Complete Mancala Games Book*, Marlow & Company (1995).

[3] Robin Milner: *Communication and Concurrency*, Prentice Hall, (1989).

[4] Roel van der Goot: Awari Retrograde Analysis, *Proceedings of CG2000*, pp.87-95, (2001).