

## 相場観情報を用いたオプション市場のリスク回避度の推定

岡本 雅生<sup>†</sup> 宮崎 浩一<sup>†</sup> 星加 裕文<sup>†</sup>

本研究では、相場観情報に基づく株価の予測分布（主観 PDF データ）を構築し、オプション価格に内在する株価の予測分布（リスク中立 PDF）と予測力を比較した。予測期間が長くなるに従って主観 PDF データの予測力がリスク中立 PDF の予測力を上回ることで、オプション価格にはリスク回避度が内在しており、それは時系列的に変動するものであることを確認した。

### Estimation of risk-averseness in options using information of market-view

MASAKI OKAMOTO<sup>†</sup>, KOICHI MIYAZAKI<sup>†</sup> and HIROHUMI HOSHIKA<sup>†</sup>

In this research, we construct forecast of equity distribution based on information of market view (objective PDF data) and compare the forecast ability of it with that of the risk-neutral distribution, which is forecast of equity distribution implicitly in option price. We find that the forecast ability of the former is superior to that of the latter when the forecasting horizon is long and that some risk-aversion surely exists in the option price and it dynamically changes.

#### 1. はじめに

オプションとは、満期日において対象資産（以下、原資産、株式などを想定されたい）を取り決めた価格（以下、権利行使価格）で買う（コール・オプション）又は売る（プット・オプション）ことができる権利のことである。オプション市場において、この権利（オプション）が売買されている。コール・オプションの価格は、その商品特性から、市場参加者が満期日の原資産が権利行使価格よりも高くなる可能性が大きいと考える場合に高くなり、逆の場合には安くなる。つまり、オプション価格には、オプションの満期時点における株価の分布に関する市場の予測（以下、リスク中立確率密度関数、リスク中立 PDF と呼ぶ）が相応に織り込まれている。

リスク中立 PDF がどの程度まで満期における株価の分布を的確に予測可能であるかについて統計的検定（Berkowitz 検定）を行った研究に Bliss and Panigirtzoglou(2004) がある。そこでは、リスク中立 PDF が満期における実現株価の完全な予測確率密度関数（以下、完全予測 PDF と呼ぶ）になっていないことを示し、その理由としてオプション価格から得られるリス

ク中立 PDF には純粋な株価の予測に加えて既に投資家のリスク回避度が織り込まれていることを指摘している。更に、リスク中立 PDF からリスク回避度の影響を取り除いた主観 PDF を新たに導入し、この主観 PDF と完全予測 PDF との整合性に関しては否定できないことを示した。

この先行研究は主観 PDF の推定に際して非現実的な仮定をおいており、改善の余地があると思われる。そこで、本研究では、Bliss and Panigirtzoglou(2004) の主観 PDF の推定における問題点を指摘したうえで代替案を提案する。また、提案した推定手法に基づいて日本の株式オプション市場における主観 PDF を導出し、完全予測 PDF との整合性を検証する。その際には、リスク中立 PDF と完全予測 PDF との整合性も合わせて検証する。

#### 2. 先行研究で利用されるファイナンス用語・統計モデルと主観 PDF 導出の際の問題点

##### 2.1 先行研究で利用されるファイナンス用語・統計モデル

ここでは、先行研究 Bliss and Panigirtzoglou(2004) で用いられているファイナンス用語とその導出法や統計モデルに関して手短かに纏めておく。

##### 2.1.1 リスク中立 PDF とその導出

リスク中立 PDF とは、オプションに織り込まれている満期時点における株価の確率密度関数のことであ

<sup>†</sup> 電気通信大学システム工学科  
Department of Systems Engineering, The University of  
Electro-Communications

る。オプション市場価格  $C(S_t, K, T-t, r, IV)$  (ここで  $S_t$  は現時点の原資産価格,  $K$  は権利行使価格,  $T-t$  は満期までの期間,  $r$  は無リスク金利,  $IV$  はインプライド・ボラティリティ) からリスク中立 PDF  $q(S_T)$  を導出する手法は Breeden and Litzenberger(1978) によって式 (1) のように与えられている。

$$q(S_T) = e^{r(T-t)} \frac{\partial^2 C(S_t, K, T-t, r, IV)}{\partial K^2} \Big|_{K=S_T} \quad (1)$$

### 2.1.2 Berkowitz 検定

ここでは、満期1ヶ月のオプションを対象として、月初のオプション市場価格データと月末の実現株価データに基づいて検証を行うケースを取り上げて説明する。実現株価が一つだけでは検定ができないため、月初のオプション市場価格データと月末の実現株価データを1セットとし、十分な数のセット数 (例えば数十セット) が必要となる。

月初には、オプション市場価格データからリスク中立 PDF  $\hat{f}_{t_i}(\cdot)$  が得られ、これが完全予測 PDF  $f_{t_i}(\cdot)$  (繰り返しになるが、これを直接観測することはできない) に等しいという仮説を検定する。

月末の株価  $S_{T_i}$  が時系列的に独立であり、かつリスク中立 PDF  $\hat{f}_{t_i}(\cdot)$  が完全予測 PDF  $f_{t_i}(\cdot)$  (月初時点において月末の実現株価が従う確率密度関数) と等しい ( $\hat{f}_{t_i}(\cdot) = f_{t_i}(\cdot)$ ) という帰無仮説の下では、リスク中立 PDF の株価  $S_{T_i}$  までの累積密度関数  $y_{t_i}$  は独立な一様分布に従う ( $y_{t_i} \sim i.i.d. U(0, 1)$ ) 。

$$y_{t_i} = \int_{-\infty}^{S_{T_i}} \hat{f}_{t_i}(u) du \quad (2)$$

標準正規分布の累積密度関数  $\Phi(\cdot)$  の逆関数を使用し、上記の  $y_{t_i}$  を用いて新たに  $z_{t_i} = \Phi^{-1}(y_{t_i})$  を定義すると、帰無仮説の下では  $z_{t_i}$  は独立な正規分布に従う ( $z_{t_i} \sim i.i.d. N(0, 1)$ ) ことになる。

Berkowitz(2001) は、式 (3) に示すモデルのパラメータを推定することにより  $z_{t_i}$  の独立性及び標準正規性を検定している。

$$z_{t_i} - \mu = \rho(z_{t_{i-1}} - \mu) + \varepsilon_{t_i} \quad (3)$$

帰無仮説の下で式 (3) のモデルのパラメータは、 $\mu = 0$ ,  $Var(\varepsilon_{t_i}) = 1$ ,  $\rho = 0$  である。式 (3) の対数尤度関数を  $L(\mu, \sigma^2, \rho)$  とし、尤度比統計量  $LR_3 = -2 [L(0, 1, 0) - L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2, \hat{\rho})]$  は帰無仮説の下で  $\chi^2(3)$  に従う。この  $LR_3$  の P 値が最大となるように3つのパラメータを定め、PDF の予測力を検定する。帰無仮説が棄却される際、リスク中立 PDF が完全予測 PDF と整合的でないから棄却されるの

ではなく、株価の自己相関のために棄却される可能性がある。したがって、株価に自己相関は無いとする帰無仮説の下で  $\chi^2(1)$  に従う検定統計量  $LR_1 = -2 [L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2, 0) - L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2, \hat{\rho})]$  に基づいて別途、独立性の検定を行う必要がある。

もし  $LR_1$  が採択され  $LR_3$  が棄却されるならば、リスク中立 PDF が完全予測 PDF と整合的でないことを示す。一方で、 $LR_3$  と  $LR_1$  の両方が棄却されるならば、 $LR_3$  の棄却理由が整合的でないためではなく自己相関による可能性もあり判別できない。 $LR_3$  と  $LR_1$  の両方が棄却されない場合には、リスク中立 PDF が完全予測 PDF と整合性がある (を否定できない) ことになる。

### 2.1.3 主観 PDF とその導出 (リスク回避度の推定)

リスク中立 PDF からリスク回避度の影響を取り除いた確率密度関数が主観 PDF である。主観 PDF を導くためには、投資家の効用関数  $U(S_T)$  を設定する必要がある。ここでは、効用関数  $U(S_T)$  として、ベキ型  $\frac{S_T^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$ , 指数型  $-\frac{e^{-\gamma S_T}}{\gamma}$  の2種類を用いる。ここで  $\gamma$  はリスク回避度である。

主観 PDF  $p(S_T)$  はプライシングカーネル  $\zeta(S_T)$  を用いた関係式から式 (4) で表される。

$$p(S_T) = \frac{\frac{q(S_T)}{\zeta(S_T; S_t)}}{\int \frac{q(x)}{\zeta(x; S_t)} dx} = \frac{\frac{q(S_T)}{U'(S_T)}}{\int \frac{q(x)}{U'(x)} dx} \quad (4)$$

Bliss and Panigirtzoglou(2004) では、主観 PDF に対して Berkowitz 検定を行う際に、3つのパラメータ ( $\mu, \sigma^2, \rho$ ) に加えリスク回避度  $\gamma$  も動かして  $LR_3$  の P 値を最大とすることにより、主観 PDF が完全予測 PDF (実際は、これからサンプリングされたとみなす月末の実現株価データ) と最も整合性が高くなるようなリスク回避度  $\gamma$  を推定している。

### 2.2 先行研究の問題点

先行研究ではオプション市場の投資家が合理的であり、投資家の主観 PDF が完全予測 PDF と一致する (分布として近くなる) ようにリスク回避度の推定を行っている。しかし、現実には投資家の予測が合理的であると決め付けるわけにはいかず、主観 PDF が完全予測 PDF に一致するように推定することは適切ではないと考えられる。また、リスク回避度が一定であると仮定したうえで推定を行っている。

このような問題点を解決するため、本研究では過去の投資家の相場観情報と実現株価の確率密度関数との関係を利用して、相場観情報に対応する実現株価の確

率密度関数を主観 PDF (完全予測 PDF に一致するとは考えていない) のデータ (これにより, 1 つの (月初の) 相場観情報から, 1 つの満期における実現株価ではなく, 実現株価の確率密度関数が得られることになる) として導入する. この主観 PDF データと式 (4) におけるリスク回避度を含む主観 PDF との分布としての距離を最小にするようにリスク回避度を推定する. このような推定法を採用すれば, 1 つのデータセットに対して 1 つのリスク回避度が推定可能であるため, リスク回避度が時系列的にどのように変化しているかについて観測することも可能である.

### 3. 本研究のアプローチ

#### 3.1 相場観情報を用いた主観 PDF データの作成手法

本研究で採用する相場観情報は日経金融新聞に掲載される「今週のブルベア」に基づいており, 「今週のブルベア」とは各週の相場の見通しについて金融関連企業にアンケートを行い取り纏めたものである. 相場の見通しは, ブル (強気), 中立, ベア (弱気) の 3 通りであり, アンケート対象となる金融関連企業は, 証券系, 銀行系, 機関投資家, 外資系の 4 通りの金融関連業種である. 「今週のブルベア」では, 金融関連業種毎にブル, 中立, ベアの社数を取り纏めている.

本研究では, 4 通りの金融関連業種毎にブルの社数からベアの社数を引いた社数を求め相場観情報として利用する. 各週の相場観情報とその週における実現株式リターンとのベアを基礎データとして主観 PDF データを構築する. 例えば, ある日の相場観情報が, 証券系 (+2), 銀行系 (-1), 機関投資家 (+3), 外資系 (+1) であったとする. このとき, 証券系に関しては, 過去の基礎データから, 相場観情報が (+2) となるベアを取り出して, この相場観情報に対応する実現株式リターンデータを収集する. 銀行系, 機関投資家, 外資系に関しても, 同様にして株式リターンデータを収集する. ある日の相場観情報に対応して収集された株式リターンデータから, 4 次までのモーメント (平均  $\mu$ , 標準偏差  $\sigma$ , 歪度  $s$ , 超過尖度  $k$ ) を求め, 式 (5) に示す Edgeworth 展開に代入することで, 主観 PDF データ  $B(S_T)$  を構築する.

$$B(S_T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \left( 1 - \frac{s}{3!} (3z - z^3) + \frac{k}{4!} (3 - 6z^2 + z^4) \right) \quad (5)$$

$$z = \frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_t}\right) - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (6)$$

ここで,  $S_t$  は上記の説明におけるある日 (月初) の株価を,  $S_T$  はオプションの満期 (月末) における株価をそれぞれ表す.

#### 3.1.1 本研究におけるリスク回避度の推定方法

本研究では主観 PDF データ  $B(S_T)$  を用いてオプション市場のリスク回避度  $\gamma$  を推定する. 推定手法としては, 式 (4) のオプション価格とリスク回避度  $\gamma$  から構成される主観 PDF  $p(S_T)$  と主観 PDF データ  $B(S_T)$  との距離を Kullback-Leibler 情報量  $L(B(S_T), p(S_T; \gamma))$  を用いて計量し, KL 情報量が最小となるようにリスク回避度  $\gamma$  を推定する.

$$\begin{aligned} \underset{\gamma}{\text{Min}} [L(B(S_T), p(S_T; \gamma))] \\ = \underset{\gamma}{\text{Min}} \left[ - \int B(S_T) \ln p(S_T; \gamma) dS_T \right] \quad (7) \end{aligned}$$

## 4. 実証分析

### 4.1 データと分析設定

分析対象となるオプションデータは, 2003 年 6 月から 2007 年 4 月 (この期間を“全期間”とし, 2003 年 6 月から 2005 年 4 月までを“安定期”, 残りの期間を“上昇期”とする) において各月に満期を迎える日経 225 コール・オプション (上記データ期間において 47 個の満期が存在する, 取引量が少ないインザマネー・オプションは除く) の満期日 (毎月第 2 金曜日) から 5 営業日, 10 営業日, 15 営業日前の各時点における価格データである. 株価データとしては, 1997 年 4 月 4 日から 2007 年 4 月 20 日の日経 225 平均株価の終値を採用する. 相場観情報は, 株価データと同期間における日経金融新聞に記載されている「今週のブルベア」を利用する. 主観 PDF を構築する際に利用する基礎データを収集する期間に関しては, 対象となる相場観情報日から遡る年数を 4 年, 5 年 (これらをムービング 4 年などと呼ぶ) とする.

### 4.2 分析結果と考察

#### 4.2.1 リスク中立 PDF と主観 PDF に関する Berkowitz 検定の結果

リスク中立 PDF, 効用関数がベキ型の主観 PDF, 効用関数が指数型的主観 PDF を対象として全期間のデータに基づき Berkowitz 検定を行った結果を表 1 に示した. 有意水準を 5% とすると, 表 1 のリスク中立 PDF から, 予測期間が 15 営業日以外は LR<sub>3</sub>, LR<sub>1</sub> 共に 5% を超えているので, 予測期間が 5 営業日, 10 営業日では満期日の株価に関する予測力があると言える. また主観 PDF はどの予測期間でも LR<sub>3</sub>, LR<sub>1</sub> 共に 5% を超えているので, どの予測期間においても満

表 1 各 PDF の Berkowitz 統計量の P 値

予測期間	PDF	LR <sub>3</sub> の P 値	LR <sub>1</sub> の P 値
5 営業日	リスク中立	86.2%	78.6%
	ベキ型	97.0%	85.9%
	指数型	97.4%	87.8%
10 営業日	リスク中立	35.1%	97.5%
	ベキ型	99.5%	87.6%
	指数型	99.0%	84.8%
15 営業日	リスク中立	0.9%	30.7%
	ベキ型	50.9%	20.5%
	指数型	48.1%	17.5%

表 2 相対的リスク回避度の推定結果

予測期間	ベキ型	指数型
5 営業日	4.2	4.3
10 営業日	7.2	7.1
15 営業日	9.3	9.0

期日における株価に対する予測力があると言える。更に、何れの予測期間でもリスク中立 PDF よりも主観 PDF の方が予測力は高く、オプション価格に内在するリスク回避度を確認できる。

効用関数がベキ型の主観 PDF、効用関数が指数型の主観 PDF を対象として、先行研究と同様にリスク回避度を一定としたうえで、Berkowitz 検定によりリスク回避度を求めた結果を表 2 に示した。表 2 から、相対的リスク回避度はベキ型、指数型共に同様の正の値をとることが読み取れ、投資家は総じてリスク回避的であるであることが分かる。

#### 4.2.2 主観 PDF データの Berkowitz 検定の結果

基礎データを収集する期間がムービング 4 年で、オプション満期までの期間（予測期間）が 10 営業日の主観 PDF データを Berkowitz 検定した LR<sub>3</sub> の P 値からリスク中立 PDF を Berkowitz 検定した LR<sub>3</sub> の P 値を差し引いた結果を図 1 に示した。図 1 の個別の業種を見ると機関投資家と外資系の値が特に高いことがわかる。組み合わせたものも機関投資家や外資系を組み合わせたものが高い傾向にある。また、全期間、安定期、上昇期を比べると、安定期はどの業種、どの組み合わせでも主観 PDF データはリスク中立 PDF より予測力がないが、上昇期はほとんどの業種でリスク中立 PDF よりも予測力がある。このことから、予測する際の相場観が株式市場の方が予測に反映されやすく、オプション市場の方が予測に反映されにくいと考えられる。

#### 4.2.3 Kullback-Leibler 情報量に基づくリスク回避度の推定

全業種の相場観情報を用いて導出した予測期間が 5 営業日の主観 PDF データを用いて節 3.2 に示した手法 (KL 情報量の最小化) に基づいてリスク回避度を推定した結果を図 2 に示した。図 2 から、リスク回

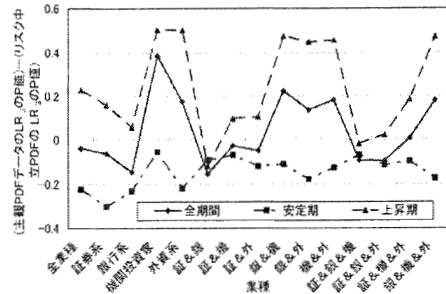


図 1 リスク中立 PDF と主観 PDF データの LR<sub>3</sub> の P 値の比較

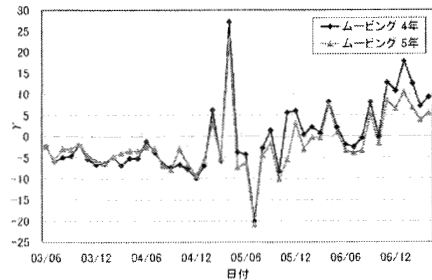


図 2 Kullback-Leibler 情報量によるリスク回避度

避度は全体的に右上がりとなっていることがわかる。同期間において日経 225 平均株価は上昇しており、日経平均が上昇するに従って、オプション価格に内在するリスク回避度は大きくなることを確認される。これは、株式相場が上昇するに従って、オプション市場には相場の反落するリスクが織り込まれていくものと解釈されよう。

## 5. まとめと結語

本研究では、相場観情報から主観 PDF データを構築し、オプション市場の投資家の株価を予測したリスク中立 PDF と予測力について比較した。予測期間が長くなるに従って主観 PDF データの予測力がリスク中立 PDF の予測力を上回ることで、オプション市場にリスク回避度が内在することが確認された。また、本研究で提案したリスク回避度の推定方法に基づく推定結果からは、リスク回避度は長期間に渡って一定ではなく、日経 225 オプション市場に内在するリスク回避度は近年増加している事が確認できた。

## 参考文献

- 1) Robert R. Bliss and Nikolaos Panigirtzoglou: Option-Implied Risk Aversion Estimates, *Journal of Finance*, Vol.59, pp.407-446(2004)