

## 時系列データの天底予測のための非線形予測法

鈴木智也<sup>†</sup> 太田真喜<sup>†</sup>

株価や為替相場などを予測する際、毎回の変動に注目するよりも、その変動がいつ天底(局所的な極大・極小値)をむかえ、それらがどの程度の値になるのかに注目した方が、投資回数を少なくでき効率的である。しかし、天底を予測するには、どうしても長期予測にならざるを得ない。従来では、非線形予測法を繰り返し適用することで長期予測を実現するが、カオスのような非線形データの場合、予測精度は指数関数的に低下する。そこで本研究では、過去の時系列データの中から客観的に天底を抜き出し、その天底データのみを非線形予測法に利用することで、天底予測を短期予測として取り扱う。これにより、従来のような繰り返し型長期予測による天底予測と比較して、予測精度などの観点から有用性を期待できる。そこで、数理モデルを用いたシミュレーションにより本提案手法の有用性を確認し、実際の経済データに対しても本提案手法を適用した結果、良好な結果を得たので報告する。

### Nonlinear Prediction for Top and Bottom Values of Time Series

TOMOYA SUZUKI<sup>†</sup> and MASAKI OTA<sup>†</sup>

To predict stock price and foreign exchange rates, it is efficient to follow only these top and bottom values more than every tick time series from the viewpoint of the number of tradings, especially, for day traders. Top and bottom values of time series have two important information: the timing and the degree of these values. We have to predict the timings and the degrees to make gain. However, because these top and bottom values do not happen frequently, we have to perform long-term prediction. In the case of chaotic time series, it is well known that the prediction errors grow exponentially by long-term prediction.

In the present study, we propose a new prediction method for top and bottom values of time series. We decide top and bottom values numerically, and use only these values for every prediction. By this method, we can consider predictions of top and bottom values as short-term predictions. Moreover, we performed numerical simulations to show the validity of our proposed method with chaotic time series disturbed by observational noise and real time series of foreign exchange rates.

#### 1. はじめに

突然の降水量の急増、大地震の発生、麻疹の患者数の急増など、この実世界にはピークといった突発的な大変動を示す複雑現象が多数存在する。このピークが何時、どのくらいの規模で発生するのかを事前に予測できれば、対応策を講じる猶予を得ることができる。このようなピークを予測するために最もシンプルな方法は、1ステップ予測を反復して行うことで長期予測を実現し、予測された時系列データの中からピークを選ぶ方法である。しかしこの方法は長期予測であるゆえ、反復における各予測での誤差が拡大していく欠点がある。特に、予測対象がカオスのような強い非線形性を有する場合、その予測誤差は指数関数的に拡大していくため予測は困難である。この問題点を鑑み、文献[1][2]では、過去の全データを予測モデルに用いるのではなく、各ピークの状態値とそれらが発生する時間間隔情報のみを予測モデルに用いることで、短期予測として各ピークを予測する方法を提案している。

本研究では、この手法の考え方を参考にピークだけではなく強いトレンドを有するデータ(例えば、経済データ)を効果的に予測する手法を提案する。トレンドとは、しばらくの間、変動の傾向が偏ることを意味する。しばらくは上昇傾向であるが、やがて下降傾向に転じるなどといった状況である。このようなデータには局所的な極大値、極小値が多数存在するが、突発的な変動ではないのでピークと呼ぶよりも、株式用語に習い、極大値を天井、極小値を底と呼ぶことにする。この天底がいつ、どの程度の規模で発生するのかに着目すれば、時系列データの変動を大まかに効率よく把握することができる。しかし、毎回の極大、極小値を天底値とすると数が多い

ぎる場合があるので、どの程度の極大値や極小値から天底と見なすのかについて客観的な決定基準が必要となる。そこで本研究では、SP法<sup>3)</sup>を応用することにより、パラメトリックに天底の決定基準を調節できる方法を考案した(3章)。

天底変動の予測が役立つ対象として、例えば株価や為替取引価格などの経済データがある。特に一般の投資家は、日中チャートを眺め続ける時間的余裕はない。よって、短期的にこまめに投資行動を起こすよりも、長期的な大きなトレンド、つまり天底に着目した方が投資行動をシンプルにできる。単に底値の時に買取引をし、数日後の天井の時に売却引をすれば良い。また、天底の時間間隔をも予測できれば、取引のタイミングを掴み易く、買い損じや売り損じなどの流動性リスクを低下させることも出来るであろう。しかし現状では、天底の予測自体を高精度で出来る見込みは少なく、予測手法を改良しつつ予測精度を向上させていく段階にある。

これらの背景を鑑みつつ、本研究では、先に述べた反復予測型長期予測による天底予測法を“従来法”とし、これに対する新しい天底予測法を提案した(4章)。さらに、この提案法の有用性を調べるために従来法との比較実験を行った(5章)。その際、カオスなどの数理モデルや実際の経済データを用いて広く検証を行った。

#### 2. 非線形予測モデル

予測方法としては、カオス時系列解析<sup>4)</sup>でよく用いられる局所線形近似法<sup>6)</sup>を使い、対象データの近傍点の将来変動を参照することで、対象データの未来を予測するという方法である。この方法ではあらかじめ観測時系列データ $x(t)$ を多次元空間内の軌道 $V(t)$ として表現する必要があるため、次の埋め込み定理<sup>7)8)</sup>を用いる。

$$V(t) = \{x(t), x(t-\tau), x(t-2\tau), \dots, x(t-(d-1)\tau)\} \quad (1)$$

ここで、 $\tau$ は遅れ時間、 $d$ は埋め込み次元である。最適な $\tau$ の決定法として、予測対象の時系列データの自己相関関数が

<sup>†</sup> 同志社大学工学部情報システムデザイン学科  
Department of Information System Design, Faculty of Engineering, Doshisha University

最初にゼロクロスする時間を基準にする方法<sup>4)</sup>があり、また最適な $d$ の決定法として、FNN法(False Nearest Neighbor法)<sup>5)</sup>などが有用である。

次に、作成された軌道 $V(t)$ に対して局所線形近似法を適用し、予測対象点 $V(t)$ と近い点を過去の軌道より $K$ 個探索し、それらを近傍点 $V(t_k)$ 、( $k = 1, 2, \dots, K$ )と呼ぶ。近傍点の1ステップ後の平均値を $V(t)$ の1ステップ予測値 $\hat{V}(t+1)$ とすることにより、 $\hat{V}(t+1)$ は以下のように書ける。

$$\hat{V}(t+1) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K V(t_k+1) = \{\bar{x}(t+1), \dots\} \quad (2)$$

このように、時系列データの1ステップ予測値 $\hat{x}(t+1)$ を得ることができる。以後、予測値には“ $\hat{\cdot}$ ”をつける。

### 3. 天底の決定法

時系列データにおける天底とは、データの一時的な流れが上昇から下降に転じた時を天井と呼び、逆に下降から上昇に転じた時を天井、底と呼ぶ。しかし、時系列データが正弦波のようになめらかでない場合、全ての極大・極小値を天底とすると、時系列データのほとんどが天底になってしまう。そこである程度の閾値を設けて天底を厳選する必要がある。そこで本研究では、天底の客観的な決定基準としてSP法<sup>3)</sup>を応用した。

文献3)によればSP値とは、本来、二つの株銘柄や証券に対する金利差や価格差、または売値と買値の差(スプレッド)のことを意味するが、本研究では単一の時系列データ $x(t)$ のふるまいにSP値を適用することで、対象時系列データ中の天井と底の決定基準を調整する。本来のSP値を $\lambda$ とおくと、売値と買値の差をそれらの平均値で規格化して評価したものであるので、売値を $a$ 、買値を $b$ とすれば、次式で表せる。

$$\lambda = \frac{2(a-b)}{a+b} \quad (3)$$

ただし、 $a \geq b \geq 0$ である。さらに、式(3)を変形すると、

$$a = \frac{2+\lambda}{2-\lambda}b, \quad b = \frac{2-\lambda}{2+\lambda}a$$

となる。ここで、 $i$ 番目に天井または底となる時刻を $t_i$ とすると、例えば $x(t_i)$ が底値であれば、 $b = x(t_i)$ とし、次の天井値を $a = x(t_{i+1})$ と置くことで、 $\lambda$ の変動幅を持つ天底の関係を定めることが出来る。しかし、実際には毎回の天底の幅は一定ではないので、次式を天底の決定条件とする。

もし $x(t_i)$ が底値であれば、次の天井値 $x(t_{i+1})$ は、

$$x(t_{i+1}) \geq \frac{2+\lambda}{2-\lambda}x(t_i) \quad (4)$$

を満たし、もし $x(t_i)$ が天井値であれば、次の底値 $x(t_{i+1})$ は、

$$x(t_{i+1}) \leq \frac{2-\lambda}{2+\lambda}x(t_i) \quad (5)$$

を満たさねばならない。ここで、 $t_{i+1} > t_i$ である。

この手法のメリットは客観的に天底を決められるだけでなく、自由に天底の尺度も決定できる点である。 $\lambda$ の値を操作することで天底の間隔や変動幅を変えられ、 $\lambda$ を大きくするほど時間間隔と変動幅が大きくなり、 $\lambda$ を小さくするほどそれぞれも小さくなる。ただし $\lambda$ の取れる値の範囲は時系列データ $x(t)$ の最大値 $A$ 、最小値 $B$ としたとき次式の範囲に限定される。

$$0 < \lambda < \frac{2(A-B)}{A+B} \quad (6)$$

次に、天底の決定基準である式(4)(5)を用いて具体的に

天底を決める手順を説明する。まず $\lambda$ の値を式(6)の範囲で適当に決め、時系列データ中の適当な値を天底を決定するための開始点として $x(t_0)$ とする。なお、通常は $x(t_0) = x(1)$ と設定する。まず、この開始点 $x(t_0)$ を仮の天底値とみなし、ユーザーが自由に天井値または底値として仮決定しておく。もし $x(t_0)$ を仮に天井値とした場合、次に、 $t > t_0$ の範囲から底値 $x(t_1)$ を決定する。天井値 $x(t_0)$ を式(5)に代入し、条件を満たす底値 $x(t_1)$ を $x(t_0+1)$ から順に探索する。条件を満たした値は、次の底値の候補 $x(\hat{t}_1)$ として保存しておく。ここで、候補値には“ $\hat{\cdot}$ ”を付けて区別している。

さらに、 $t > \hat{t}_1$ の範囲において、条件式(4)を満たす天井値 $x(t_2)$ を $x(\hat{t}_1+1)$ から順に探索する。しかし探索途中にて、 $x(\hat{t}_1)$ 以下の値があれば、それを新しい底値の候補値として更新する。条件式(4)を満たす値が見つければ、天井値の候補値 $x(\hat{t}_2)$ として保存すると同時に、先の底値の候補 $x(\hat{t}_1)$ を、真の底値 $x(t_1)$ として決定する。このように、天底値 $x(t_i)$ において、天井値( $i=1$ )→底値( $i=2$ )→天井値( $i=3$ )→底値( $i=4$ )のように交互に天底が決定していき、次の候補値 $x(\hat{t}_{i+1})$ が出現すると同時に、現候補値 $x(\hat{t}_i)$ が天底値 $x(t_i)$ として最終決定される。以上の作業を時系列データ全体に対して行うことで、 $\lambda$ の値に応じた天底を客観的に決定することができる。

### 4. 天底データの予測手法

次の天井値や底値がいつ、どの程度の値になるのかを予測するために、2章で紹介した非線形予測法が利用できる。しかし、本研究で着目する時系列データは強いトレンドを有するので、時系列データをそのまま埋め込むのではなく、階差をとることでトレンド成分を除去しつつ、変動幅として埋め込むことが一般的に行われる<sup>9)</sup>。さらに、予測開始時刻を $T$ 、予測に用いる過去の時系列データを $x(l)$  ( $l = 1 \sim T$ )とすると、式(1)のターケンスの埋め込み定理<sup>7)8)</sup>により、予測対象点 $V(T)$ は以下のようになる。

$$V(T) = \{\Delta x(T), \Delta x(T-\tau), \Delta x(T-2\tau), \dots, \Delta x(T-(d-1)\tau)\} \quad (7)$$

ここで、 $\Delta x(T) = x(T) - x(T-1)$ である。しかし、天底は頻繁に発生しないため、一般的に長期予測をせざるを得ない。長期予測は、1ステップの予測を反復することで実現できる<sup>4)</sup>。つまり、 $V(T)$ を式(2)に適用することで1ステップ予測値 $\Delta \hat{x}(T+1)$ を求め、さらにこれを $\Delta x(l)$ の最新データとして追加することで予測対象点 $V(T+1)$ を構成し、再度1ステップ予測を行う。これにより、2ステップ予測値 $\Delta \hat{x}(T+2)$ が求まり、同様の操作を繰り返すことで、多ステップ予測値 $\Delta \hat{x}(T+p)$  ( $p = 1, 2, \dots, P$ )を得ることができる。さらに次式より、変動幅の予測値を予測開始点 $T$ 以降の時系列データの振舞いに変更する。

$$\hat{x}(T+p) = x(T) + \sum_{q=1}^p \Delta \hat{x}(T+q) \quad (8)$$

次に、予測開始時刻 $T$ より以前に決定している最新の天底値 $x(t_{i'})$  ( $t_{i'} \leq T$ )を式(4)または式(5)に代入し、3章で紹介した天底の決定法を用いて、多ステップ予測値 $\hat{x}(T+p)$ の中から次の天底の予測値 $\hat{x}(\hat{t}_{i'+1})$ を選出する。これにより、天底の変動幅の予測値 $\Delta \hat{x}(\hat{t}_{i'+1}) = \hat{x}(\hat{t}_{i'+1}) - x(t_{i'})$ を求めることができる。これと同時に、天底の時間間隔の予測値 $\Delta \hat{t}_{i'+1} = \hat{t}_{i'+1} - t_{i'}$ を求めることが出来る。この手法では、次の天底値が決定されるまで予測ステップ数 $P$ を大きくしていく必要があるが、予測は長期になるほど困難であるため、多ステップ予測値 $\hat{x}(T+p)$ の振るまいは乱れていく。例

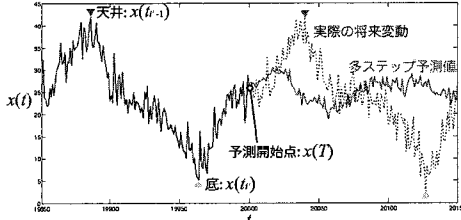


図1 従来法における多ステップ予測値が弱まってしまう様子。この場合、将来の天底の予測値  $\hat{x}(t_{i+1})$  を決定できない。なお、5章で紹介するローレンツ方程式 ( $\Xi = 10[\text{dB}]$ ) の例である。

例えば、図1に示すように、多ステップ予測値の変動が弱まってしまう、次の天底の予測値  $\hat{x}(t_{i+1})$  を決定できない場合があるという問題点がある。さらに、多ステップ予測値にかかる計算コストも大きい。以上の天底予測手法を“従来法”と呼ぶことにする。

次に、従来法のような長期予測を行わずに天底予測を行う手法を提案する。まず、予測開始時刻  $T$  より以前に決定された天底値  $x(t_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, i'$ ) を用いて、式(7)のように埋め込み定理<sup>7)8)</sup>を適用する。なお、天底値のインデックス  $i$  を用いて、天底値  $x(t_i)$  を  $X_i$  と表すと、予測対象点  $V(i')$  は以下のように書ける。

$$V(i') = \{\Delta X_{i'}, \Delta X_{i'-\tau_2}, \Delta X_{i'-2\tau_2}, \dots, \Delta X_{i'-(d_2-1)\tau_2}\} \quad (9)$$

ここで、 $\Delta X_{i'} = X_{i'} - X_{i'-1}$  である。式(9)における遅れ時間、埋め込み次元をそれぞれ  $\tau_2$ ,  $d_2$  と表記する。この予測対象点  $V(i')$  に対して式(2)の局所線形近似法を適用することにより、1ステップの予測をするだけで次の天底の変動幅の予測値  $\Delta \hat{X}_{i'+1}$  を得る。

さらに、天底の時間間隔を予測する場合は、予測開始時刻  $T$  より以前に天底が発生した時刻  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots, i'$ ) に対して式(9)のように埋め込み定理を適用すると、予測対象点  $V(i')$  は以下のように書ける。

$$V(i') = \{\Delta t_{i'}, \Delta t_{i'-\tau_2}, \Delta t_{i'-2\tau_2}, \dots, \Delta t_{i'-(d_2-1)\tau_2}\} \quad (10)$$

この  $V(i')$  に対して、先と同様に式(2)の局所線形近似法を適用することにより、天底の時間間隔の予測値  $\Delta \hat{t}_{i'+1}$  を得ることができる。

この方法は、図1に示すような予測が出来ない問題が起こらないだけでなく、計算コストの面でも従来法より有利である。以上の天底予測手法を“提案法”と呼ぶことにする。提案法では、本来は長期予測を行うものを短期予測として実現しているので、カオスのような軌道不安定性やデータに含まれるノイズにより長期予測が困難なデータに対して有用性を期待できる。次章では、提案法の有用性を確認するために、従来法との比較実験を行う。

## 5. 従来法、提案法の比較実験

### 5.1 実験方法

予測対象データとして、まずカオスの振舞いを示すローレンツ方程式<sup>4)</sup>をルングクッタ法を用いて40,000点作成し、第一変数  $x$  のみを用いた。ルングクッタ法の時間刻み幅は0.01に設定した。なお、ローレンツ方程式は大気変動に関する数理モデルの1つであり、以下のように記述される。

$$\frac{dx}{dt} = -\gamma x + \gamma y, \quad \frac{dy}{dt} = -xz + rx - y, \quad \frac{dz}{dt} = xy - bz$$

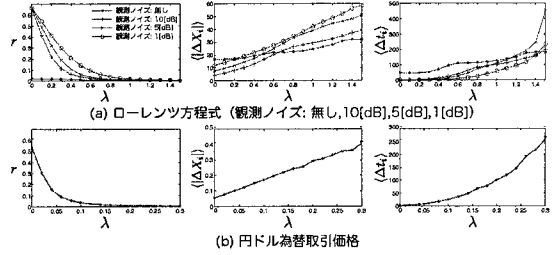


図2  $\lambda$  の値に応じた天底の出現率  $r$ 、天底の変動幅の平均値  $\{|\Delta X_i|\}$ 、天底が出現する時間間隔の平均値  $\{\Delta t_i\}$ 。

各パラメータの値は、 $\gamma = 10$ ,  $r = 28$ ,  $b = 8/3$  とした。さらに、現実存在するデータに近づけるために、次式を用いて正規乱数による観測ノイズを作成し、元データに付加した。

$$\Xi[\text{dB}] = 10 \log_{10} \frac{\sigma_o^2}{\sigma_\xi^2}$$

ここで、 $\sigma_o^2$  は元データの分散、 $\sigma_\xi^2$  は観測ノイズの分散である。本実験では、 $\Xi = \infty[\text{dB}]$  (観測ノイズ無し)、 $\Xi = 10[\text{dB}]$ 、 $\Xi = 5[\text{dB}]$ 、 $\Xi = 1[\text{dB}]$  のデータを用いた。

さらに実データとして、円ドル為替取引価格も予測対象として用いた。このデータは、取引が行われる毎に取引価格が記録されており、1992/10月中の40,000取引データを用いた。

さらにSP値は正の値同士のスプレッドを評価する方法なので、解析対象データを負の値を持たないように変換する必要がある。本研究では、上述の時系列データに対して、最小値を引いたものを解析対象データ  $x(t)$  とした。これにより  $\min\{x(t)\} = 0$  となるので、式(6)で示したSP値の範囲は、いかなる時系列データにおいても  $0 < \lambda < 2$  となる。

各データにおいて、 $\lambda$  を可変させながら、3章の方法により天底を決定した様子を図2に示す。この図では、各データの天底の出現率  $r$ 、天底の変動幅の平均値  $\{|\Delta X_i|\} = \{X_i - X_{i-1}\}$ 、天底が出現する時間間隔の平均値  $\{\Delta t_i\} = \{t_i - t_{i-1}\}$  の計算結果を示している。天底の出現率  $r$  は、天底の出現回数をデータ長で割ることで算出した。 $\lambda$  を大きくすると天底の決定基準(式(4)(5))が厳しくなり、天底の個数が少なくなると同時に、天底の変動幅や時間間隔が大きくなること分かる。

次に、これらのデータに対して従来法および提案法を適用し、天底データの予測精度に関する比較実験を行う。まず、予測開始時刻  $T$  の選び方として、予測にはある程度の過去のデータが必要となるので、時系列データの後半部分よりランダムに400個選出した。さらに、各予測開始時刻  $T$  に対して、従来法および提案法を用いて次の天底の変動幅  $\Delta X_{i'+1}$  および時間間隔  $\Delta t_{i'+1}$  を予測した。

予測精度の評価法として、正解値と予測値の相関係数  $R$  と正規化平均二乗誤差  $E$  を算出した。相関係数  $R$  は1に近いほど予測精度が高く、振舞いの類似度を重点的に評価する。正規化平均二乗誤差  $E$  は予測誤差を直接的に評価し、0に近いほど予測精度が高い。なお、正規化平均二乗誤差が1以上の場合には、予測誤差が真値の標準偏差以上に拡大することを意味する。従来法では、図1に示すように天底の予測自体ができない場合があるという問題点があるため、予測ができなかった回数を予測試行回数 (= 400) で割ることにより、予測失敗率  $m$  を算出する。なお、提案法では常に天底を予測できるので、 $m = 0$  である。また、従来法では予測ができなかった場合を取り除いて、予測精度である  $R$  と  $E$  を算出した。

## 5.2 実験結果

天底の変動幅  $\Delta X_t$  に関する予測結果を図3に、時間間隔  $\Delta t_t$  に関する予測結果を図4に示す。それぞれの結果より得られる知見は以下のとおりである。

従来法では、 $\lambda$  が大きくなるほど予測失敗率  $m$  が増加していく。これは、多ステップ予測においてカオスの有する軌道不安定性が影響するだけでなく、各ステップの予測における近傍点の選択の際、観測ノイズにより最適な近傍点が選べず、予測誤差が拡大するためと考えられる。

しかし、図3,4の(a)に示すように、ノイズの無い純粋なカオスの場合、従来法を用いても予測失敗率  $m$  は小さく、さらに提案法より予測精度は高い。これは、軌道不安定性が従来法の多ステップ予測に与える影響より、提案法において天底変動のみを予測に用いるといった、いわば情報の削減の方が予測精度に悪影響を及ぼすと考えられる。

一方、観測ノイズや実データに含まれる非カオスの要素が含まれると、予測における最適な近傍点を選択することが困難となる。従来法では多ステップ予測の回数が多いほど、近傍点選択の誤りを繰り返してしまい、予測誤差を拡大させてしまう。従来法では、予測に用いる情報を減らす代わりに、近傍点の選択は1回が良い。

その結果、図3,4の(b)~(e)において、概ね提案法の予測精度の方が優れている。特に正規化平均二乗誤差  $E$  の結果より、提案法の有用性は明らかであるが、天底の時間間隔の予測においては、相関係数  $R$  の結果では従来法と提案法に差異は見られない。これは従来法の予測値において、 $|\Delta \hat{X}_t|$  および  $\Delta \hat{t}_t$  が過剰に大きくなりがちであることが原因である。つまり、上昇や下降といった変動の傾向に関する精度については、従来法と提案法に大差は無いが、正規化平均二乗誤差  $E$  により誤差を直接評価すると、従来法において予測値が大きくなりすぎた分が誤差として算出されている。つまり、天底変動の傾向を予測できていたとしても変動幅や時間間隔を過大評価しているため、実際の将来の天底を、天底として認識できずに見過してしまう危険性がある。従来法の予測値が過剰に大きくなる問題は、図1のような天底の予測値を決定できない問題と同様に、多ステップ予測値が不安定になることが原因だと考えられる。

さらに、予測精度以外の提案法の利点として、天底予測を毎回行うことが可能であり、さらに従来法より予測回数を大幅に削減できるので、計算コストの面でも有利である。

## 6. まとめ

本研究では、数理モデルであるローレンツ方程式と実データである円・ドル為替取引価格を解析対象とし、局所線形近似法を用いて天底予測を行った。その際、1ステップ予測を繰り返すこと長期的に次の天底を予測する従来法に対し、過去の天底情報のみを予測に用い、1ステップ予測で次の天底を予測する方法を提案した。さらに、SP法を改良した手法を考案することで過去の天底値を客観的に決定した。

従来法による天底予測では、基本的に長期予測となるので予測難易度が向上し、長期予測値から天底の予測値を決定できないという問題があるが、提案法を用いることによってこの問題を解決することができた。また、実データのようにノイズなど、非カオスの要素が含まれている場合、提案法では局所線形近似法において近傍点選択の誤りを繰り返さないため、従来法より安定した予測を行うことができる。さらに、従来法より予測回数を大幅に削減できるので、計算コストの面でも有利である。

なお、本研究の一部は、文化省科研費若手研究(スタートアップ)(No.18800061)のご支援により行われました。

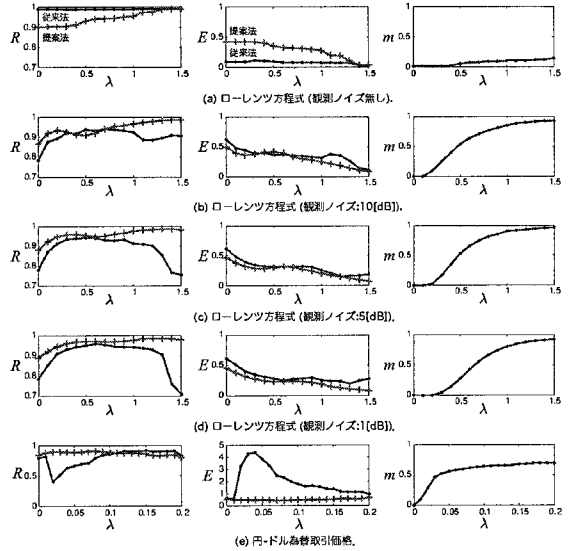


図3 天底の変動幅  $\Delta X_t$  の予測結果と従来法における予測不能率  $m$ 。点線は従来法を表し、十字線は提案法を表している。

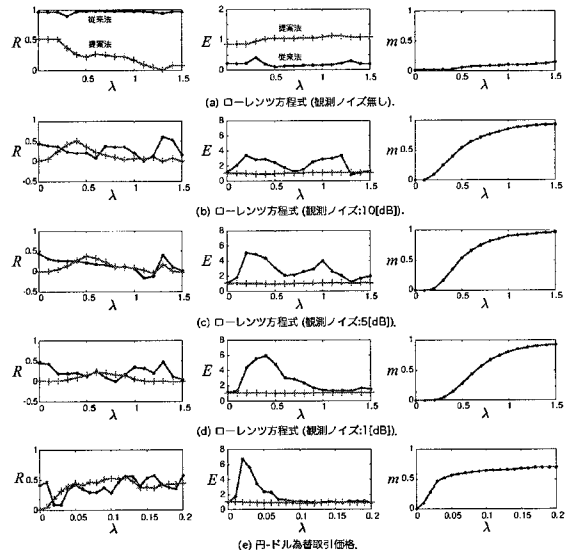


図4 天底の時間間隔  $\Delta t_t$  の予測結果と従来法における予測不能率  $m$ 。点線は従来法を表し、十字線は提案法を表している。

## 参考文献

- 1) Y. Kanno, et. al., Proc. of Int. Sympo. of Nonlinear Theory and its Applications '02, pp.243-246, (2002).
- 2) Y. Kanno, et. al., Proc. of Int. Conf. on Neural Information Processing '02, (2002).
- 3) 滝沢隆安, "SP波動法," パンローリング株式会社, (2001).
- 4) 池口徹ら, "カオス時系列解析の基礎と応用," 産業図書, (2000).
- 5) H. Abarbanel, et. al., Phys. Rev. E **47**(5), 3075, (1993).
- 6) E. Lorenz, J. of the Atmos. Sci. **26**, 636, (1969).
- 7) T. Sauer, et. al., J. of Stat. Phys. **65**(3/4), 579, (1991).
- 8) F. Takens, Lecture Notes in Math. **898**, 366, (1981).
- 9) 松葉育雄, "非線形時系列解析," 朝倉書店, (2000).