アルゴリズム　１７－１４
(1990. 9.29)

上昇型プッシュダウン木オートマトンの標準型に対する一考察

山崎　克典

東京理科大学　理工学部　情報科学科

あらまし　プッシュダウンオートマトン（PDA）の拡張型であるプッシュダウン木オートマトン（PDTA）には下降型と上昇型の２種類が存在する．下降型PDTA（t-PDTA）の受理する木言語の葉言葉はIndexed言語であることが知られている．他方，上昇型PDTA（b-PDTA）については K.M.Schimpf & J.H.Gallier によって導入されたが，これは t-PDTA の概念の異なる書換えに過ぎない．そこで 1989 年山崎によって新たな b-PDTAが導入され，基本的な性質が明らかにされた．ここでは，このような背景のもとで，b-PDTA に対する標準型について考察を加え，今後の議論の簡明化に役立てることを狙いとしている．

Notes on Normal Form of Bottom-Up Pushdown Tree Automata

Katsunori YAMASAKI

Departoment of Information Science,
Facultry of Science and Technology,
Science University of Tokyo

2641,Yamazaki,Noda,Chiba,Japan

Abstract　There are two types of pushdown tree automaton (PDTA).One is the top-down and other is the bottom-up and the frontier language of tree language accepted by the top-down PDTA (t-PDTA) is well known as the indexed language. On the other hand, the bottom-up PDTA (b-PDTA) was introduced by K.M.Schimpf & J.H.Gallier, but this concept is almost as same as the concept of t-PDTA. So K.Yamasaki newly introduced b-PDTA and investigated some basic properties. In this paper, some normal forms of b-PDTA are discussed for further discussion of b-PDTA.

§1．はじめに

近年，W.C.Rounds[4]が提案した文脈自由木文法(Context-Free Tree Grammar;CFTG)をもとにプッシュダウン木オートマトン(Pushdown Tree Automaton;PDTA)の概念が導入された[6][10]．そしてプッシュダウンオートマトン(PDA)が有す基本的な性質が PDTA においても成り立つことが示され，PDTA の受理する木言語のクラスが PDTA のサブクラスである線形スタック PDTA(linear stack PDTA;ls-PDTA)が受理する木言語のクラスと一致することが示された．また，1968 年 A.V.Aho によって導入された Indexed 文法[2]の導出木言語(derivation tree language)が ls-PDTA によって受理され，逆に ls-PDTA によって受理される木言語に対して，導出木の射影がその木言語と一致するような Indexed 文法が常に存在することが示された[11]．そして，この結果 PDTA の受理する木言語（または文脈自由木言語）の葉言葉が Indexed 言語であることが判明した．ところで，以上に述べた PDTA（または CFTG）はルート先読み型，すなわち下降型 PDTA(top-down PDTA;t-PDTA)であったが，この双対概念とも言うべきフロンティア先読み型，すなわち上昇型 PDTA（bottom-up PDTA;b-PDTA）が 1985 年 K.M.Schimpf & J.H.Gallier により提案され[7]，他方，これとは若干異なるb-PDTA が 1989 年山崎[12]によって提案された．

本論文においては，このような背景のもとで，山崎によって提案された b-PDTA には文脈自由文法(CFG)における Chomcky 標準型および Greibach 標準型ときわめて類似した標準型が存在することが示されている．

§2．基本的諸定義

この章では基礎的ともいえる概念および定義について述べる．これらは主としてW.C.Rounds[4]，および山崎[10]~[12]によるものであるので，その詳細は関連する文献を参照されたい．

アルファベットの有限集合をΣ，そしてrをΣ×N(ただしNは自然数)上の関係(relation)とした時，対（Σ,N）はランク化アルファベット(ranked alphabet)と呼ばれる．ここでr(Σ,N)（またはr(σ)=n）であればσのランクはnであるといい，ランクnを持つΣの全要素をΣ_nで表す．なお，∀i，j∈Nに対して，$\Sigma_i \cap \Sigma_j=\phi$である必要性はない．

次に，このようなランク化アルファベット（Σ，r）に対して，集合$\mathcal{T}_\Sigma$を

(1)　$\forall\sigma\in\Sigma_0$ に対して，$\sigma\in\mathcal{T}_\Sigma$，

(2)　$\forall n\ (n\geqq 1)$に対して，もし$t_1,\cdots,t_n\in\mathcal{T}_\Sigma$であり，かつ$\sigma\in\Sigma_n$であれば$\sigma(t_1,\cdots,t_n)\in\mathcal{T}_\Sigma$

を満たす最小の集合と定義する．この時，$\mathcal{T}_\Sigma$をΣ一木（または単に木）と呼ぶ．なお，Σ上の木言語とは$\mathcal{T}_\Sigma$の部分集合のことである．ところで，ランク化アルファベット（Σ，r）と有限集合I（但し$I\cap\Sigma=\phi$）に対して，$\Sigma'=I\cup\Sigma$とする．ここで$\forall\sigma\in I$に対して$r'(\sigma)=0$，$\forall\sigma\in\Sigma$に対して$r'(\sigma)=r(\sigma)$で定義されるランク化アルファベットを（Σ′，r′）とする．この時，$\mathcal{T}_{\Sigma'}$をIによって指標化(indexed)されたΣ一木の集合と呼び，Iによる指標化を強調するために$\mathcal{T}_{\Sigma'}=\mathcal{T}_\Sigma(I)$なる記法を用いる．

更に，ランク化アルファベット（Σ，r）および有限集合B（但し$B\cap\Sigma=\phi$）に対して，集合$\mathcal{T}_{\Sigma<B>}$を

(1)　$\forall b\in B$に対して$b\in\mathcal{T}_{\Sigma<B>}$，

(2)　$\forall\sigma\in\Sigma_0$，$\forall b\in B$に対して$\sigma(b)\in\mathcal{T}_{\Sigma<B>}$，

(3)　$\forall\sigma\in\Sigma_n\ (n\geqq 1)$，$\forall t_1,\cdots,t_n\in\mathcal{T}_{\Sigma<B>}$に対して$\sigma(t_1,\cdots,t_n)\in\mathcal{T}_{\Sigma<B>}$，

を満たす最小の集合と定義する．

また，$u\in\mathcal{T}_\Sigma(X_n{}^\dagger)$およびある順序付けられたΣ一木$(t_1,\cdots,t_n)$に対して，関数Sub$\left[\begin{matrix}t_1,\cdots,t_n\\x_1,\cdots,x_n\end{matrix}\middle|u\right]$またはS$\left[\begin{matrix}t_i\\x_i\end{matrix}\middle|u\right]$をuに関する帰納法で次のように定義する．

(1)　$u=\sigma\ (\sigma\in\Sigma_0)$に対しS$\left[\begin{matrix}t_i\\x_i\end{matrix}\middle|u\right]=\sigma$

(2)　$u=x_j\ (x_j\in X_n)$に対しS$\left[\begin{matrix}t_i\\x_i\end{matrix}\middle|u\right]=t_j$

(3)　$\forall\sigma\in\Sigma_m\ (m\geqq 1)$に対し，もし$u=\sigma$

† 可付番無限集合$X=\{x_1,x_2,\cdots\}$に対して$X_n=\{x_1,\cdots,x_n\}$なる表現を用いる．

$(u_1,\cdots,u_m)$（但し $u_j(1\leqq j\leqq m)\in\mathcal{T}_\Sigma(X_n)$）であれば

$$S\left[\begin{array}{c}t_i\\x_i\end{array}\middle|u\right]=\sigma\left[S\left[\begin{array}{c}t_i\\x_i\end{array}\middle|u_1\right],\cdots,S\left[\begin{array}{c}t_i\\x_i\end{array}\middle|u_n\right]\right]$$

§3．上昇型プッシュダウン木オートマトン

本章では，上昇型プッシュダウン木オートマトン(b-PDTA)の定義及びそれに関連した事項について述べるが，文脈自由木文法(CFTG)(4)(10)，下降型プッシュダウン木オートマトン(t-PDTA)(6)(10)(11)等の概念に読者は熟知されているものと想定して議論を進める．

［定義1］

上昇型プッシュダウン木オートマトン(bottom-up PDTA;b-PDTA)Mとは七つ組のシステム $(Q,\Sigma\cup\{\$\},\Gamma\cup\{\not c\},\delta,q_0,\Pi_M,F)$ のことである．ここで

(1)　Q：状態の有限集合

(2)　Σ：ランク化アルファベット (Σ,r_Σ) で入力アルファベットと呼ばれる．なお，$はΣの要素でない特殊記号で入力底記号と呼ばれる．

(3)　Γ：ランク化アルファベット (Γ,r_Γ) でpd-記号と呼ばれる．なお，¢はΓの要素ではない特殊記号で pd-底記号と呼ばれる．

(4)　q_0：初期状態

(5)　Π_M：pd-初期記号の有限集合（但し $\Pi_M\subseteq\Gamma_0$）．

(6)　F：最終状態の有限集合（但し $F\subseteq Q$）．

(7)　δ：遷移関数で

(a)　$\forall\sigma\in\Sigma_n\cup\{\varepsilon\}\ (n\geqq1)$，$\forall q_i\in Q$，$\forall Z_i\in\Gamma_{k_i}$（但し $1\leqq i\leqq n$）に対し

$$\delta(\sigma,([q_1,Z_1(y_1,\cdots,y_{k_1})],\cdots,[q_n,Z_n(y_{k_1+\cdots+k_{n-1}+1},\cdots,y_{k_1+\cdots+k_n})]))\ni(p,u)$$

（但し $p\in Q$，$u\in\mathcal{T}_{\Gamma}<y_{k_1+\cdots+k_n}\cup\{\not c\}>$）

または

(b)　$\forall\sigma\in\Sigma_0\cup\{\varepsilon\}$，$\forall q\in Q$，$\forall Z\in\Gamma_m$ に対し $\delta(\sigma,[q,Z(y_1,\cdots,y_m)])\ni(p,u)$

（但し $p\in Q$，$u\in\mathcal{T}_{\Gamma}<Y_m\cup\{\not c\}>$）

なお，$Z\in\Gamma_0$ である時は $Z(y_1,\cdots,y_m)=Z$ であるが，ここでは $Z(y_1,\cdots,y_m)=Z(\not c)$ と約束する．

次に，以後の議論を簡明にする為の略記法について述べる．一連の変数列 $y_1,\cdots,y_m$ は，もし m が既知であれば $\vec{y}$ と記し，変数列の集合 $\{y_1,\cdots,y_m\}$ を $\{\vec{y}\}$ と表す．また，$\delta(\sigma,([q_1,Z_1(y_1,\cdots,y_{k_1})],\cdots,[q_n,Z_n(y_{k_1+\cdots+k_{n-1}+1},\cdots,y_{k_1+\cdots+k_n})]))$ における $Z_1(y_1,\cdots,y_{k_1}),\cdots,Z_n(y_{k_1+\cdots+k_{n-1}+1},\cdots,y_{k_1+\cdots+k_n})$ を $Z(\vec{y_1}),\cdots,Z_n(\vec{y_n})$ と略記する．従って，$\delta(\sigma,([q_1,Z_1(\vec{y_1})],\cdots,[q_n,Z_n,(\vec{y_n})]))=\delta(\sigma,([q_1,Z_1(y_{11},\cdots,y_{1k_1})],\cdots,[q_n,Z_n(y_{n1},\cdots,y_{nk_n})]))$ なる表現を便宜的に用いる．

ところで，b-PDTA M に対する計算状況，動作，および受理される木言語は以下のようになる．

［1］　Mの計算状況（configuration）

Mに対する入力木 $t_{<\$>}\in\mathcal{T}_{\Sigma<\$>}$ の根のラベルに入力ヘッドがあり，Mの制御部の状態がq，pd-記憶部の内容が $u_{<\not c>}$ である時の計算状況を $([q,u_{<\not c>}],t_{<\$>})$ で表す．また $t_{<\$>}$ に対する，ある内部フロンティア節を $(n_1,n_2,\cdots,n_\ell)$ とした時，$n_1,\cdots,n_\ell$ を根とする部分木 $t_1,\cdots,t_\ell$ を $([q_1,u_1],t_1),\cdots,([q_\ell,u_\ell],t_\ell)$（但し $1\leqq i\leqq\ell$ に対して $q_i\in Q$，$u_i\in\mathcal{T}_{\Gamma<\not c>}$）で置き換えた木を $t_{<\$>}[([q_1,u_1],t_1),\cdots,([q_\ell,u_\ell],t_\ell)]$ で表し，これを入力木 $t_{<\$>}$ に対するMの計算状況と呼ぶ．

［2］　Mの動作（move）

入力木 $t_{<\$>}$ に対してMが計算状況 $t_{<\$>}[([q_1,u_1],t_1),\cdots,([q_{i1},u_{i1}],t_{i1}),\cdots,([q_{in},u_{in}],t_{in}),\cdots,([q_\ell,u_\ell],t_\ell)]=t'_{<\$>}$ にある時，$t_i=\sigma(t_{i1},\cdots,t_{in})$（但し $\sigma\in\Sigma_n\cup\{\varepsilon\}$ $(n\geqq0)$），$u_{ij}=Z_j(u_{ij1},\cdots,u_{ijh_j})$（但し $1\leqq j\leqq n$ で $Z_j\in\Gamma_{h_j}$）であれば $\delta(\sigma,([q_{i1},Z_1(\vec{y}_1)],\cdots,[q_{in},Z_n(\vec{y}_n)]))\ni(p,v)$ に対

して，Mの計算状況 $t'_{<\$>}$ は入力σによって計算状況 $t'_{<\$>}$ は入力σによって計算状況 $t_{<\$>}[([q_1, u_1], t_1), \cdots, ([p, S\left(\begin{matrix} u_{ijh} \\ y_{jh}\end{matrix}\middle| v\right)], t_i), \cdots, ([q_\ell, u_\ell], t_\ell)$へ動くという．なお，b-PDTA における関係 $\vdash_M$，$\vdash^*_M$ 及び $\vdash^k_M$ は t-PDTA に準じて用いる．

［3］ Mによって受理される木言語

空スタックによって受理される木言語N(M)は以下のように定義される．

$N(M)=\{t\in \mathcal{T}_\Sigma \mid \forall Z_1,\cdots,Z_2\in\Pi_M$ に対し $t_{<\$>}[([q_0, Z_1(\text{¢})], \$), \cdots, ([q_0, Z_2(\text{¢})], \$)] \vdash^*_M ([q, \text{¢}], t_{<\$>})\}$

最後に，本論文で使用するある記法の規約について述べる．ランク化アルファベット (Σ, r_Σ) に対して Σ が単子的(monadic)，すなわち $\Sigma_m=\phi$ $(m\geqq 2)$ である時 $\mathcal{T}_\Sigma$ の要素は $\sigma_1(\sigma_2(\cdots(\sigma_n)\cdots))$（但し σ_i $(1\leqq i\leqq n)\in\Sigma$）の形をしている．ところで $\sigma_1(\sigma_2(\cdots(\sigma_n)\cdots))$ は $\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_n\in\Sigma^*$ と一対一の対応をなし，ほとんど同じ表現である．したがって記号列 $\sigma_1(\sigma_2(\cdots(\sigma_n)\cdots))$ の集合を，本論文では $\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_n$ との対応を考慮し，$(\Sigma)^*$ と記す．また，$\alpha=\sigma_1(\sigma_2(\cdots(\sigma_n)\cdots)), \beta=\sigma'_1(\sigma'_2(\cdots(\sigma'_m)\cdots))$ である時，$\alpha(\beta)=\sigma_1(\sigma_2(\cdots(\sigma_n(\sigma'_1(\sigma'_2(\cdots(\sigma'_m)\cdots))))\cdots))$ であり，変数yに対し $\alpha(y)=\sigma_1(\sigma_2(\cdots(\sigma_n(y)\cdots))$ であるとする．

§4．単一状態線形スタック b-PDTA の標準型

上昇型 PDTA(b-PDTA) によって受理される木言語は，常に b-PDTA のサブセットである単一状態線形スタックb-PDTA(linear stack b-PDTA;lsb-PDTA)† によって受理された(12)．従って b-PDTA の受理する木言語の性質は，その特殊なサブセットである単一状態 lsb-PDTA 上に反映されるので，単一状態 lsb-PDTA の基本的な性質の一つである標準型について，まず考察を加えることにしよう．

4．1 C形標準型

単一状態 b-PDTA における一つの標準型として対称型（symmetric form）が存在したが，単一状態 lsb-PDTA においては次のようになる．†

［定理1］（単一状態 lsb-PDTA の対称型）

任意の単一状態 lsb-PDTA $M=(\{*\},\Sigma\cup\{\$\},\Gamma\cup\{\text{¢}\},\delta,*,S,\phi)$ に対して $N(M')=N(M)$ となる単一状態 lsb-PDTA $M'=(\{*\},\Sigma\cup\{\$\},\Gamma'\cup\{\text{¢}\},\delta',*,S',\phi)$ で，その遷移関数が以下のいずれかの形をしたものが存在する．すなわち $\forall\sigma\in\Sigma_n\cup\{\varepsilon\}, Z_i(1\leqq i\leqq n)\in\Gamma'$ に対し

(1) $\delta'(\sigma,(Z_1(y_1),\cdots,Z_n(y_n)))\ni A(B(y_r))$††

（但し $A\in\Gamma'_1, B\in\Gamma', 1\leqq r\leqq n$）

(2) $\delta'(\sigma,(Z_1(y_1),\cdots,Z_n(y_n)))\ni y_r$

（但し $1\leqq r\leqq n$）

(3) $\delta'(\sigma,(Z_1(y_1),\cdots,Z_n(y_n)))\ni Z_0(\text{¢})$

（但し $Z_0\in\Gamma'_0$）

（なお，(1),(2)における y_r は $Z_r(y_r)=Z_r(\text{¢})$ である時は¢であるとする．）

ところで，単一状態 lsb-PDTA におけるスタックの構造は線形という極めて簡単な構造になっているので，対称形を更に単純化することが可能である．以下，これについて議論を進めることにしよう．

［定理2］

任意の単一状態 lsb-PDTA が受理する木言語 L_Σ（但し $\varepsilon\notin L_\Sigma$）に対して $N(M)=L_\Sigma$ となる単一状態 lsb-PDTA $M=(\{*\},\Sigma\cup\{\$\},\Gamma\cup\{\text{¢}\},\delta,*,S,\phi)$ で，その遷移関数が以下のいずれかの形をしたものが存在する．

---

† 線形スタック b-PDTA とは b-PDTA $M=(Q,\Sigma\cup\{\$\},\Gamma\cup\{\text{¢}\},\delta,q_0,\Pi_M,F$（または$\phi$））において Γ が単子的（すなわち $\Gamma_m=\phi$ $(m\geqq 2)$）である場合をいう．

† 文献(12)における定理4の証明より得られる．

†† 本来 $\delta'(*,\sigma,(Z_1(y_1),\cdots,Z_n(y_n)))\ni(*,A(B(y_r)))$ と記さねばならないが，単一状態の場合は状態＊の情報が既知であるので本文のような略記法を用いる．ところで，$\sigma\in\Sigma_0\cup\{\varepsilon\}$ の時は $(Z_1(y_1),\cdots,Z_n(y_n))=Z_1(y_1)$ または単にZ(y)とし，$Z_i(1\leqq i\leqq n)\in\Gamma'_0$ の時のみ $B\in\Gamma'_0$（この条件を満たす遷移関数(1)を同時形と呼ぶ）である．

(1)　$\delta(\varepsilon, Z(y)) \ni A(B(y))$
(但し$Z, B \in \Gamma, A \in \Gamma_1$)

(2)　$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni y_r$
(但し$\sigma \in \Sigma, Z_i (1 \leqq i \leqq n) \in \Gamma, 1 \leqq r \leqq n$)

（証明）　定理1より$N(M') = L_\Sigma$となる対称型の単一状態 lsb-PDTA $M' = (\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma' \cup \{¢\}, \delta', *, S', \phi)$ が存在する．すなわち，M'における遷移関数は定理1の(1),(2),(3)のいずれかの形をしている．

ところで$\forall \sigma \in \Sigma$に対して(1)の形の遷移関数，すなわち$\delta'(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni A(B(y_r))$ は

$$\begin{cases} \delta'(\varepsilon, Z_r(y)) \ni A_{r1}(B(y)) \\ \delta'(\varepsilon, A_{r1}(y)) \ni A_{r2}(A(y)) \\ \delta'(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, A_{r2}(y_r), \cdots, Z_n(y_n))) \ni y_r \end{cases}$$

なる遷移関数で置き換えることが出来る．更に遷移関数$\delta'(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni Z_0(¢)$ は

$$\begin{cases} \delta'(\varepsilon, Z_1(y)) \ni A_1(Z_1(y)) \\ \delta'(\varepsilon, A_1(y)) \ni A_2(A_1(y)) \\ \delta'(\sigma, (A_2(y_1), Z_2(y_2), \cdots, Z_n(y_n))) \ni y_1 \\ \delta'(\varepsilon, A_1(y)) \ni Z_0(¢) \end{cases}$$

なる遷移関数で置き換えることが出来る．従って$N(M'') = N(M')$ となる単一状態 lsb-PDTA $M'' = (\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma'' \cup \{¢\}, \delta'', *, S'', \phi)$ でその遷移関数が

(1)　$\delta''(\varepsilon. Z(y)) \ni A(B(y))$
(但し$Z, B \in \Gamma'', A \in \Gamma''_1$)

(2)　$\delta''(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni y_r$
(但し$\sigma \in \Sigma, Z_i (1 \leqq i \leqq n) \in \Gamma'', 1 \leqq r \leqq n$)

(3)　$\delta''(\varepsilon, Z(y)) \ni y$ (但し$Z \in \Gamma''$)

(4)　$\delta''(\varepsilon, Z(y)) \ni Z_0(¢)$ (但し$Z \in \Gamma''$, $Z_0 \in \Gamma''_0$)

のいずれかの形をしたものが存在する．

また，このようなM''に対して lsb-PDTA $M_1 = (Q_1, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma^1 \cup \{¢\}, \delta_1, q_0, W_0, \phi)$ (但し$Q_1 = \{*, q_0, q_e\}, \Gamma^1 = \Gamma'' \cup \{W_0\}$) の$\delta_1$を以下のように定める．すなわち

(a1)　$\delta_1(\varepsilon, [q_0, W_0(¢)]) \ni (*, S''(W_0(¢)))$

M''の遷移関数(1),(2),(3)のそれぞれに対して

(a2)　$\delta_1(\varepsilon, [*, Z(y)]) \ni (*, A(B(y)))$

(a3)　$\delta_1(\sigma, ([*, Z_1(y_1)]), \cdots, [*, Z_n(y_n)])) \ni (*, y_r)$

(a4)　$\delta_1(\varepsilon, [*, Z(y)]) \ni (*, y)$

および遷移関数(4)に対して

(a5)　$\delta_1(\varepsilon, [*, Z(y)]) \ni (q_e, y)$

(a6)　$\delta_1(\varepsilon, [q_e, Y(y)]) \ni (q_e, y)$
(但し$\forall Y \in \Gamma''$)

(a7)　$\delta_1(\varepsilon, [q_e, W_0(¢)]) \ni (*, Z_0(¢))$

そして最後に

(a8)　$\delta_1(\varepsilon, [*, W_0(¢)]) \ni (*, ¢)$

とする．このようにして定まるM_1に対して明らかに$N(M_1) = N(M'')$ である．なお，(a1),(a2)および(a4),(a5),(a6)は同タイプの遷移関数であり(a8)を(a4),(a5),(a6)のグループに含ませると，M_1の遷移関数は$p, q \in Q$に対し

(b1)　$\delta_1(\varepsilon, [q, Z(y)]) \ni (p, A(B(y)))$
(但し$Z, B \in \Gamma^1, A \in \Gamma^1_1$)

(b2)　$\delta_1(\sigma, ([*, Z_1(y_1)], \cdots, [*, Z_n(y_n)])) \ni (*, y_r)$

(b3)　$\delta_1(\varepsilon, [q, Z(y)]) \ni (p, y)$ (但し $Z \in \Gamma^1$)

(b4)　$\delta_1(\varepsilon, [q_e, W_0(¢)]) \ni (*, Z_0(¢))$

のいずれかの形をしている．ところで，$\delta_1(\varepsilon, [*, Z_0(¢)]) \ni (p, A(B(¢)))$ であれば$\delta_1(\varepsilon, [q_e, W_0(¢)]) \ni (p, A(B(¢)))$ を，$\delta_1(\sigma, ([*, Z_1(y_1)], \cdots, [*, Z_0(¢)], \cdots, [*, Z_n(y_n)])) \ni (*, y_r)$ であれば$\delta_1(\sigma, ([*, Z_1(y_1)], \cdots, [q_e, W_0(¢)], \cdots, [*, Z_n(y_n)])) \ni (*, y_r)$ を，そして$\delta_1(\varepsilon, [*, Z_0(¢)]) \ni (p, ¢)$ であれば$\delta_1(\varepsilon, [q_e, W_0(¢)]) \ni (p, ¢)$ を追加すれば(b4)は消去出来る．すなわちM_1の遷移関数は(b1),(b2),(b3)のいずれかの形をしている．

以上のような lsb-PDTA M_1 をもとに単一状態 b-PDTA $M_2 = (Q_2, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma^2 \cup \{¢\}, \delta_2, q_{02}, W_{02}, \phi)$ を文献(12)における定理2の証明手順にしたがって求めると，(b1),(b2),(b3)の形をした遷

移関数はそれぞれ

(c1) $\delta_2(\varepsilon, e^{q}(Z(y))) \ni e^{p}(A(B(y)))$†

$\delta_2(\varepsilon, Z^{(q)}(y^{(1)}, \cdots, y^{(\ell)})) \ni A^{(p)}(B^{(1)}(y^{(1)}, \cdots, y^{(\ell)}), \cdots, B^{(\ell)}(y^{(1)}, \cdots, y^{(\ell)}),$

(c2) $\delta_2(\sigma, (e^{*}(Z_1(y_1)), \cdots, e^{*}(Z_n(y_n)))) \ni e^{*}(y_r)$

$\delta_2(\sigma, (Z_1^{(*)}(y_1^{(1)}, \cdots, y_1^{(\ell)}), \cdots, Z_n^{(*)}(y_n^{(1)}, \cdots, y_n^{(\ell)}))) \ni y_r^{(*)}$

(c3) $\delta_2(\varepsilon, e^{q}(Z(y))) \ni e^{p}(y)$

$\delta_2(\varepsilon, Z^{(q)}(y^{(1)}, \cdots, y^{(\ell)})) \ni y^{(p)}$

すなわち，(c1),(c2),(c3)の形式はそれぞれ

(c1)′ $\delta_2(\varepsilon, Z(\vec{y})) \ni A(B_1(\vec{y}), \cdots, B_\ell(\vec{y}))$

(c2)′ $\delta_2(\sigma, (Z_1(\vec{y_1}), \cdots, Z_n(\vec{y_n}))) \ni y_{rj}$

(c3)′ $\delta_2(\varepsilon, Z(\vec{y})) \ni y_j$

である．従って，単一状態 b-PDTA M_2 から単一状態 lsb-PDTA $M_3 = (Q_3, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma^3 \cup \{¢\}, \delta_3, q_{03}, W_{03}, \phi)$ を文献(12)における定理4の証明手順にしたがって求めると，(c1)′,(c2)′,(c3)′の遷移関数はそれぞれ

(d1) $\delta_3(\varepsilon, Z^{(j)}(y)) \ni A^{(p_1)}(B_{p_1}^{(p_2)}(y))$

(d2) $\delta_3(\sigma, (Z_1^{(j_1)}(y_1), \cdots, Z_n^{(j_n)}(y_n))) \ni y_r$††

(d3) $\delta_3(\varepsilon, Z^{(j)}(y)) \ni y$

すなわち

(d1)′ $\delta_3(\varepsilon, Z(y)) \ni A(B(y))$

(但し $Z, B \in \Gamma^3, A \in \Gamma_1^3$)

(d2)′ $\delta_3(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni y_r$

(但し $\sigma \in \Sigma, Z_i(1 \leqq i \leqq n) \in \Gamma^3, 1 \leqq r \leqq n$)

(d3)′ $\delta_3(\varepsilon, Z(y)) \ni y$ (但し $Z \in \Gamma^3$)

の形式となる．

次に，(d3)′の形の遷移関数は CFG における ε 規則の消去手順に準じて消去可能である．すなわち，$\delta_3(\varepsilon, Z(y)) \ni y$ なる遷移関数は

(イ) $\delta_3(\varepsilon, W(y)) \ni Z(C(y))$ に対して $\delta_3(\varepsilon, W(y)) \ni C(y)$ を，

(ロ) $\delta_3(\varepsilon, W(y)) \ni C(Z(y))$ に対して $\delta_3(\varepsilon, W(y)) \ni C(y)$ を，

(ハ) $\delta_3(\varepsilon, W(y)) \ni Z(Z(y))$ に対して $\delta_3(\varepsilon, W(y)) \ni y$ を，

それぞれ，遷移関数として追加し消去することが可能である．ところで $\varepsilon \notin L_\Sigma = N(M_3)$ であるから，以上のような手順を繰り返すことにより，遷移関数は(d1)′,(d2)′および

(d4)′ $\delta(\varepsilon, Z(y)) \ni C(y)$

のいずれかの形をしたものとなる．

ここで，再び $\delta_3(\varepsilon, Z(y)) \ni C(y)$ なる遷移関数は CFG における規則 $Z' \to C'$ の消去に準じて消去可能である．すなわち

$\delta_3(\varepsilon, Z(y)) \ni C_1(y)$

$\delta_3(\varepsilon, C_1(y)) \ni C_2(y)$

⋮

$\delta_3(\varepsilon, C_{m-1}(y)) \ni C_m(y)$

$\delta_3(\varepsilon, C_m(y)) \ni A(B(y))$

となるすべての組合せについて，$\delta_3(\varepsilon, Z(y)) \ni A(B(y))$ なる遷移関数を追加し，(d4)′ $\delta_3(\varepsilon, Z(y)) \ni C(y)$ の形をした遷移関数を消去した単一状態 lsb-PDTA を M とすれば $N(M) = N(M_3) = L_\Sigma$ であり，その遷移関数は，(d1)′,(d2)′のいずれかの形，すなわち定理におけるいずれかの形をしている．（終り）

---

† 状態集合 $Q = \{1, \cdots, \ell\}$ に対して，状態 $i(1 \leqq i \leqq \ell)$ による符号化関数(encode function)e^{i} は以下のように定義される．

(a) $e^{i}(¢) = ¢$

(b) $\forall Z \in \Gamma_0$ に対して $e^{i}(Z(¢)) = Z^{(i)}(¢)$

(c) $\forall y_j \in Y_m (1 \leqq j \leqq m)$ に対して $e^{i}(y_j) = y_j^{(i)}$

(d) $\forall Z \in \Gamma_m (m \geqq 1), u_k (1 \leqq k \leqq m) \in \mathcal{T}_{\Gamma<¢>}(Y_m)$ に対し $e^{i}(Z(u_1, \cdots, u_m)) = Z^{(i)}(e^{1}(u_1), \cdots, e^{1}(u_1), \cdots, e^{1}(u_m), \cdots, e^{1}(u_m))$

†† ここで問題としているのは遷移関数の形式であるので，ここでは $j, p_1, p_2, j_i (1 \leqq i \leqq n)$ については特に説明しない．

定理2における遷移関数 (1) $\delta(\varepsilon, Z(y)) \ni A(B(y))$ は CFG $G'=(N', \Sigma', P' S')$ における規則 $Z' \to A'B'$ (但し $Z', A', B' \in N'$) に，そして遷移関数 (2) $\delta(\sigma, (Z_1(y), \cdots, Z_n(y_n)) \ni y_r$ は $Z' \to \sigma'$ (但し $Z' \in N', \sigma' \in \Sigma'$) に対応している．従って，単一状態 lsb-PDTA Mが定理2における(1),(2)のいずれかの遷移関数を持つ時，Mを単一状態 lsb-PDTA におけるC型標準型（CFG における Chomsky 標準型に準じるという意味で）と呼ぶことにする．

4.2 G形標準型

本説においてはC型標準型を基に，CFG における Greibach 標準型に相当する単一状態 lsb-PDTA の標準型（これをG型標準型と呼ぶ）を求める．

［定義2］

単一状態 lsb-PDTA $M=(\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma \cup \{¢\}, \delta, *, S, \phi)$ において，遷移関数が

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni X_1(X_2(\cdots X_m(y_r)\cdots))$ (但し $\sigma \in \Sigma, m \geq 0, 1 \leq r \leq n$)

の形のみをしている時，MはG型標準型であるという．

ところで，$\forall \sigma \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ および Z_i $(1 \leq i \leq n) \in \Gamma$ に対して

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni \alpha(y_r)$

(但し $\alpha \in (\Gamma)^*, 1 \leq r \leq n$)

なる遷移関数を Z_r 遷移関数†と呼ぶことにする．

［補題1］

単一状態 lsb-PDTA $M=(\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma \cup \{¢\}, \delta, *, S, \phi)$ において

$\delta(\varepsilon, A(y)) \ni B(\alpha(y))$

(但し $A, B \in \Gamma, \alpha \in (\Gamma)^*$)

なる遷移関数がMに存在するとする．また，MにおけるB遷移関数の全集合を R_B とした時，R_B の任意の要素

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, B(y_r), \cdots, Z_n(y_n))) \ni \beta(y_r)$

(但し $\sigma \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}, \beta \in (\Gamma)^*$)

に対して

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, A(y_r), \cdots, Z_n(y_n)))$
$\ni \beta(\alpha(y_r))$

となる遷移関数の集合を R'_B とする．

この時，Mから遷移関数 $\delta(\varepsilon, A(y)) \ni B(\alpha(y))$ を除き R'_B を付加した単一状態 lsb-PDTA

$M'=(\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma \cup \{¢\}, \delta', *, S, \phi)$

に対して $N(M')=N(M)$ である．

（証明） $\forall \sigma(t_1, \cdots, t_n) \mathcal{T}_{\Sigma\langle\$\rangle}$ に対してMにおける計算状況が

$\eta = \sigma(([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, A(\gamma_r(¢))], t_r), \cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n))$

(但し $\gamma_i (1 \leq i \leq n) \in (\Gamma)^*$)

である時，η に遷移関数

$\delta(\varepsilon, A(y)) \ni B(\alpha(y))$

が適用され，次いで

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, B(y_r), \cdots, Z_n(y_n))) \ni \beta(y_r)$

が適用されれば

$\eta \vdash_M \sigma(([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, B(\alpha(\gamma_r(¢)))], t_r), \cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n))$

$\vdash_M ([*, \beta(\alpha(\gamma_r(¢)))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$

である．他方，M' において η に遷移関数

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, A(y_r), \cdots, Z_n(y_n)))$
$\ni \beta(\alpha(y_r))$

が適用されれば

$\eta \vdash_{M'} ([*, \beta(\alpha(\gamma_r(¢)))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$

である．逆についても全く同様のことが言える．

（終わり）

［補題2］

単一状態 lsb-PDTA $M=(\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma \cup \{¢\}, \delta, *, S, \phi)$ において，A遷移関数の中で左回帰的 (left recursive)†な遷移関数の全集合を

$\delta(\varepsilon, A(y)) \ni A(\alpha_i(y))$ $(1 \leq i \leq r)$

とし，これら以外のA遷移関数の集合を

$\delta(\sigma_i, (Z_{i1}(y_1), \cdots, A(y_{r_i}), \cdots, Z_{in_i}(y_{n_i})))$
$\ni \beta_i(y_{r_i})$ $(1 \leq i \leq s)$

(但し $1 \leq i \leq s$ に対し $\sigma_i \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}, \beta_i \in (\Gamma)^*$)

---

† CFG $G=(N, \Sigma, P, S)$ における規則 $Z \to \beta$ をZ生成規則と呼ぶが，これに対応した呼び方である．なお，$\sigma \in \Sigma_n (n \geq 2)$ に対して $\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_i(¢), \cdots, Z_j(¢), \cdots, Z_n(y_n)) \ni \alpha(¢)$ (但し $\alpha \in (\Gamma)^*$) なる遷移関数の場合は Z_i または Z_j 遷移関数と呼ぶことにする．

† 単一状態 lsb-PDTA において，$\delta(\varepsilon, A(y)) \ni A(\alpha(y))$ なる遷移関数を左回帰的な遷移関数と呼ぶ．

とする．ここで，$M'=(\{*\},\Sigma\cup\{\$\},\Gamma\cup\{W\}\cup\{\text{¢}\},\delta',*,S,\phi)$ をMの遷移関数の全てのA遷移関数を以下の遷移関数

(1) $1\leqq i\leqq s$ に対して

$$\delta'(\sigma_i,(Z_{i1}(y_1),\cdots,A(y_{r_i}),\cdots,Z_{in_i}(y_{n_i})))\ni\beta_i(y_{r_i})\mid\beta_i(W(y_{r_i}))$$

(2) $1\leqq i\leqq r$ に対して

$$\delta'(\varepsilon,W(y))\ni\alpha_i(y)\mid\alpha_i(W(y))$$

で置き換えた単一状態 lsb-PDTA とする．この時，$N(M')=N(M)$が成り立つ．

（証明） $N(M)\subseteq N(M')$： $\forall t\in N(M)$に対して

$$t_{<\$>}[([*,S_{(1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell_0)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell_1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell)}(\text{¢})],\$)]^{\dagger}$$

$$\overset{*}{\vdash}_{M} t_{<\$>}[([*,Z_{i1}(\gamma_1(\text{¢}))],t_1),\cdots,([*,Z_{in_i}(\gamma_{n_i}(\text{¢}))],t_{n_i}),([*,S_{(\ell_0+1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell_1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell)}(\text{¢})],\$)]$$

$$\overset{*}{\vdash}_{M} t_{<\$>}[([*,Z_{i1}(\gamma'_1(\text{¢}))],t_1),\cdots,([*,Z_{in_i}(\gamma'_{n_i}(\text{¢}))],t_{n_i}),([*,S_{(\ell_0+1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell_1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell)}(\text{¢})],\$)]$$

(Z_{i1}〜Z_{in_i}の中でAとなるものについて左回帰的なA遷移関数を適用した場合の動作結果である．従って，$1\leqq j\leqq n_i,1\leqq j_1,\cdots,j_{m_j}\leqq r$ に対して (イ) $Z_{ij}=A$であれば$\gamma'_j=\alpha_{j_1}(\alpha_{j_2}(\cdots\alpha_{j_{m_j}}(\gamma_j)\cdots))$

(ロ) $Z_{ij}\neq A$であれば$\gamma'_j=\gamma_j$ である．††)

$$\vdash_{M} t_{<\$>}[([*,\beta_i(\gamma'_{r_i}(\text{¢}))],\sigma_i(t_1,\cdots,t_{n_i})),([*,S_{(\ell_0+1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell_1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell)}(\text{¢})],\$)]$$

（遷移関数$\delta(\sigma_i,(Z_{i1}(y_1),\cdots,Z_{in_i}(y_{n_i})))\ni\beta_i(y_{r_i})$††† の適用）

† $S_{(j)}$は左からj番目のSを表している．

†† ここで $Z_{ir_i}=A$ を想定してはいない．

††† A遷移関数とは限らないことに注意されたい．

$$\overset{*}{\vdash}_{M} t_{<\$>}[([*,\gamma''_{r_i}(\text{¢})],t'),([*,S_{(\ell_1+1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell)}(\text{¢})],\$)]$$

（但し$\gamma''_{r_i}=\gamma'_{r_i}$または$\gamma''_{r_i}\neq\gamma'_{r_1}$）†

$$\overset{*}{\vdash}_{M}([*,\text{¢}],t_{<\$>})$$

なる動作が存在したとする．この時，M'においては

$$t_{<\$>}[([*,S_{(1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell_0)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell_1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell)}(\text{¢})],\$)]$$

$$\overset{*}{\vdash}_{M'} t_{<\$>}[([*,Z_{i1}(\gamma_1(\text{¢}))],t_1),\cdots,([*,Z_{in_i}(\gamma_{n_i}(\text{¢}))],t_{n_i}),([*,S_{(\ell_0+1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell_1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell)}(\text{¢})],\$)]=\eta_1$$

なる動作に対して

(a) $Z_{ir_i}=A$である時(この場合$\gamma'_{r_i}=\alpha_{r_i1}(\alpha_{r_i2}(\cdots\alpha_{r_im_{r_i}}(\gamma_{r_i}(\text{¢}))\cdots))$である)，遷移関数

$$\delta'(\sigma_i,(Z_{i1}(y_1),\cdots,A(y_{r_i}),\cdots,Z_{in_i}(y_{n_i})))\ni\beta_i(W(y_{r_i}))$$

が適用されれば

$$\eta_1\vdash_{M'} t_{<\$>}[([*,\beta_i(W(\gamma_{r_i}(\text{¢})))],\sigma_i(t_1,\cdots,t_{n_i})),([*,S_{(\ell_0+1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell_1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell)}(\text{¢})],\$)]$$

$$\overset{*}{\vdash}_{M'} t_{<\$>}[([*,\gamma''_{r_i}(\text{¢})],t'),([*,S_{(\ell_1+1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell)}(\text{¢})],\$)]=\eta_2$$

（但し$\gamma''_{r_i}=W(\gamma_{r_i})$ または$\gamma''_{r_i}\neq W(\gamma_{r_i})$）

(イ) $\gamma''_{r_i}\neq W(\gamma_{r_i})$ であるならば

$$\eta_2\overset{*}{\vdash}_{M'}([*,\text{¢}],t_{<\$>})$$

となり，$t\in N(M')$ が結論される．

(ロ) $\gamma''_{r_i}=w(\gamma_{r_i})$ であるならば遷移関数

† $\forall\gamma\in(\Gamma)^*$ に対して
$\eta=t'[([*,\beta_i(\gamma(\text{¢}))],\sigma_i(t_1,\cdots,t_{n_i})),([*,S_{(\ell_0+1)}(\text{¢})],\$),\cdots,([*,S_{(\ell_1)}(\text{¢})],\$)]$
とした時，$\gamma''_{r_i}=\gamma_{r_i}$ の場合は
$\eta\overset{*}{\vdash}_{M}([*,\gamma(\text{¢})],t')$
であり，$\gamma''_{r_i}\neq\gamma_{r_i}$ の場合は
$\eta\overset{*}{\vdash}_{M}([*,\gamma''_{r_i}(\text{¢})],t')$
である点に注意されたい．

$\delta'(\varepsilon, W(y)) \ni \alpha_i(y) | \alpha_i(W(y))$

(但し $1 \leqq i \leqq r$)

を適用することにより

$\eta_2 \vdash^{*}_{M'} t_{<\$>}[([*, \alpha_{r_i 1}(\alpha_{r_i 2}(\cdots \alpha_{r_i m_{r_i}}(\gamma_{r_i} \cdots))], t'), ([*, S_{(\ell_1+1)}(\phi)], \$), \cdots, ([*, S_{(\ell)}(\phi)], \$)]$

$= t_{<\$>}[([*, \gamma'_{r_i}(\phi)], t'), ([*, S_{(\ell_1+1)}(\phi)], \$), \cdots, ([*, S_{(\ell)}(\phi)], \$)]$

$\vdash^{*}_{M'} ([*, \phi], t_{<\$>})$

となり，$t \in N(M')$が結論される．

(b) $Z_{i r_i} \neq A$である時（この場合$\gamma'_{r_i} = \gamma_{r_i}$である），遷移関数

$\delta(\sigma_i, (Z_{i1}(y_1), \cdots, Z_{in_i}(y_{n_i}))) \ni \beta_i(y_{r_i})$

が適用されれば

$\eta_1 \vdash_{M'} t_{<\$>}[([*, \beta_i(\gamma_{r_i}(\phi))], \sigma_i(t_1, \cdots, t_{n_i})), ([*, S_{(\ell_0+1)}(\phi)], \$), \cdots, ([*, S_{(\ell_1)}(\phi)], \$), \cdots, ([*, S_{(\ell)}(\phi)], \$)]$

$\vdash^{*}_{M'} t_{<\$>}[([*, \gamma''_{r_i}(\phi)], t'), ([*, S_{(\ell_1+1)}(\phi)], \$), \cdots, ([*, S_{(\ell)}(\phi)], \$)] = \eta_3$

(但し$\gamma''_{r_i} = \gamma_{r_i}$ または$\gamma''_{r_i} \neq \gamma_{r_i}$)

となる．ここで

(イ) $\gamma''_{r_i} \neq \gamma_{r_i}$であるならば(a)(イ)の場合と同様に

$\eta_3 \vdash^{*}_{M'} ([*, \phi], t_{<\$>})$

となり，$t \in N(M')$ が結論される．

(ロ) $\gamma''_{r_i} = \gamma_{r_i}$であるならば$\gamma'_{r_i} = \gamma_{r_i}$であるから

$\eta_3 = t_{<\$>}[([*, \gamma'_{r_i}(\phi)], t'), ([*, S_{(\ell_1+1)}(\phi)], \$), \cdots, ([*, S_{(\ell)}(\phi)], \$)]$

$\vdash^{*}_{M'} ([*, \phi], t_{<\$>})$

となり，$t \in N(M')$が結論される．

以上の結果$N(M) \subseteq N(M')$が結論される．まったく同様にして$N(M') \subseteq N(M)$が結論でき，結局$N(M') = N(M)$が成り立つ．（終り）

［定理３］

任意の単一状態 lsb-PDTA によって受理される木言語L_Σに対して$N(M) = L_\Sigma$となるG形標準型の単一状態 lsb-PDTA Mが常に存在する．

（証明） CFGにおける Greibach 標準型の導出[9]とほぼ同じ手順によって証明出来るので，概要について述べる．

$M_0 = (\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma^0 \cup \{\phi\}, \delta_0, *, S, \phi)$をN$(M_0) = L_\Sigma$となるC型標準型の単一状態lsb-PDTA とし，$\Gamma^0 = \{A_1, A_2, \cdots, A_m\}$とする．そして$M_0$ における遷移関数

(イ) $\delta_0(\varepsilon, Z(y)) \ni A(B(y))$

(但し $Z, B \in \Gamma^0, A \in \Gamma^0_1$)

(ロ) $\delta_0(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni y_r$

(但し $\sigma \in \Sigma, Z_i (1 \leqq i \leqq n) \in \Gamma^0, 1 \leqq r \leqq n$)

の修正および追加を以下のように行う．

(1) A_1遷移関数の中で左回帰的な遷移関数，すなわち$\delta_0(\varepsilon, A_1(y)) \ni A_1(B(y))$の形をした遷移関数の全集合を補題２に従って置き換えた単一状態 lsb-PDTA を$M_1 = (\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma^1 \cup \{\phi\}, \delta_1, S, \phi)$ とすればN$(M_1) =$ N(M_0)で M_1 の遷移関数は

(a) $\delta_1(\varepsilon, A_1(y)) \ni A_j(\gamma_1(y))$ (但し $j \geqq 2, \gamma_1 \in (\Gamma^1)^+$) の形をした遷移関数

(b) $\delta_1(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni \beta_1(y_r)$ (但し$\sigma \in \Sigma, \beta_1 \in (\Gamma^1)^*$)の形をした$A_1$遷移関数

(c) $\delta_1(\varepsilon, w(y)) \ni \alpha_1(y)$ (但し$W \in \Gamma^1 - \Gamma^0, \alpha_1 \in (\Gamma^0)^+$) の形をした遷移関数

(d) M_0 における$A_2, \cdots, A_m$ 遷移関数

から成っている．

(2) 次に，M_1 においてA_2遷移関数の中で$\delta_1(\varepsilon, A_2(y)) \ni A_1(B(y)$ の形をした遷移関数をすべて補題１に従って置き換えた単一状態 lsb-PDTA を$M'_2 = (\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma^1 \cup \{\phi\}, \delta'_2, *, S, \phi)$とすれば，N$(M'_2) =$ N(M_1)で，M'_2の遷移関数は

(a′) (1)における(a), (b), (c)の遷移関数

(b′) $\delta'_2(\varepsilon, A_2(y)) \ni A_j(\gamma'_2(y))$ (但し $j \geqq 2, \gamma'_2 \in (\Gamma^1)^+$) の形をした遷移関数

(c′) $\delta'_2(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni \beta'_2(y_r)$ (但し$\sigma \in \Sigma$, $\beta'_2 \in (\Gamma^1)^*$) の形をした$A_2$遷移関数

(d′) M_0 における$A_3, \cdots, A_m$ 遷移関数

から成っている．更に(1)と同様，$\delta'_2(\varepsilon, A_2(y)) \ni A_2(\gamma'_2(y))$ の形をした遷移関数の全体集合を補題2に従って置き換えた単一状態 lsb-PDTA を $M_2 = (\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma^2 \cup \{¢\}, \delta_2, S, \phi)$ とすれば$N(M_2) = N(M'_2)$ でM_2 の遷移関数は

(a) $\delta_2(\varepsilon, A_i(y)) \ni A_j(\gamma_2(y))$ (但し $1 \leqq i \leqq 2, i < j, \gamma_2 \in (\Gamma^2)^+$) の形をした遷移関数

(b) $\delta_2(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni \beta_2(y_r)$ (但し$\sigma \in \Sigma$, $\beta_2 \in (\Gamma^2)^*$)の形をした$A_i (1 \leqq i \leqq 2)$遷移関数

(c) $\delta_2(\varepsilon, w(y)) \ni C(\alpha_2(y))$ (但し$W \in \Gamma^2 - \Gamma^0$, $C \in \Gamma^0$, $\alpha_2 \in (\Gamma^2)^*$)の形をした遷移関数

(d) M_0 における$A_3, \cdots, A_m$ 遷移関数

から成っている．従って，この様な手順を繰り返し，単一状態 lsb-PDTA $M_m = (\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma^m \cup \{¢\}, \delta_m, *, S, \phi)$ (但し $m \geqq 3$)を順次求めれば，$N(M_m) = N(M_{m-1}) = \cdots = N(M_2)$ で，M_mの遷移関数は

(a) $\delta_m(\varepsilon, A_i(y)) \ni A_j(\gamma_m(y))$ (但し $1 \leqq i \leqq m-1, i < j, \gamma_m \in (\Gamma^m)^+$) の形をした遷移関数

(b) $\delta_m(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni \beta_m(y_r)$ (但し$\sigma \in \Sigma$, $\beta_m \in (\Gamma^m)^*$) の形をした$A_i (1 \leqq i \leqq m)$ 遷移関数

(c) $\delta_m(\varepsilon, W(y)) \ni C(\alpha_m(y))$ (但し$W \in \Gamma^m - \Gamma^0$, $C \in \Gamma^0$, $\alpha_m \in (\Gamma^m)^*$) の形をした遷移関数

から成っている．ところで，A_m 遷移関数は(b)の形のみであることに注意すれば，補題1の手順に従って(a)の形をしたA_{m-1} 遷移関数をすべて(b)の形をした遷移関数に置き換えることが出来る．そして，全く同様の手順で，(a)の形をした$A_{m-2}, \cdots, A_1$ 遷移関数を(b)の形をした遷移関数に置き換えることが出来る．

また，(c)の形をした遷移関数，すなわち$\delta_m(\varepsilon, W(y)) \ni C(\alpha_m(y))$ のCはΓ^0の要素であるから補題1に従って遷移関数の置き換えを行えば(b)の形をした遷移関数とすることが出来る．従って，以上のような手順によって得られる単一状態 lsb-PDTA $M = (\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma \cup \{¢\}, \delta, *, S, \phi)$ は(b)の形をした遷移関数のみから成り，$N(M) = N(M_m) = \cdots = N(M_0) = L_\Sigma$ であるから定理が成り立つ．　　　　　　　　　　　　　　　　　(終り)

§5. おわりに

上昇型プッシュダウン木オートマトン (b-PDTA) には文脈自由文法(CFG)における Greibach 標準型とほぼ同形の標準型が存在することが示された．この理由は本論文中における説明でも明らかなように b-PDTA が単一状態線形スタック b-PDTA (単一状態 lsb-PDTA)と等価であることに大きく依存していることは言うまでもない．ここで示された標準型が今後の議論展開に一助となれば幸いである．

参考文献

(1)J.W.Thatcher : "Characterizing derivation trees of context-free grammars through a generalization of finite automata theory", J.Comput.& Syst. Sci., 1,pp.317-322(1967).
(2)A.V.Aho : "Indexed Grammars-An extension of context-free grammars",J.ACM,15,4, pp.647-671(1968).
(3)J.W.Thatcher : "Generalized sequential machine maps",J.Compute.& Syst.Sci.,4, pp.339-367(1970).
(4)W.C.Rounds : "Mappings and grammars on trees",Math. Syst.Theory,4.3,pp.257-287 (1970).
(5)M.J.Fischer : "Grammars with MACRO-like productions",Proc.9-th IEEE symp.on Switching and Automata Theory, pp.131-142 (1968).
(6)I.Guessarian : "On Pushdown Tree Automata", Proceedings of 6th CAAP,Genoa,Lecture Notes in Computer Science,Springer-Verlag, pp.211-223(1981).
(7)K.M.Schimpf & J.H.Gallier : "Tree Pushdown Automata",J.Comput.&Syst.Sci.,30,pp.25-40 (1985).
(8)A.V.Aho,et.al. : "Currents in The Theory of Computing ",Prentice-Hall(1973).
(9)J.E.Hopocroft and J.D.Ullman :"Introduction to Automata Theory,Languages,Computation",Addison-Wesley(1979).
(10)山崎克典 : "プッシュダウン木オートマトンと文脈自由木文法の基本的性質ープッシュダウンオートマトンと文脈自由文法の拡張", 信学論(D),J71-D,9,pp.1580-1591(S.63-09).
(11)山崎克典 : "プッシュダウン木オートマトン(PDTA)とIndexed文法の関係", 信学論(D), J71-D,12,pp.2485-2497(S.63-12).
(12)山崎克典 : "上昇型プッシュダウン木オートマトンの基本的性質", 信学論(D-I),J72-D-I,5, pp.317-326(H.1-05).