

# Horn Sentence の評価 とその制御

大谷木 重夫

## あらすじ

本論文では Horn Sentence の評価を Horn sentence で制御する方法を提案する。方針としては Pratt の Dynamic logic を若干修正したものを制御言語として設定し、それを再度 Horn Sentence に翻訳する方法をとる。表現能力を確かめるために Horn Sentence の prover 他 2, 3 の例に当ててみた。

## 1. はじめに

宣言文と実行文の橋渡しをするものとして Horn Sentence に注目を集めてこる。ここでその意義について詳しく述べている余裕がないので省略するが、本研究の目的は次の二点にある。

- (i) Hardware の技術進歩と Architecture 上の変革を規定した場合、その評価方式に並列処理機能をもち込む必要がある。
- (ii) 人工知能実現の核となる推論機能の強化のためには豊かな推論制御構造をもち込む必要がある。

Horn Sentence 自身は primitive な並列評価方法を表明しているが、問題を Horn Sentence で宣言型で記述し、その primitive な評価方法に基づいて評価したのでは有効な推論は実現し得ない。従って何等かの制御が必要である。そこで新たに制御言語を設定しようという考えが生まれる。本論文では Dynamic logic を採用することとした。その理由は、

- (i) Horn sentence の自然な評価から Dynamic logic のプログラムを得られることである。
- (ii) 並列性を明示することができる。
- (iii) Debugging program が書ける。

の三点である。  
ところでオリジナルな言語とその Controller が全く別であるというのは、いかに極端な不変なことである。即ち

- (i) Controller の Controller を書くのはどうなるか？
- (ii) Hardware 側から見れば場合、2つの異なる言語を同時に受け入れなければならない

はい。

ところで Horn sentence はそれ自体が primitive な並列処理機能を表現している  
のであるからその機能を用いれば制御文を Horn sentence で書き、実行をその  
primitive な並列処理機能にまかせる方が、全体の evaluator を設計する上で  
は簡明である。これが Dynamic logic のプログラムを更に Horn sentence に翻訳  
する理由である。

もちろんそれなら最初から制御を含めて Horn sentence で書いた方が簡単では  
ないかという素朴な疑問が生ずるが、それはやはりわけがらわしいものである。

近い将来

「プログラムを書く = Controller を書く」

というテーゼが実現するのではないかというのが私個人の勝手な想定である。

## 2. Dynamic logic の model としての Horn logic world

ここではまず最も簡単な Dynamic logic として regular first order  
Dynamic logic を述べ、その model を Horn logic の上に作り上げる。

RG を regular program の全体、RGDL を論理式の全体としてそれを次のよ  
うに定義する。

[定義 1]

- 1)  $a$ : atomic function symbol  $\Rightarrow a \in RG$
- 2)  $p \in RGDL \Rightarrow p? \in RG$
- 3)  $\alpha, \beta \in RG \Rightarrow \alpha^*, \alpha \cup \beta, \alpha ; \beta \in RG$
- 4)  $p$ : atomic formula  $\Rightarrow p \in RGDL$
- 5)  $p, q \in RGDL \wedge \alpha \in RG \Rightarrow p \vee q, \exists x p, \neg p, \langle \alpha \rangle p \in RGDL$

次に RGDL の model 解釈を述べよう。

[定義 2]

triple  $\langle D, m, U \rangle$  が RGDL の model であるとは

- 1)  $D \neq \emptyset$
- 2)  $U \subset \{I \mid I; \{p_\alpha\} \rightarrow 2^D\}$   
但し  $a_1, \dots, a_n$ : atomic function symbol  
 $p_\alpha$ : atomic predicate

とすると

$$m(p?) = \{(I, I) \mid I \models p\}$$

$$m(\alpha; \beta) = m(\alpha) \circ m(\beta)$$

$$m(\alpha \cup \beta) = m(\alpha) \cup m(\beta)$$

$$m(\alpha^*) = m(\alpha)^*$$

- 3)  $p$  が atomic formula のとき

$$I \models p \equiv_{fD} I(p) \equiv 1 \text{ or } D$$

- 4)  $P, Q \in RGDL \wedge \alpha \in RG$  のとき

$$I \models \neg P \equiv_{fD} I \models P \text{ が成立しない}$$

$$I \models P \vee Q \equiv_{fD} I \models P \vee I \models Q$$

$$I \models P \wedge Q \equiv_{fD} I \models P \wedge I \models Q$$

$$I \models \exists x P \equiv_{fD} \exists d \in D \quad P(d)$$

$$I \models \langle \alpha \rangle P \equiv_{fD} \exists J (I, J) \in m(\alpha)$$

次に与えられた Horn sentence から R G D L の model を構成する方法を述べよう。

Horn sentence の一つの部分系として

$$\begin{cases} P_1(\alpha_{11}x) \wedge \dots \wedge P_n(\alpha_{1n}x) \Rightarrow P_1(\beta_{11}x) \wedge \dots \wedge P_n(\beta_{1n}x) \\ \vdots \\ P_1(\alpha_{m1}x) \wedge \dots \wedge P_n(\alpha_{mn}x) \Rightarrow P_1(\beta_{m1}x) \wedge \dots \wedge P_n(\beta_{mn}x) \\ P_1(\gamma_1x) \wedge \dots \wedge P_n(\gamma_nx) \end{cases} \quad \text{--- (I)}$$

を仮定する。

これに対し実行の各ステップを識別するために

$$\begin{cases} P_1(s, \alpha_{11}x) \wedge \dots \wedge P_n(s, \alpha_{1n}x) \Rightarrow P_1(s\alpha_{11}, \beta_{11}x) \wedge \dots \wedge P_n(s\alpha_{11}, \beta_{1n}x) \\ \vdots \\ P_1(s, \alpha_{m1}x) \wedge \dots \wedge P_n(s, \alpha_{mn}x) \Rightarrow P_1(s\alpha_{m1}, \beta_{m1}x) \wedge \dots \wedge P_n(s\alpha_{m1}, \beta_{mn}x) \\ P_1(s_0, \gamma_1x) \wedge \dots \wedge P_1(s_0, \gamma_nx) \end{cases} \quad \text{--- (II)}$$

なる Horn sentence を考える。

H を Horn sentence I に対する Herbrand world とし  $D = \cup H^m$  と定義しよう。また

$$\begin{aligned} \hat{S}_0(P_1)(x) &\equiv_{fD} x \in \gamma_1(D) \\ &\vdots \\ \hat{S}_0(P_n)(x) &\equiv_{fD} x \in \gamma_n(D) \end{aligned}$$

とし、

いま  $\eta$  が

$$\begin{aligned} \eta(P_1)(x) &\equiv x \in \delta_1(D) \\ &\vdots \\ \eta(P_n)(x) &\equiv x \in \delta_n(D) \end{aligned}$$

であるとき

$$\begin{aligned} \eta \hat{a}_j(P_1)(x) &\equiv_{fD} x \in \beta_{j1} \{ \alpha_{j1}^{-1} \overline{\alpha_{j1} \delta_1(D)} \cap \dots \cap \alpha_{jn}^{-1} \overline{\alpha_{jn} \delta_n(D)} \} \\ &\vdots \\ \eta \hat{a}_j(P_n)(x) &\equiv_{fD} x \in \beta_{jn} \{ \alpha_{j1}^{-1} \overline{\alpha_{j1} \delta_1(D)} \cap \dots \cap \alpha_{jn}^{-1} \overline{\alpha_{jn} \delta_n(D)} \} \end{aligned}$$

ここで  $\alpha\beta$  は  $\alpha, \beta$  の pullback

と定める。

また  $a_i$  を atomic function としその意味を  $m_s(a_i) = (s, s\hat{a}_i)$  とし、

更に II の式の中に現われる skolem 関数は  $\hat{S}_0, \hat{a}_j$  で通常と同じ解釈を受けるものとする。

$U = \hat{S}_0(\hat{a}_1 + \dots + \hat{a}_m)^*$  なる解釈空間  $U$  を設定すれば  $\langle D, U, \{a_i, \alpha_i\} \{P_i\} \rangle$  は D L の model である。

例 1. いま

$$\begin{aligned} P(x, I(x), e) \wedge S(a, y, z) \\ P(x, I(y), z) \wedge S(x, y, z) \wedge S(y, x, z) \\ \Rightarrow S(z, x, y) \wedge P(x, I(y), z) \end{aligned}$$

なる Horn sentence をとる。

証明の各ステップを識別するために変数  $s$  を新たに導入して

$$\begin{aligned}
& P(s_0, x, I(x), e) \wedge S(s_0, a, y, z) \\
& P(s, x, I(y), z) \wedge S(s, x, y, z) \wedge S(s, y, x, z) \\
& \implies S(sa, z, x, y) \wedge P(sa, x, I(y), z)
\end{aligned}$$

と書き直すと。

$$\begin{aligned}
\gamma_1(x, y, z) &= (x, I(x), e) \\
\gamma_2(x, y, z) &= (a, y, z) \\
\alpha_1(x, y, z) &= (x, I(y), z) \\
\alpha_2(x, y, z) &= (x, y, z) \\
\alpha_3(x, y, z) &= (y, x, z) \\
\beta_2(x, y, z) &= (z, x, y) \\
\beta_4(x, y, z) &= (x, I(y), z)
\end{aligned}$$

とすると。

$$\begin{aligned}
& P(s, \alpha_1(x, y, z)) \wedge S(s, \alpha_2(x, y, z)) \wedge S(s, \alpha_3(x, y, z)) \\
& \implies P(sa, \beta_1(x, y, z)) \wedge S(sa, \beta_2(x, y, z)) \\
& P(s_0, \gamma_1(x, y, z)) \wedge S(s_0, \gamma_2(x, y, z))
\end{aligned}$$

とすると。

$$\begin{aligned}
\hat{S}_0(P)(x, y, z) &\equiv (x, y, z) \in \gamma_1(D) \\
&\equiv y = I(x) \wedge z = e \\
\hat{S}_0(S)(x, y, z) &\equiv (x, y, z) \in \gamma_2(D) \\
&\equiv x = a \\
\hat{S}_0 \hat{\alpha}_1(P)(x, y, z) &\equiv (x, y, z) \in \beta_1(\overline{\alpha_1^{-1} \alpha_1 \gamma_1(D)} \cap \overline{\alpha_2^{-1} \alpha_2 \gamma_2(D)} \cap \overline{\alpha_3^{-1} \alpha_3 \gamma_3(D)}) \\
&\quad \overline{\alpha_1 \gamma_1} = \gamma_1 \\
&\quad (x, y, z) \in \alpha_1^{-1} \alpha_1 \gamma_1(D) = \alpha_1^{-1} \gamma_1(D) \\
&\iff \alpha_1(x, y, z) \in \gamma_1(D) \\
&\iff (x, I(y), z) \in \gamma_1(D) \\
&\iff I(y) = I(x) \wedge z = e \\
&\iff y = x \wedge z = e \\
&\quad (x, y, z) \in \beta_1(D) \\
&\iff \exists y' \quad y = I(y')
\end{aligned}$$

従って、

$$\begin{aligned}
& (x, y, z) \in \beta_1 \alpha_1^{-1} \overline{\alpha_1 \gamma_1(D)} \\
& \iff y = I(y') \wedge y' = x \wedge z = e \\
& \iff y = I(x) \wedge z = e \\
& \quad \overline{\alpha_2 \gamma_2} = \gamma_2 \\
& (x, y, z) \in \alpha_2^{-1} \overline{\alpha_2 \gamma_2(D)} = \alpha_2^{-1} \gamma_2(D) \\
& \iff \alpha_2(x, y, z) \in \gamma_2(D) \\
& \iff (x, y, z) \in \gamma_2(D) \\
& \iff x = a
\end{aligned}$$

$$\text{従って、} \quad (x, y, z) \in \beta_1 \alpha_2^{-1} \overline{\alpha_2 \gamma_2(D)}$$

$$\iff x = a, \quad y = I(y')$$

$$\therefore (x, y, z) \in \beta_1 \alpha_2^{-1} \overline{\alpha_2 \gamma_2(D)} \cap \beta_1 \alpha_2^{-1} \overline{\alpha_2 \gamma_2(D)}$$

$$\iff x = a \wedge y = I(a) \wedge z = e$$

$$\begin{aligned}
& \alpha_3 \alpha_2 (x, y, z) = (a, a, z) \\
& (x, y, z) \in \alpha_3^{-1} \alpha_2 \alpha_1 (D) \\
& \Leftrightarrow \alpha_3 (x, y, z) \in \alpha_3 \alpha_2 (D) \\
& \Leftrightarrow (y, x, z) \in (a, a, D) \\
& \Leftrightarrow y = x = a \\
& (x, y, z) \in \beta_1 \alpha_3^{-1} \alpha_2 \alpha_1 (D) \\
& \Leftrightarrow \exists (x, y', z) \in \alpha_3^{-1} \alpha_2 \alpha_1 (D) \\
& \quad y = I(y') \\
& \Leftrightarrow x = a, y = I(a)
\end{aligned}$$

$\therefore \hat{S}_0 \hat{a} (P) (x, y, z) \equiv x = a \wedge y = I(a) \wedge z = e$   
 また  $\hat{S}_0 \hat{a} (S) (x, y, z) \equiv (x, y, z) \in \beta_2 (\alpha_1^{-1} \alpha_1 \alpha_1 (D) \cap \alpha_2 \alpha_2 \alpha_2 (D) \cap \alpha_3^{-1} \alpha_3 \alpha_3 (D))$   
 であるから  $\hat{S}_0 \hat{a} (S) (x, y, z) \equiv x = e, y = a, z = a$   
 以上の Horn sentence の model を  $P(\eta_x)$  が成立することを  
 $\hat{S}_0 \vdash \langle a^* \rangle (\eta_x \Rightarrow P)$

但し  $\eta_x(x) \Leftrightarrow x \in \eta(D)$  とする。

また  $S(\eta_x)$  が成立することを

$$\hat{S}_0 \vdash \langle a^* \rangle (\forall x \eta_x(x) \Rightarrow \exists y, z S(x, y, z)) \text{ と書ける。}$$

### 3. Regular program の Horn sentence との翻訳

ここでは Dynamic logic の Regular program として書かれた文を Horn sentence と翻訳する方法を述べる。

- 1) Regular program の生成する実行列は全て primitive operation からなる場合、与えられた正規式  $\Gamma$  に対し右線型文法をとり、双方の生成する系列全体が等しくなるようにできる。よって右線型文法

$$A_i \rightarrow a_{ij} A_j \mid a_i \quad i, j = 1, \dots, n \text{ としよう。}$$

この時

$$\begin{cases}
Q(s_0, A) \wedge P_1(s_0, \gamma x) \wedge \dots \wedge P_n(s_0, \delta_n x) \\
Q(s, A_i) \Rightarrow \text{Guard}(s, a_{ij}) \wedge Q(s a_{ij}, A_j) \\
Q(s, A_i) \Rightarrow \text{Guard}(s, a_i) \wedge Q(s a_i, \Lambda) \\
\text{Guard}(s, a_i) \wedge P_1(s, \alpha_1 x) \wedge \dots \wedge P_n(s, \alpha_n x) \Rightarrow P_i(s a_i, \beta_i x) \wedge \dots \wedge P_m(s a_i, \beta_m x) \\
\quad i, j = 1, \dots, n \quad \text{--- (3.1)}
\end{cases}$$

なる Horn sentence を作れば

$$\hat{S}_0 \vdash \langle \Gamma \rangle (\eta_x \Rightarrow P) \equiv P(\eta_x) \text{ が (3.1) の最小モデルで成立}$$

が成り立つ。

例2.  $\text{Reader}(s, ax) \wedge \text{Buffer}(s, y) \Rightarrow \text{Reader}(s a_y, x) \wedge \text{Buffer}(s a_y, ay)$   
 $\text{Buffer}(s, ab) \Rightarrow \text{Writer}(s a_b, b) \wedge \text{Buffer}(s, a)$   
 $\text{Reader}(s_0, \gamma) \wedge \text{Buffer}(s_0, \Lambda) \wedge \text{Writer}(s_0, \Lambda)$

なる Horn sentence が与えられているものとしてみる。

$$(a_1, a_2)^*; \langle \text{Reader}(x) \Rightarrow x = 1 \rangle? \quad \text{--- (3.2)}$$

なる DL のプログラムの読み込み動作をスタックが空になるまで実行するものである。

$$\begin{aligned}
& A \rightarrow a_1 B \quad B \rightarrow a_2 A \\
& A \rightarrow (\text{Reader}(x) \Rightarrow x = \Lambda)?
\end{aligned}$$

と  $\alpha$  と  $A, B$  は正則 set を定めるが、 $A$  を定める正則 set と (3.2) の定める正則 set は一致する。従って controll を含む Horn sentence は

$$\begin{aligned} Q(s_0, A) \wedge \text{Reader}(s_0, r) \wedge \text{Buffer}(s_0, A) \wedge \text{Writer}(s_0, A) \\ Q(s, A) \Rightarrow \text{Guard}(s, a_1) \wedge Q(sa_1, B) \\ Q(s, A) \Rightarrow \text{Test}(s, \text{Reader}(x) \Rightarrow x=A) \wedge Q(s, A) \\ Q(s, B) \Rightarrow \text{Guard}(s, a_2) \wedge Q(sa_2, A) \\ \text{Guard}(s, a_1) \wedge \text{Reader}(s, ax) \wedge \text{Buffer}(s, y) \\ \Rightarrow \text{Reader}(sa_1, x) \wedge \text{Buffer}(sa_1, ay) \\ \text{Guard}(s, a_2) \wedge \text{Buffer}(s, xb) \Rightarrow \text{Writer}(sa_2, b) \wedge \text{Buffer}(s, x) \\ \text{但し Test 文は } \models P(x) \equiv_{fp} \text{Test}(s, P(x)) \\ \text{により def される constant predicate のようにする。} \end{aligned}$$

2)  $\langle \alpha \rangle P?$  型 sentence の取扱い

$\langle \alpha \rangle P?$  が或る正則式の一部として現われたりするときにそれを定義する右線型文法の中では  $A \rightarrow \langle \alpha \rangle P?; B$  として現われることにする。

$\alpha$  を定義する右線型文法を

$$\begin{aligned} C_i \rightarrow a_{ij} C_j \quad | \quad a_i \quad \text{とあるとき predicate "stack" を新たに設定} \\ Q(s, A) \Rightarrow \text{Stack}(s, s) \wedge Q(s, C_0) \\ Q(s, C_i) \wedge \text{Stack}(s, t) \Rightarrow \text{Guard}(s, a_i) \wedge \text{Stack}(sa_i, t) \wedge Q(sa_i, C_j) \\ Q(s, C_i) \wedge \text{Stack}(s, t) \Rightarrow \text{Guard}(s, a_i) \wedge \text{Stack}(sa_i, t) \wedge Q(sa_i, A) \\ Q(s, A) \wedge \text{Stack}(s, t) \wedge \text{Test}(s, P) \Rightarrow Q(t, B) \end{aligned}$$

なる制御文を付加すればよい。

3)  $\langle \alpha \rangle P?$  型 sentence の取扱い

1), 2) で一応 Dynamic Logic で書いたプログラムを Horn sentence へ翻訳する手段が述べられたわけであるが、ここで問題なのは  $\langle \alpha^* \rangle P?$  型 sentence である。 $\neg \langle \alpha^* \rangle P$  と解釈したのでは本来  $\langle \alpha^* \rangle P$  が成立するときにはプログラムが止まらない状態になる。

$$(P \Rightarrow \langle \alpha \rangle P) \Rightarrow (P \Rightarrow \langle \alpha^* \rangle P)$$

なる定理を用いて積極的  $\langle \alpha^* \rangle P$  の成立を確かめたい場合も生じよう。上記の式を状態  $s$  を用いて書く

$$\forall s (P \Rightarrow \langle \alpha \rangle P) \Rightarrow \forall s (P \Rightarrow \langle \alpha^* \rangle P)$$

である。  $\forall s (P \Rightarrow \langle \alpha \rangle P)$  は  $P \Rightarrow \langle \alpha \rangle P$  なる式の内包的意味である。プログラムの途中でこのように内包的意味を refer するためには新たに内包オペレータ  $\wedge$  を導入しておく必要を生ずる。すると

$$\begin{aligned} \hat{s} \models P \wedge (P \Rightarrow \langle \alpha \rangle P)^\wedge \Rightarrow \hat{s} \models \langle \alpha^* \rangle P \quad \text{であるから} \\ \langle \alpha^* \rangle P? = P \wedge (P \Rightarrow \langle \alpha \rangle P)^\wedge? + \langle \alpha \rangle P?; \text{false?}; \end{aligned}$$

として実現できよう。

$\alpha$  が有限であれば  $(P \Rightarrow \langle \alpha \rangle P)^\wedge$  は時の状態に依存 (ない計算可能付述語) である。

#### 4. Context-free Dynamic Logic

Theorem prover の evaluator を書くことにすると Regular first order dynamic logic を導入する必要がある。

[定義3]

- 1)  $a$ : atomic function symbol  $\Rightarrow a \in \text{CFPROG}$
- 2)  $P \in \text{CFDL} \Rightarrow P? \in \text{CFPROG}$
- 3)  $\alpha$ : CFPROG上の mutual recursive 方程式の解  $\Rightarrow \alpha \in \text{CFPROG}$
- 4)  $P$ : atomic formula  $\Rightarrow P \in \text{CFDL}$
- 5)  $P, Q \in \text{CFDL}, \alpha \in \text{CFPROG}$   
 $\Rightarrow P \vee Q, \exists x P, \neg P, \langle \alpha \rangle P \in \text{CFDL}$

semantics その他については RGDL と同様である。

context-free dynamic logic を定理証明に活用することを考えよう。

いま次のような Horn sentence を与えられているものとしよう。

$$\begin{aligned} P_1(\alpha_{11}x) \wedge \dots \wedge P_n(\alpha_{1n}x) &\Rightarrow P_1(\gamma_1x) \\ P_1(\beta_{11}x) \wedge \dots \wedge P_n(\beta_{1n}x) &\Rightarrow P_1(\varepsilon_1x) \\ &\vdots \\ P_1(\alpha_{m1}x) \wedge \dots \wedge P_n(\alpha_{mn}x) &\Rightarrow P_m(\delta_mx) \\ P_1(\beta_{m1}x) \wedge \dots \wedge P_n(\beta_{mn}x) &\Rightarrow P_m(\varepsilon_mx) \\ &P_1(\delta_1x) \wedge \dots \wedge P_m(\delta_mx) \end{aligned}$$

またこのとき  $P_i(\eta x)$  を証明するものとしよう。

まず Top-down と Bottom-up を入れ換えるために

$$\left\{ \begin{aligned} &\tilde{P}_1(s_0, \eta x) \\ &\tilde{P}_1(s, \gamma_1x) \Rightarrow \tilde{P}_1(sa_1, \alpha_{11}x) \wedge \dots \wedge \tilde{P}_n(sa_1, \alpha_{1n}x) \\ &\tilde{P}_1(s, \varepsilon_1x) \Rightarrow \tilde{P}_1(sb_1, \beta_{11}x) \wedge \dots \wedge \tilde{P}_n(sb_1, \beta_{1n}x) \\ &\vdots \\ &\tilde{P}_m(s, \delta_mx) \Rightarrow \tilde{P}_1(sa_m, \alpha_{m1}x) \wedge \dots \wedge \tilde{P}_n(sa_m, \alpha_{mn}x) \\ &\tilde{P}_m(s, \varepsilon_mx) \Rightarrow \tilde{P}_1(sb_m, \beta_{m1}x) \wedge \dots \wedge \tilde{P}_n(sb_m, \beta_{mn}x) \end{aligned} \right.$$

この Clause の集合を考えると

$$\begin{aligned} A_1 &= (\tilde{P}_1 \Rightarrow \delta_1x)? \\ &+ (\tilde{P}_1 \Rightarrow \gamma_1x)? ; a_1 ; \langle A_1 \rangle \text{ true} \wedge \dots \wedge \langle A_m \rangle \text{ true} ]? \\ &+ (\tilde{P}_1 \Rightarrow \varepsilon_1x)? ; b_1 ; \langle A_1 \rangle \text{ true} \wedge \dots \wedge \langle A_m \rangle \text{ true} ]? \\ &\vdots \\ A_m &= (\tilde{P}_m \Rightarrow \delta_mx)? \\ &+ (\tilde{P}_m \Rightarrow \gamma_mx)? ; a_m ; \langle A_1 \rangle \text{ true} \wedge \dots \wedge \langle A_m \rangle \text{ true} ]? \\ &+ (\tilde{P}_m \Rightarrow \varepsilon_mx)? ; b_m ; \langle A_1 \rangle \text{ true} \wedge \dots \wedge \langle A_m \rangle \text{ true} ]? \end{aligned}$$

と  $\tilde{P}_i$  と  $s_0 A_1$  が prover となる。

$\wedge$ -part は sequencing することから出来てその場合は

$$[\langle A_1 \rangle \text{ true} \wedge \dots \wedge \langle A_m \rangle \text{ true}]?$$

を  $\langle A_1 \rangle \text{ true} ? ; \dots ; \langle A_m \rangle \text{ true} ?$

と入れ換えればよい。

謝辞: 本研究の機会を身えてくださいますに電子技術総合研究所, 制御部長, 佐藤孝秋  
 並に適切に指導, 討論を頂きますに同論理システム研究室長, 田村浩一郎  
 及び同研究室の皆様, 又, 推論機構研究室, 横井俊夫 主任研究官, 佐藤泰介 技官  
 に感謝致します。

参考文献: D. Harel, "First-Order Dynamic Logic" LNCS 68 Springer 1979