ソフトウェア基礎論 22－6
（1987. 10. 1）

様相論理系における自動演繹システムについて

前田 隆

北海道大学工学部

様相論理系における自動演繹システムの構成方式について考察され，図式証明法を基礎とするシステムの一実現法の概略が記述される．この証明手続きは，証明すべき様相式に対して特別の標準形を要求せず，主としてその論理的構造に基礎をおく図式計算とよばれる推論規則の適用により証明木を構築する．また，Kripkeのモデル理論における可能世界およびそれらの間の関係の表現をその言語の中で記述することにより，特定の様相論理系によらない方式を採用している．証明探索は，その母式における経路と結合の概念を利用してより効率的に実行することができる．次に，こうして得られた証明に基づき，これを演繹過程として再構成する手続きが示され，最後にこれらの適用例が与えられる．

AN AUTOMATED DEDUCTION SYSTEM IN MODAL LOGICS

Takashi MAEDA

Department of Engineering Science
Hokkaido University, Sapporo 060, JAPAN

Construction methodology of an automated deduction system for modal logics is considered, and an outline of an implementation of such a system based on tableau proof method is described. The proof procedure requires no specific normal form for the modal formulas to be proven, and constructs a proof tree by applying inference rules, called tableau calculus in this paper. The language of the system is extended for the tableau calculus to be able to represent possible worlds and their accessibility relations in Kripke's model theory. Proof search can be performed effectively using concepts of paths and connection in the matrix of the formulas. Then, a procedure is presented to reconstruct a deduction process from the proof tree obtained, and an example of the procedures is given.

1．はじめに

知識や信念などの様相を持つ情報の表現と推論処理を有効に取り扱うことは，人工知能研究においては勿論，プログラム言語やデータ・ベース，分散システムなどの広範な計算機科学の分野において重要となってきている[HM85,Moo85,TMM85].

これらの中では，第一階古典論理の拡張による接近は根強く追求されているものの[Per85]，これらの種々の様相概念を直接的に取り扱う非古典論理系が当然の事ながら，見直されてきている[HM85,TMM85]．様相論理系はその様な論理系の中で最も基本的なものであり，これらに対する効率の良い証明・演繹システムは応用上でも重要である[SM78,AM86,GK86,Yon86,WW87].

本稿では，このような観点から，様相論理系に対する既存の証明手続きを基礎として，これに基づく自動演繹システムの構成方式に関して考察する．ここでは，以下のような要請点が主として考慮されている：

A.基本的な様相論理系における証明過程を明確かつ機械的な計算として扱えること，

B.証明すべき論理式に対する正規化などの特別の処理や変形を必要としないこと，

C.計算は論理式の構造を効率的に利用する無駄の少ない方式であること，

D.証明における推論過程を人間に分かりやすい形式に再構成する能力を持つこと，

E.できれば，その他の非古典論理系も扱えるような柔軟性・拡張性を持つことが望ましい，等など．

これらの諸点について，本稿では，以下のように解釈して，システム構成を考える．まず，A.はどのシステムにとっても必須の要件であり，この場合続く三点と密接に関連している．B.とC.は，一般にＳ５を除いて古典的な意味での標準形式は存在しないとはいえ，正規形やそれぞれの論理系に密着した操作などによる無用な冗長性の導入および情報損失を招かず，むしろその論理的構造に依拠する処理方式を，という要請である．その点ではいわゆる非節形式型定理証明法[And81,Bib81,Mae85,TMM85]の接近と共通性を持つともいえよう．D.は証明方式そのものと密接に関連はするが，相対的な要請であり，ここでは，自然演繹型の推論形式への再構成を意図している．E.は証明手続きなどが対象とする特定の論理系に依存するような固定されたものではなく，そのシステムの言語の中で，対象論理系の定義や機能などを記述できることが要請されていると解釈される．

本稿では，以上の点を考慮して，様相論理系に対する証明法として，主として与えられた論理式の構造的な性質に基礎をおき，かつ高階論理系への拡張性[Wri79]をも有している図式法[Smu68,Fit83]を，また演繹過程の構成には「限量理論の基本定理」[Smu68]をそれぞれ基礎として採用することとする．

以下において，２章では様相論理系について，その構文論および意味論などを含む言語が与えられる．３章は様相論理系における証明手続きとしての図式（計算）法の具体的な展開と，これに基づく証明（木）の構成法が記述される．４章では，証明探索のアルゴリズムとその効率化に関する考慮，証明木から演繹プロセスの自動的な再構成に対する具体的な手続きおよびそれらに関する例が与えられる．最後に，５章では，まとめと今後の課題について議論される．

２．様相論理系とその言語

2.1 基礎的事項と記法

一般的な様相論理系の基礎的な事項は[HC68,Fit83]などによることとする．証明手続きは，いわゆる図式法（Tableau Method）[Smu68,Fit83]を基礎とし，また本稿で必要とする範囲での諸記法と共に簡潔に記述する．

論理記号として，～（否定），∨（選言），∧（連言），⊃（含意），∀（全称），∃（存在）；様相子として，□（必然），◇（可能）；真理値として，０（偽），１（真）；また補助記号として，（，）および<，>などを通常と同様に用いる[HC68,Fit83]．また，対象領域の全空間をＵとする．

［定義２．１］様相（論理）式は命題および一階の（論理）式の構成規則に次の規則を追加して定義される：

もしＡが式または様相式ならば，□Ａと◇Ａは様相式である．以下では，様相式を単に式ともいう．Ａ，Ｂ，Ｃなどは様相式上を動くものとする．■

［定義２．２］符号様相式は組 <A,n> である．ここで，Ａは様相式であり，ｎ∈{0,1}である．符号様相式を単に符号式ともいう．Ｘ，Ｙ，Ｚなどは符号様相式上を動くものとする．■

符号様相式とその主要な部分式の間の関係は論理記号の機能（意味）に応じて，真理関数的に以下のように分類される[Smu68,Fit83]；すなわち，α（連言），β（選言），γ（全称），δ（存在），ν（必然），π（可能）の各型：

1）α型：

α	α_1	α_2
$\langle A\wedge B,1\rangle$	$\langle A,1\rangle$	$\langle B,1\rangle$
$\langle A\vee B,0\rangle$	$\langle A,0\rangle$	$\langle B,0\rangle$
$\langle A\Rightarrow B,0\rangle$	$\langle A,1\rangle$	$\langle B,0\rangle$
$\langle \sim A,1\rangle$	$\langle A,0\rangle$	$\langle A,0\rangle$
$\langle \sim A,0\rangle$	$\langle A,1\rangle$	$\langle A,1\rangle$

2）β型：

β	β_1	β_2
$\langle A\wedge B,0\rangle$	$\langle A,0\rangle$	$\langle B,0\rangle$
$\langle A\vee B,1\rangle$	$\langle A,1\rangle$	$\langle B,1\rangle$
$\langle A\Rightarrow B,1\rangle$	$\langle A,0\rangle$	$\langle B,1\rangle$

3）γ型：

γ	$\gamma(a)$	
$\langle \forall xA(x),1\rangle$	$\langle A(a),1\rangle$	
$\langle \exists xA(x),0\rangle$	$\langle A(a),0\rangle$	；(a:old/new)

4）δ型：

δ	$\delta(a)$	
$\langle \exists xA(x),1\rangle$	$\langle A(a),1\rangle$	
$\langle \forall xA(x),0\rangle$	$\langle A(a),0\rangle$	；(a:new)

5）ν型：

ν	ν_q	
$\langle \Box A,1\rangle$	$\langle A,1\rangle$	
$\langle \Diamond A,0\rangle$	$\langle A,0\rangle$	；(q:old/new)

6）π型：

π	π_q	
$\langle \Box A,0\rangle$	$\langle A,0\rangle$	
$\langle \Diamond A,1\rangle$	$\langle A,1\rangle$	；(q:new)

図１．符号様相式の部分式への分解の型

符号様相式とそれらの関連する型の要素を表示するために，$\alpha,\alpha_1,\alpha_2,\beta,\beta_1,\beta_2,\ldots$などを用いる．

2.2 モデル構造と様相 Hintikka集合

ここでは，Kripkeのモデル理論[Kri63]における可能世界などの概念を言語にとり込むために，その枠組みを符号式などを扱えるように拡張する．

［定義２．３］モデル構造は，組＜Ｇ，Ｒ＞である．但し，Ｇは空でない集合，ＲはＧ上の二項関係である．Ｇの要素を前置子と呼ぶ．$p\in G$に対して，ｐＸは前置符号式，あるいは単に前置式と呼ばれる．前置式をさらに論理記号で結合したものは（一般化）前置式という．■

よく知られているように，Ｒが満たす関係により種々の様相論理系が区別される．Ｒが反射律を満たすならば，＜Ｇ，Ｒ＞はＴ（モデル構造）；更に推移律を満たすならば，Ｓ４；更に対称律を満たすならば，Ｓ５などの体系である．以下では，これらの様相論理系に対するメタ変数としてＬを用いる．

［定義２．４］（Ｌ）モデルは，三つ組＜Ｇ，Ｒ，⊢＞である：　但し，＜Ｇ，Ｒ＞はモデル構造，⊢はＧの要素と符号式の間の関係であり，すべての$w\in G$に対して，以下を満たすものである：

M0. $w\vdash\langle A,1\rangle$ または $w\vdash\langle A,0\rangle$ の一方だけが成立；
M1. $w\vdash\alpha \Leftrightarrow w\vdash\alpha_1$ かつ $w\vdash\alpha_2$；
M2. $w\vdash\beta \Leftrightarrow w\vdash\beta_1$ または $w\vdash\beta_2$；
M4. $w\vdash\gamma \Leftrightarrow$ すべての$a\in U$に対して，$w\vdash\gamma(a)$；
M5. $w\vdash\delta \Leftrightarrow$ ある$a\in U$に対して，$w\vdash\delta(a)$．
M6. $w\vdash\nu \Leftrightarrow$ wRvであるようなすべての$v\in G$に対して，$v\vdash\nu_q$；
M5. $w\vdash\pi \Leftrightarrow$ wRvであるようなある$v\in G$に対して，$v\vdash\pi_q$．■

前置子はあるモデルにおける可能世界を表示するために用いられる．Ｒは前置子の間の，したがってそのモデルにおける可能世界の間の到達可能性関係を表すために用いる．前置式ｐＸがあるモデルで充足されるのは，ｐで表示される世界，例えばＩを前置子に対する一つの解釈であるとすると，Ｉ(p)がＸを充足する時である：　すなわち，$I(p)\vdash X$．

［定義２．５］(1)式Ａはある様相論理系Ｌのモデル＜Ｇ，Ｒ，⊢＞においてＬ妥当である　⇔　すべての$w\in G$に対して，$w\vdash\langle A,1\rangle$．(2)式ＡはＬ妥当である ⇔ ＡはすべてのモデルにおいてＬ妥当である．■

［定義２．６］Ｌにおける前置式の集合Ｓは次の条件を満たす時，(L-) Hintikka集合と言われる：

H0. 任意の原子式Aに対して，前置式pAとp〜Aの両方がSに属することはない．

H1. $\alpha \in S \Rightarrow \alpha_1 \in S$かつ$\alpha_2 \in S$．

H2. $\beta \in S \Rightarrow \beta_1 \in S$または$\beta_2 \in S$．

H3. $\gamma \in S \Rightarrow$ すべての$a \in U$に対して，$\gamma(a) \in S$．

H4. $\delta \in S \Rightarrow$ ある$a \in U$に対して，$\delta(a) \in S$．

H5. $\nu \in S \Rightarrow \nu$の前置子pとqRpであるqが存在して，そのすべてのqに対して，$\nu_q \in S$．

H6. $\pi \in S \Rightarrow \pi$の前置子pとqRpである，あるqに対して，$\nu_q \in S$．■

３．図式計算と証明木

3.1 様相論理系における図式計算

以下で述べる図式計算は，図１で示されたような論理式のその部分式への真理関数的な分解規則に基づき，意味図式・解析図式[Smu68]，一般に図式（証明）法[Fit83]として発展してきたものであり，Gentzen型の推論規則とも類似の形式化が可能である[Wal85,WW87]．また，母式や経路という概念を用いた結合法[Bib81]や交配法[And81]はこれらをさらに発展させたものと見ることもできる．本稿では，証明過程の明確さおよびその結果の演繹への再構成の容易さなどの観点から図式法の接近を採用するが，母式，経路，結合などの概念も用いて，これらに基づく証明の構成手続きを図式計算とよぶものとする．

［定義３．１］符号式の分解の型（図１）に対して，以下の前置式とその主要な部分式への分解は上式から下式への推論規則と見なされる．前置式へのこれらの規則の適用は図式計算といわれる．ここで，Sは前置式の任意の集合とする：

（α）　$\dfrac{S, p\alpha}{S, p\alpha_1, p\alpha_2}$

（β）　$\dfrac{S, p\beta}{S, p\beta_1 \mid S, p\beta_2}$　（分岐）

（γ）　$\dfrac{S, p\gamma}{S, p\gamma(a)}$　ここで，aは「任意の」パラメータ

（δ）　$\dfrac{S, p\delta}{S, p\delta(a)}$　ここで，aは「新しい」パラメータ

（ν）　$\dfrac{S, p\nu}{S, q\nu_q}$　ここで，qはqRpである「任意の」前置子

（π）　$\dfrac{S, p\pi}{S, q\pi_q}$　ここで，qはqRpである「新しい」前置子■

図２．前置式の推論型（図式計算規則）

3.2 証明木の構成

証明は図式計算による証明木の構成により行なわれる．証明木は，証明すべき式の否定を根の節点とし，各節点に対する図式計算により，順次枝を拡張するという操作で構成される．このとき各枝は証明過程において誘導される式の列に対応しており，図式法ではこれらの枝における節点（式）の集合における矛盾の存在などを利用するという方法を取っている．結合法など[Bib81,And81]では，これらの枝と節点に関連に対応して，経路と結合という概念を用いており，より効率的・形式的な計算に向いている．

［定義３．２］式Xを通る経路はその（証明）木の節点の部分集合である．式Xを通る経路の集合は以下を満たす最小の集合である．以下で，経路（$s-\{\alpha\}$）$\cup\{\alpha_1, \alpha_2\}$などは，sからαに関する還元により得られたという．s[x]はsにおけるxの生起を表す．

P1. $\{s_0\}$は経路である．ここで，s_0はXに対する式の根の節点である；

P2. もしs[α]が経路ならば，$(s-\{\alpha\})\cup\{\alpha_1, \alpha_2\}$も経路である；

P3. もしs[β]が経路ならば，$(s-\{\beta\})\cup\{\beta_1\}$と$(s-\{\beta\})\cup\{\beta_2\}$も経路である；

P4. もしs[γ]が経路ならば，$s\cup\{\gamma(a)\}$も経路である．ただし，aは「任意の」要素；

P5. もしs[δ]が経路ならば，$s\cup\{\delta(a)\}$も経路である．ただし，aは「新しい」要素；

P6. もしs[ν]が経路ならば，$s\cup\{\nu_q\}$も経路である．ただし，qは「任意の」要素；

P7. もしs[π]が経路ならば，$s\cup\{\pi_q\}$も経路である．ただし，qは「新しい」要素．■

式Aと前置子pに対して，対 {p<A,1>,p<A,0>} を（前置）結合という．特に，Aが原子式の時は原子結合という．木の枝は結合を含む時，閉じているといわれる．結合を含む前置式の集合{S,p<A,1>,p<A,0>}は閉経路と言われる．閉じていない枝は開いている，または開経路といわれる．L図式におけるすべての枝が閉じている時，その図式（証明木）は閉じているといわれる．

［定義３．３］様相論理系Lの式Aに対して，前置式p<A,0>に対するL図式は，図式計算により，概略的に以下のように構成される木構造である：

T0. p<A,0>を根の位置に置くことで始める．

T1. 閉経路に印をつけ，その経路の計算を終わる．

T2. 図式が閉じているか，またはすべての節点に印がついているならば，計算は終わる．

T3. 印のついていない開経路に生起する式の型に応じて，木を拡張する．次の場合を除き，印をつける：(1)γ型，(2)ν型：この場合，論理系により，操作が異なるので，注意を要する．木の拡張ごとにT1とT2の検査を行う．■

［定義３．４］前置式p<A,0>に対して，閉じているL図式をAの証明という．式Aが定理であるのは，p<A,0>の証明が存在することである．■

このように，図式証明システムにおいては，p<A,0>に対して図式計算を実行することにより，背理法による証明を構成する．即ち，p<A,0>から出発し，そのすべての経路が閉経路となるか，または開経路で充足可能である状態，すなわちHintikka集合であるようなL図式を構築するシステムである．この図式計算は健全かつ完全であり，またこのような手続きは一般に半決定的であることが知られている[Fit83,Sla77,WW87]．

［定理３．５］Lの前置式pXがL妥当ならば，pXは証明可能である．即ち，p～Xに対する閉じたL図式が存在する[Fit83,WW87]．■

４．証明探索と演繹手続き

4.1 証明探索過程

定義３．１から容易に分かるように，γとδおよびνとπ規則に関する条件はそれぞれ独立に，証明探索における対象要素と前置子の選択に関する順序従属を導入する．もし，それぞれν（γ）規則の使用によってある前置子（要素）が導入されたならば，それはその後でπ（δ）規則の使用によって導入する事は出来ないという制約が存在する．

様相論理の文脈において，計算がより効率的であるための鍵となる技術は以下のものがある[WW87]：(1)結合優先探索，(2)前置子の選択制約：ν規則の前置子の記号は「変数」として，またπ規則の適用による前置子は「定数」として考えられる，(3)還元順序付け：上の代入はδ，π規則に関する条件に関係している事を意味する．このように，還元順序は二種類の代入関係と式の順序の和の推移的閉包である．Lにおける前置子の単一化は，定数と変数のみを含み，関数と項を含まない一階論理の部分集合における単一化と等価である．

原子経路を検査する効率的なアルゴリズムは[Sla77,Bib81]などに述べられている．この中で，さらに以下の戦略はまた有効であるだろう．すなわち，各開経路に対する部分証明は，結合を目標としている原子式を共有している原子経路の集合が他のすべてのものより優先される．これは単位節優先則に対応し，他方，α型の節点の還元により生成された仮説は，他のすべてのものより優先される．これは導出型システムにおいて使用されている「支持集合」則に対応していると考えられる[CL73,WW87]．

4.2 演繹過程の構成

図式計算により得られた証明木に基づく演繹過程の再構成の方法は，「限量理論の基本定理」[Smu68]を基礎とする．この定理はHerbrandの定理と同様に，「限量理論のすべての妥当な式を，恒真式である命題論理の式と関連づける手続きを与える」ものである．また，この方法は様相理論の部分と共に「二重に」[Fit83]適用され得るが，紙数の関係で，ここでは限量部分についてのみ記述する．様相部分もほぼ同様であるが，論理系に依存する部分がやや複雑となっている．

［定義４．１］正規式は，γ⊃γ(a)，δ⊃δ(a)の形式の閉じた（一階の）式である．ただし，aはδには生起していないものとする．■

［定義４．２］正規列は次のような有限の列である：$<\phi_1 \supset \phi_1(a_1), \phi_2 \supset \phi_2(a_2), \ldots, \phi_n \supset \phi_n(a_n)>$．ここで，$\phi \in \{\gamma, \delta\}$，また$\phi_{i+1}=\delta$のときは，$a_{i+1}(i<n)$は各$\delta_i \supset \delta_i(a_i)$には生起していないとする．■

正規集合Ｒはその成員がある正規列に配列可能であるものの有限集合である．Ｒの要素の連言をR^*とする．

［定理４．３］（限量理論の基本定理）[Smu68]
すべての妥当な閉じた（一階の）文Ｘは，その各成員$\phi \supset \phi(a)$のϕがＸの部分式またはその否定形であるような，ある正規集合Ｒによって，真理関数的に含意される．■

この定理の結論による集合Ｒは式～Ｘの準員と呼ばれる．閉じた文の有限集合Ｓに対する閉じた図式Ｔが得られるならば，上の定理によりＳは充足不能であり，またＳは準員Ｒを持たなければならない．このＲを具体的に構成する方法は上の定義から容易である．すなわち，証明図式Ｔにおいて，$\phi(a)$がϕから推論されているあるようなすべての式$\phi \supset \phi(a)$の集合をＲと取ればよい．このようなＲがＳの準員であることは明らかである．

このようなＲを構成する手続きは，概略的に述べると，次のようになる：

D1．証明木の各節点に対して，そこで適用された図式計算の型を対応させる．
D2．γ，δ型の中で，それぞれ$\gamma(a)$，$\delta(a')$を推論しているものを選び，正規式を作る．
D3．π型の中で，π_qを推論しいるものから，正規式を作る．
D4．ν型が存在するならば，その世界での正規式を作る．もし，同じ世界でπ型が作成されているときは，その到達可能な世界ｑに対応する正規式を作る．
D5．作成された正規式を図式の上から順に並べる．この際，β型，およびν型の推論は，証明における場合分けに対応している．

4.3 図式証明と演繹構成の例

様相論理系Ｔにおける図式計算とその結果に基づく演繹過程の構成についての例を図３に示す．図３の証明木において，各論理式は前置子および符号を除去した通常の式の形式で表されている．可能世界は各部分木の左上の部分に示されている．ここで，様相論理体系Ｔは世界間の関係として反射律のみを満たすという意味では，可能世界の取扱いは比較的簡単な場合となっている．

この証明から得られた演繹過程の構成とその意味はそれ程複雑ではないので，詳しい説明は省略する．

５．おわりに

様相論理系の中で，体系Ｓ５は様相節形式を許容するので，いわゆる節形式導出に基礎を置いた計算指向の証明システムが作成されているが[Far83]，対象とする様相式の範囲が極めて狭く，非節形式導出に基づくシステム[AM86]と同様に，導出の適用は非常に制限されている．Konoligeらのシステム[Kon86,GK86]は，認識論理系に対して意味付加の手法を用いており，「視野」とよばれる他の可能な図式の構成を含めて，効率上の問題はあるとしてもシステムとして強力であり，興味深いものがある．

これらような直接的な証明システムではないが，知識情報の柔軟な処理を目指す研究の中で，様相論理に基づくものが増えてきている[IHT86,Sak86]．前者は知識表現言語として，また後者はプログラム言語としてではあるが，その情報表現と意味付けなどそれぞれ興味深いものがある．しかし，推論処理は一種の証明機構によらなければならず，その点では，まだ制約が多いといえよう．

本稿においては，様相論理系に対する効率的な図式計算（証明）法とこれに基づく自動演繹システムの実現の概略を記述した．このシステムは様相論理系に対するFittingの図式法およびSmullyanの「限量理論の基本定理」に基礎を置き，それぞれ本稿での目的に合せて定式化と拡張を行ったものである．

本稿で扱った範囲は，その様な接近に対する端緒にすぎないが，種々の様相論理系を対象とする汎用性を考慮した証明と演繹の自動的なシステム構成の基礎を形成するものと考えている．今後，このようなシステムの具体的な実現や効率上の問題および理論的な整備の問題など，課題は山積している．

（1）証明木

世界p：　1√ ～{[◇(∃x)Fx∨◇(∃x)Gx]≡◇(∃x)(Fx∨Gx)}

／　＼

2√ ◇(∃x)Fx∨◇(∃x)Gx
4√ ～◇(∃x)(Fx∨Gx)
6√ □～(∃x)(Fx∨Gx)
7√ ～(∃x)(Fx∨Gx)
8　(∀x)～(Fx∨Gx)

／＼

17√ ◇(∃x)Fx
19√ ～(Fa∨Ga)
23　～Fa
24　～Ga
：

18√ ◇(∃x)Gx
20√ ～(Fa∨Ga)
25　～Fa
26　～Ga
：

3√ ～[◇(∃x)Fx∨◇(∃x)Gx]
5√ ◇(∃x)(Fx∨Gx)
9√ ～◇(∃x)Fx
10√ ～◇(∃x)Gx
11√ □～(∃x)Fx
12√ □～(∃x)Gx
13√ ～(∃x)Fx
14√ ～(∃x)Gx
15　(∀x)～Fx
16　(∀x)～Gx
21　～Fa
22　～Ga
：

世界q：
37√ (∃x)Fx
38√ ～(∃x)(Fx∨Gx)
39　(∀x)～(Fx∨Gx)
40　Fb
41√ ～(Fb∨Gb)
42　～Fb
43　～Gb
×

世界r：
44√ (∃x)Gx
45√ ～(∃x)(Fx∨Gx)
46　(∀x)～(Fx∨Gx)
47　Gb
48√ ～(Fb∨Gb)
49　～Fb
50　～Gb
×

世界s：
27√ (∃x)(Fx∨Gx)
28√ ～(∃x)Fx
29√ ～(∃x)Gx
30　(∀x)～Fx
31　(∀x)～Gx
32√ Fb∨Gb
33　～Fb
34　～Gb

／＼

35 Fb　　36 Gb
×　　×

（2）演繹過程の構成（背理法）：ここで，／はα，β型を，また<>と[]はそれぞれ可能と必然演算子が作用していることを示している．

p：
1／2　(α,β)
1／4=[6]　(α,β)
2／<17>　(β)

2／<18>　(β)

1／3　(α,β)
1／<5>　(α,β)
3／[11]　(α)
3／[12]　(α)

q：
17⊃37　(ν)
6⊃38=39　(π)
37⊃40」　(δ)
39⊃42」　(γ)
39⊃43　(γ)

r：
18⊃44　(ν)
6⊃45=46　(π)
44⊃47」　(δ)
46⊃49　(γ)
46⊃50」　(γ)

s：
5⊃27　(π)
11⊃28=30　(ν)
12⊃29=31　(ν)
27⊃32　(δ)
30⊃33」　(γ)
31⊃34」　(γ)

／＼

32／35」　32／36」　(β)

図３．様相論理系Tにおける証明木とその演繹過程
（{[◇(∃x)Fx∨◇(∃x)Gx]≡◇(∃x)(Fx∨Gx)}の証明）

参考文献

[AM86] M. Abadi and Z. Manna: Modal theorem proving, Proc. 8th Intl. Conf. Automated Deduction, Ed. J.H. Siekmann, 172-189, 1986, Lecture Notes in Computer Science, vol.230, Springer Verlag.

[And81] P.B. Andrews: Theorem proving via general matings, Journal of the Association for Computing Machinery, 28(2):193-214,1981.

[Bib81] W. Bibel: On matrices with connections, Journal of the Association for Computing Machinery, 28(4):633-645,1981.

[CL73] C-L. Chang and R.C.T. Lee: Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving, Academic Press, 1973.

[Far83] L. Farinas-del-Cerro: Resolution Modal Logic, Logique et Analyse,110-111, nouvelle serie, 28 annee, 153-172, 1985.

[Fit83] M.C. Fitting: Tableau Methods of Proof for Modal Logic, Notre Dame Journal of Formal Logic, XIII(2), 237-247, 1972.

[GK86] C. Geissler and K. Konolige: A Resolution Method for Quantified Modal Logics of Knowledge and Belief, in "Theoretical Aspects of Reasoning about Knowledge, Ed. J.Y. Halpern, 1986.

[HC68] G.E. Huges and M.J. Cresswell: An Introduction to Modal Logic, Mathuen, London, 1968.

[HM85] J.Y. Halpern and Y. Moses: A Guide to the Modal Logics of Knowledge and Belief:preliminary draft, in 9th Intl. Joint Conf. Artificial Intelligence, 479-490, 1985.

[IHT86] 岩沼宏治，原尾政輝，武田和久： 様相論理に基づく知識表現，電子情報通信学会技術研究報告，AI86-36, 11-22, 1986.

[Kon86] K. Konolige: Resolution and Quantified Epistemic Logics, in J.H. Siekmann, ed., 8th Intl. Conf. Automated Deduction, pp.172-189, 1986, Lecture Notes in Computer Science, vol. 230, Springer-Verlag.

[Mae85] 前田　隆： 非標準形式における定理証明法とその改良について，情報処理学会記号処理研究会，29-8, 1985.

[Moo85] R.C. Moore: A Formal Theory of Knowledge and Action, Technical Note 191, SRI International, Monlo Park, Ca., 1980.

[Per85] D. Perlis: Lnaguages witk Self-Reference I: Foundations (or: We Can Have Everything in First-Order Logic!), Artificial Intelligence, 25, 301-322, 1985.

[Sak86] 榊原康文： Programming in Modal logic, Proc. of the Logic Programming Conference '86, 10-1, 119-126, 1986.

[SM78] 沢村　一，前田　隆： 計算機向きの様相論理の証明手続き，情報処理学会記号処理研究会，12-4, 1980.

[Sla77] R.L. Slaght: Modal Tree Constructions, Notre Dame Journal of Formal Logic, XVIII(4), 517-526, 1977.

[Smu68] R.M. Smullyan: First Order Logic, Volume 43 of Ergebnisse der·Mathematik, Springer-Verlag, Berlin, 1968.

[TMM85] P.B. Thistlewaite, R.K. Meyer and M.A. McRobbie: Advanced Theorem-Proving Techniques for Relevance Logics, Logique et Analyse, 110-111, nouvelle serie, 28 annee, 153-172, 1985.

[Wal85] L.A. Wallen: Generating Connection Calculi from Tableau- and Sequent-based Proof Systems, Proc. of AISB-85, ed. P. Ross, Warwick, 1985.

[Wal87] L.A. Wallen and G.V. Wilson: Automated Deduction in S5 Modal Logic:Theory and Implementetion, Research Paper No.315, Dept. Artificial Intelligence, Univ. of Edinburgh, U.K., 1987.

[Wri79] G. Wrightson: A Proof for Higher-Order Modal logic, Proc. of 4th Workshop on Automated Deduction, 148-154, 1979.

[Yon86] 米崎直樹： 様相論理証明器の一般化，日本ソフトウエア科学会第３回大会論文集，D-5-1, 269-272, 1986.