プログラミング－言語・基礎・実践　12－1
（1993.　5.　28）

簡約意味論の理論と実践

本田 耕平　　吉田 展子

慶応義塾大学 大学院 計算機科学専攻

本稿では観測、および停止性の概念に基づかないプロセス計算の意味論の定式化とその応用の可能性について述べる。この新しい意味論構築方法は簡約関係と等式推論のみを基礎に据えているにもかかわらず、並行プログラム間に意味のある等式理論を導出する。様々な形式系にこの等式理論を適用すると、相互模倣性に基づいた動作等価性と一致するか、あるいはそれをより一般化した結果を導く。我々は簡約を基礎にした等式理論の理論的結果と、その応用の可能性について述べる。

Theory and Practice of Reduction Semantics

Kohei Honda　　Nobuko Yoshida

kohei@mt.cs.keio.ac.jp　　yoshida@mt.cs.keio.ac.jp

Department of Computer Science, Keio University
3-14-1, Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama, 223, Japen

Theories and practice of reduction semantics are studied. The new construction is solely based on reduction relation and equational reasoning, but can induce meaningful theories for concurrent programs. The resulting theories in many cases coincide with, and sometimes generalize, the foregoing observation-based formulation of behavioural equivalence. The basic construction of reduction-based theories is studied. Possibilities of its application is also indicated for several conventional concurrent languages.

1　はじめに

本稿の目的は簡約関係と等式推論のみに基づくプロセス計算のための等式理論の定式化を示すことにある。プロセス計算には当初から観測の概念がラベル付き遷移系という形で埋め込まれていたが、最近の Berry と Boudol [2] や Milner[12] の研究によって、プロセス計算の操作意味論の核に簡約の概念を据えることが可能となり、観測によらない意味論構築への基盤を与えた。この視点に基づく研究は Milner と Sangiorgi [14] (cf. [13]) および Boudol [3] によって最近なされていたが、両者とも**停止性**という一種の観測概念を意味論の必須の構成要素として含むため、簡約のみに基づくプロセスのための意味論の構築は未解決なままであった。我々は以下で非常に小さい等式の集合と簡約関係のみに基づいてプロセスの意味理論を形式化する手法を示す。

このような概念に基づいて並行性の意味論の定式化を行なう動機は二つある。一つめの動機は我々が研究を行なっているν-計算 [5, 6, 7] に関する具体的な問題にある。ν-計算はπ-計算 [4, 10, 12] の表現能力を落すことなく構文的に縮小したものであり、非同期名前通信に基づくプロセス計算である。我々はこの形式系において**非同期的**、および**同期的**な観測可能性が非常に異なった、しかしそれぞれの枠組では意味のある意味論を導出するという興味深い結果を得ている [7]。つまり観測や停止性の概念のみでは ν-項を等式化する決定的な方法を与えることはできない。これはν-計算の「停止述語」の定式化さえ明白ではないことから、[14, 3] における意味論の枠組の適用が困難であることを意味する。他の値送信計算においても、一つの形式系に複数の相互模倣性の概念を与え得るというよく似た状況が議論されている [10, 17]。このようなことから、観測の概念に基づかない普遍的なプロセス計算のための意味論の枠組が強く求められてきた。

二番めの動機は、ある形式系の規範的な意味を導出するために簡約を使用することの重要から来ている。簡約、あるいはしばしば書き換えと呼ばれる関係は形式系が表現している**操作**の概念を具体化していると考えられる。λ-計算の基本的な操作はよく知られた関数の適用であり、ν-計算では単項の非同期名前通信、CCS では単純な二者間の同期である。簡約関係を基礎とした等式を構築することは、その形式系に埋め込まれた操作の概念から、どのような一般的な項間の識別可能性が導出されるかを探求することを意味する。また我々の意味理論の導出方法は技術的に扱いやすいという重要な特徴を持つ。プログラミング言語の枠組では、観測の概念が簡単に定式化しにくい言語、例えば共有変数や、複雑な相互作用のプリミティブを備えた並行言語などに同様な問題が生じる。我々の手法がそのような状況に対しても有用であることが期待される。

本稿ではこの研究のきっかけとなったν-計算を例として、基本的な簡約意味論を展開させる。ν-計算で示された基礎的な構成は、簡単に他の形式系に適用することができ、特に本稿では他の三つの重要な形式系における結果について簡単に議論する。本章に続く 2 章ではν-計算の基本的な定義と相互模倣性を与える。3 章ではν-計算の簡約等価理論の基本的な結果が示される。4 章のはじめで CC やπ-計算に我々の等式理論を適用した結果について述べ、いくつかの言語への応用の可能性を示唆する。最後に将来の課題を示す。

2　ν-計算

2.1　項と簡約

ν-計算は、π-計算 [10, 12] (cf. [4]) を構文的に縮小した、非同期名前通信を相互作用のプリミティブとする並行計算のための形式系である [5, 6, 7] (cf. [3])。λ-計算において、適用という単純な動作が、あらゆる高階関数に対する十分な表現能力を与えるように、新しい名前の生成能力と組み合わせることで、ν-計算の単純な計算プリミティブは、相互作用の多種多用な構造に対する十分な表現能力を持つ。以下で我々は本稿で必要な限りで、ν-計算の基本定義を示す。

$\mathcal{N}$は無限の名前 (names) の集合で、$a, b, c, \ldots$、 $x, y, z, \ldots$ は $\mathcal{N}$ 上の変数を示す。またν-項の集合 $\mathbf{T}_\nu$ は以下の構文で与えられ、$P, Q, R, \ldots$ は $\mathbf{T}_\nu$ 上の変数を示す。

$$P \ ::= \ \leftarrow av \ \mid \ ax.P \ \mid \ |x|P \ \mid \ P,\, Q \ \mid \ !ax.P \ \mid \ \Lambda$$

ここで "$!ax.P$" において $a \neq x$ である。"$\leftarrow av$" は宛先が a、値が b の**メッセージ** (message) で、"$ax.P$" は a で値を受けとり、本体にその値を代入する**受容子** (receptor) である。$\lambda x.M$ における x と同様に $ax.P$ において、x は P の中の自由に出現する x を束縛する。"$|x|P$" は**スコープ制限** (scope restriction) で $|x|$ の x は P の中の自由に出現する x を束縛する。"P, Q" は P と Q の**並行合成** (concurrent composition) である。"$!ax.P$" は遅延複製子 (lazy replicator)[1]である。"Λ" はなにも存在しないことを示す。$\mathcal{FN}(P)$ は P上の自由な名前の集合、$\mathcal{BN}(P)$ は P 上の束縛された名前の集合である。また (多項) 代入を $[\tilde{v}/\tilde{x}]$ と記す。ここで名前の列 $\tilde{v}$ と $\tilde{x}$ は同じ長さで $\tilde{x}$ の中の名前は全て異なっているものとする。$\sigma, \sigma' \ldots$ は代入を表す。$\equiv_\alpha$ は α-変換を示す。特に値の送受信を問題にしない場合、$\leftarrow c$、$c.P$ と書き、$|x|(|y|(P))$ を略して $|xy|P$と記す。また括弧は適宜補うこととする。

簡約関係は形式系の基本的な計算機構を与える。簡約を定式化するために [12] (cf. [2]) に基づく構造則を導入する。構造同値性 $\equiv$ とは、以下の規則から導出される最小の同値関係である。

(1) $P \equiv Q$ if $P \equiv_\alpha Q$	(4) $\lvert x\rvert P, Q \equiv \lvert x\rvert(P, Q)$ $(x \notin \mathcal{FN}(Q))$	(7) $P \equiv Q \Rightarrow P, R \equiv Q, R$
(2) $(P, Q), R \equiv P, (Q, R)$	(5) $P, Q \equiv Q, P$	(8) $P \equiv Q \Rightarrow \lvert x\rvert P \equiv \lvert x\rvert Q$
(3) $P, \Lambda \equiv P$	(6) $!ax.P \equiv ax.(P, !ax.P)$	

$\leftarrow av$ か $ax.P$ の形をした項の並行合成の列を$\partial, \partial', \ldots$ で示す。$\tilde{w}$ を有限の名前の列とすると、どんな P も $\equiv$ で $|\tilde{w}|(\partial)$ という単純な形に変換できることに基づいて、簡約則は以下のように単純に定義される。

定義 2.1 簡約.
一回簡約 $\rightarrow$ とは、以下の規則から導かれる最小の関係である。

$$\text{COM}: \ |\tilde{w}|(\partial, \leftarrow av, ax.P, \partial') \ \rightarrow \ |\tilde{w}|(\partial, P[v/x], \partial')$$

$$\text{STRUCT}: \quad \frac{P_1' \equiv P_1, \ P_1 \rightarrow P_2, \ P_2 \equiv P_2'}{P_1' \rightarrow P_2'}$$

複数簡約 $\twoheadrightarrow$ は $\twoheadrightarrow \stackrel{\text{def}}{=} \rightarrow^* \cup \equiv$ と定義される[2]。

2.2 ν-理論

ν-項の間の等価性が続く 3・4 章の議論の中心となっている。従来のように項間の関係を直接取り扱うことは可能だが、等価性が等価理論によって生成されるとすることで、様々の異なった等価性を要領よく扱うことができるようになる。

定義 2.2 ν-理論
ν-理論 (ν-theory)、或いは単に理論とは、$P = Q$ という形をした式が少なくとも以下の公理と規則によって作られる公式理論である。

(1) $P = P$	(4) $P = Q \Rightarrow P, R = Q, R.$	(7) $P = Q \Rightarrow ax.P = ax.Q.$
(2) $P = Q \Rightarrow Q = P$	(5) $P = Q \Rightarrow R, P = R, Q.$	(8) $ax.P = by.Q \Rightarrow !ax.P = !by.Q.$
(3) $P = Q, Q = R \Rightarrow P = R$	(6) $P = Q \Rightarrow \lvert x\rvert P = \lvert x\rvert Q.$	(9) $P = Q$ when $P \equiv Q$

以下に記法を導入する。

(i) ν-理論を $\Im, \Im', \ldots$ で示す。上の公理と規則以外、なにも付け加えない理論を$\Im_\equiv$とする。

---

[1]複製子の変形として、再帰受容子 (recursive receptor)[5, 6] や、自動複製子 (eager replicator)[12] がある。これらのどれを選んでも後の発展に影響を与えない。

[2]$\equiv$ の $\twoheadrightarrow$ への包含は本稿での理論的な結果に対して必須というわけではないが、しばしば証明のしやすさへと結び付く。

(ii) $\Im$ によって $P = Q$ が導出されるとき、$\Im \vdash P = Q$ と記す。また導出する理論が文脈から明らかな時は単に $P = Q$ と書く。

(iii) ある与えられた等式の集合 $\mathcal{E}$ を $\Im$ に加えたものを $\mathcal{E} + \Im$ と記す。また $\mathcal{E} + \Im_{\equiv}$ を $\mathcal{E}+$ と略記する。 $\Im + \Im'$ は上の公理と規則に二つの理論の等式の集合を加えたものである[3]。これを ν-理論の任意の族に拡張したものを $\sum\{\Im_i\}_{i \in I}$ (ただし I はインデックス集合) と記す。

(iv) 理論 $\Im$ から導出される関係を $|\Im|$ と書く。ある ν-理論の族が与えられた時、**最大** (或いは **最小**) な理論とはそれに関する関係が最大 (或いは 最小) のものとする。また、もし $|\Im| \subset |\Im'|$ であれば、$\Im$ を $\Im'$ の**部分理論**といい、もしこの包含関係が真ならば、$\Im$ を $\Im'$ の**真部分理論**と呼ぶ。

(v) 我々はある理論が全てのν-項を等価にしない (すなわち $|\Im| = \mathbf{T}_\nu \times \mathbf{T}_\nu$ でない) 場合を**無矛盾** (consistent) といい、$\Im \in \mathsf{Con}$ と記す。逆に無矛盾でない場合、その理論は**矛盾** (inconsistent) しているという。

定義 2.2の (9) によって、全ての ν-理論は構造同値則から作られる等式を公理として含むことに注意。簡約関係にとって構造則は不可欠であることから、これを公理として含めることは自然である。これは λ-計算の等価理論の中のα-変換と同等と見倣され得る。なぜならこれらの規則が現在の簡約関係の定式化の必須の要素となっているからである。

我々はすでに示した相互模倣性をそれぞれの相互模倣性に最小の理論 $\Im_{\equiv}$ を加えることによって表現できる。我々はそれらを$\Im_{\sim_s}, \Im_{\sim_a}, \Im_{\approx_s}, \Im_{\approx_a}$ で示す。また、$\sim_s \supset \equiv$ と $\sim_s$ の合同性より $|\Im_{\sim_s}| = \sim_s$、他も同様であることに注意せよ。

3 ν-計算の簡約意味論

3.1 簡約閉包性

並行性において、**状態** (states) の概念ははきわめて重要となる。意味論的には状態とは、項が簡約しているうちにその意味が変化しうることを意味する。そこで、「等価」とは二つの等価な項がまた等価な状態に行きつくことと意味する。よってもし二つの項が等しく、そのうちの一つがある項に簡約されたならば、もう一方は (関係する等価性の範囲で) 等価な項に行きつくことができなければならない。この概念は**簡約閉包性**として定義される[4]。

定義 3.1 簡約閉包性.
ν-理論 $\Im$ は次のことがいつでも成り立つ時、簡約について閉じている (reduction-closed) という。 $\Im \vdash P = Q$ かつ $P \twoheadrightarrow P'$ ならば、ある Q' に関し、 $Q \twoheadrightarrow Q'$ かつ $\Im \vdash P' = Q'$.

ある理論が β-等価性を持つならば、明らかにこの理論は簡約に対して閉じている。このように簡約閉包性は β-等価性を状態のある計算の枠組に一般化したものと考えられる ($\rightarrow$ ではなく $\twoheadrightarrow$ を用いることはこの点において本質的である。$I \stackrel{\mathrm{def}}{=} \lambda x.x$ とすると、$II =_\beta I$ であるが、 $\rightarrow$ を基礎にすると、これは成り立たない)。また、定義 3.1より、$C[\,]$ を任意の文脈とすると、$\Im$ が簡約閉包性を持つならば、またそのときに限り、いつでも$\Im \vdash P = Q$, $C[P] \twoheadrightarrow P'$ ならば ある Q' が存在して、 $C[Q] \twoheadrightarrow Q'$ かつ $\Im \vdash P' = Q'$ が成り立つ。これは上の定義の基礎概念の一つを明確にしている。すなわち簡約閉包性は簡約をしている間の状態の変化を考慮して、任意の文脈で等価理論の内部的な無矛盾性をテストするという側面を持つ。我々は簡約について閉じているν-理論をしばしば単純に**簡約理論**と呼ぶことにする。

我々は補題ののちに、簡約理論の重要な性質を示す。

[3]規則の和をとらないことに注意。

[4]この閉包性自身は [14] の停止性を基礎とする意味論の一部としてすでに登場している。我々は相互模倣性の制限というよりむしろ状態を重視する枠組の中で本来的な等価性の概念としてこの閉包性を位置付ける。

補題 3.2 連鎖補題 (chain lemma).
$\Im'$ をあるν-理論の族の和 $\sum\{\Im_i\}_{i\in I}$ とし、$\Im' \vdash P = Q$ とすると、ある $j_i \in I, 0 \leq i \leq n$ が存在し、次のような等式の鎖に分解できる。 $\Im_{j_0} \vdash P = R_0, .., \Im_{j_k} \vdash R_{k-1} = R_k, ..., \Im_{j_n} \vdash R_{n-1} = Q$

命題 3.3 全ての $i \in I$ について、$\Im_i$ は簡約について閉じているとする。そのとき $\sum\{\Im_i\}_{i\in I}$ も簡約について閉じている。

3.2 不作用性と健全な理論

C を一つ穴の文脈、C_n を n 穴の文脈とする。このとき我々は**文脈の一般的な簡約** (generic reduction of a context) を以下のように定義する。

$$C \twoheadrightarrow C_n \quad \Leftrightarrow_{\mathrm{def}} \quad \exists\sigma_1..\sigma_n. \forall P.\ C[P] \twoheadrightarrow C_n[P\sigma_1]...[P\sigma_n]$$

一回簡約 $C \rightarrow C_n$ は同様に定義される。もし C が一般的に C_n に簡約するとすれば、はじめから穴の中にある項の複製か、複製された項に (受動的な) 代入がおこるだけで、穴の中にある項はその簡約に参加しない。またここで c,c' を文脈の中に存在しない名前とすると、上の定義は$C[\leftarrow cc'] \twoheadrightarrow C_n[\leftarrow cc']...[\leftarrow cc']$と同等となる[5]。

不作用項はそれを取り囲んでいる文脈にすくなくとも構文的にはなんの影響も与えない項である。この概念は与えられた形式系特有の性質によらず、弱い意味論の枠組での項の操作的無意味性のための十分条件を与えることを意図している[6]。

定義 3.4 不作用項 (insensitive term).
$C[\ ]$ を任意の文脈とする。全ての $P \in \mathbf{T}'$ について、 $C[P] \twoheadrightarrow P'$ ならば $C \twoheadrightarrow C'_n$ のもとで $P' \equiv C'_n[Q_1]...[Q_n]$ かつ $Q_i \in \mathbf{T}', i = 1..n$ であるとする。もし P_0 がそのような $\mathbf{T}'$ に含まれる時、P_0 は不作用 (insensitive) であるという。

不作用項の集合を Ins_ν と記す。この集合は明らかに簡約に対して閉じている。ここで不作用項に関するいくつかの例を紹介する。次の (iii) において、$\mathcal{AN}(P)$ は$\mathcal{AN}(\leftarrow av) = \mathcal{AN}(ax.P) = \mathcal{AN}(!ax.P) = \{a\}$, $\mathcal{AN}(|x|P) = \mathcal{AN}(P) - \{x\}$, $\mathcal{AN}(P,Q) = \mathcal{AN}(P) \cup \mathcal{AN}(Q)$, $\mathcal{AN}(\Lambda) = \emptyset$ と定義される。

例 3.5 $P \twoheadrightarrow P'$ であるどんな P' についても
$\mathcal{AN}(P') = \emptyset$ ならば $P \in \mathsf{Ins}_\nu$。

上の例の不作用項であることの証明には簡約数に関する帰納法を用いる。

我々がこれから導入する意味論構築方法の基本概念は、すでに示唆したように、不作用項の同一視である。この定式化は一般的な視点に基づいて、項の動作的な無意味性を暗示しており、我々はこの同一視が意味論的に自然であることを主張する。のちにこの同一視が真に規範的なν-理論へと我々を導くことをみる。我々は不作用項を等価にする無矛盾な簡約意味論を**健全である**という。

3.3 本来的な観測可能性

健全なν-理論における重要な事実は**健全な理論は自動的に観測可能性を導く**ことである。この導かれた観測可能性は動作的に意味が深く、次章で詳しく述べるように、形式系の操作の重要な側面をよりよく反映させている。

どんなν-理論においても $\Im \nvdash P = Q$ であるとき、この組を**非両立的である** (incompatible) といい、$P \# Q$ と記す。次に示す非両立な組は観測可能性を導入するために必要となる。

[5] 簡約文脈 (reduction context)、すなわち $P \twoheadrightarrow P'$ ならば $C[P] \twoheadrightarrow C[P']$ が成り立つような文脈をとれば、定義はより簡単になる。しかし一般化のため上の定義を用いる。

[6] この構築方法はλ-計算の不定式の構文的な性質にヒントを得ている (Proposition 14.3.24 (Genericity Lemma) [1] 参照)。しかしながら我々は状態を考えているため、この補題と異なり文脈上の途中の影響を考慮している。また不作用項は停止性にも簡約回数にも関係しないので、弱い意味論枠組にある。

補題 3.6 $\leftarrow c \# \Lambda$, $c.\Lambda \# \Lambda$, $(\leftarrow c, c.\Lambda) \# \Lambda$.

他の比較不可能な組として $(\leftarrow a \# \leftarrow b)$ (ただし $a \neq b$) や、$(\leftarrow a, \leftarrow b) \oplus (\leftarrow a, \leftarrow c) \# (\leftarrow a, (\leftarrow b \oplus \leftarrow c))$ などが挙げられる。最後の例は健全な理論が弱相互模倣性に非常に近いことを示している。

我々はここで健全な理論の中に自然に備わっている「一般的な観測可能性」の概念を単純な遷移規則によって定式化する。

$$|\tilde{w}|(\partial, \leftarrow av, \partial') \overset{\uparrow a}{\rightsquigarrow} |\tilde{w}|(\partial, \partial') \quad (a \notin \{\tilde{w}\})$$

$$\frac{P \equiv P' \quad P \overset{\uparrow a}{\rightsquigarrow} Q \quad Q \equiv Q'}{P' \overset{\uparrow a}{\rightsquigarrow} Q'}$$

上の遷移系は出力、それも目標のみに関係し、値は含まないことに注意せよ。この遷移系の意義はのちに議論される (4.1 章参照)。上の遷移則のもとで、我々はこの章でもっとも重要な結果の一つを以下に示す。

定理 3.7 観測可能定理 (observability theorem).
ある健全なν-理論を $\Im$ とし、$\Im \vdash P = Q$ すると、$P \overset{\uparrow a}{\rightsquigarrow} P'$ ならば $Q \twoheadrightarrow \overset{\uparrow a}{\rightsquigarrow} \twoheadrightarrow Q'$ となる Q' が存在し、$\Im \vdash P' = Q'$。

上の証明において、不作用項の同一化をすることで、不一致な動作を行なう項を等価にし矛盾を導き出すという証明手法が用いられている。このように健全性は等式の機能を一般化する。また入力を無視した観察可能性が得られることは決してあらかじめ予定されていたものではない。なぜならば同様な構築が CCS やπ-計算においては同期的な (すなわち、入力を含んだ) 観測可能性を導くからである (5.1 章参照)。この観測可能性自身の性質については 4.1、4.2 章で詳しく述べられる。

観測可能性の重要な結果は**分離集合** (isolation set) の存在である。$\mathbf{T}$ を $\mathbf{T}_\nu$ の真部分集合とする。理論 $\Im$ が $\mathbf{T}$ を**分離する**、あるいは $\mathbf{T}$ が $\Im$ の中で**分離集合**であるとは、$\Im \vdash P = Q$ かつ $P \in \mathbf{T}$ ならば $Q \in \mathbf{T}$ が成り立つことをいう。連鎖補題を使って、以下の補題が直ちに導かれる。

補題 3.8 分離補題 (isolation lemma).
$\Im'$ を 任意の ν-理論の族の和 $\sum\{\Im_i\}_{i\in I}$ とする。もし全ての $i \in I$ について $\Im_i$ が $\mathbf{T}$ を分離するならば、$\Im'$ もまた $\mathbf{T}$ を分離する。

もしある理論が空ではない集合を分離するならば、自動的に無矛盾になる。健全なν-理論の基本的な性質を以下に示す。

命題 3.9

(i) $\Im$ は健全であるとする。そのとき各々の $a \in \mathcal{N}$ において $\Im$ は $\{P \mid P \twoheadrightarrow \overset{\uparrow a}{\rightsquigarrow}\}$ を分離する。
(ii) 全ての $i \in I$ において $\Im_i$ は健全であれば、$\sum\{\Im_i\}_{i\in I}$ もまた健全である。

これらのことより健全である最大の理論が存在することが直ちに示される。

系 3.10 ある健全な理論 $\Im$ について、$P \cong Q \quad \Leftrightarrow_{\mathrm{def}}$ $\Im \vdash P = Q$ と定義する。$\Im^*_\nu \overset{\mathrm{def}}{=} \{(P = Q) \mid P \cong Q\}+$ とすると、$\Im^*_\nu$ は健全である最大の理論である。

$\Im^*_\nu$ とともに、我々は簡約閉包性のみに基づく真に規範的な等価性を得た。そして不作用項の一般的な概念を得ることができた (ここで例えば $\Im^*_\nu \not\supset \Im_G$ であることより $\Im^*_\nu$は無矛盾な簡約閉包の最大ではないので健全性の条件はこの構築に必須であることに注意)。

4 議論

4.1 他の形式系における簡約意味論

この節では簡約意味論を他の形式系に適応した結果について簡単に述べる。詳しい内容については、[8] 参照のこと。

CCS

CCS の簡約意味論を構築する上で最も問題となるのは、非決定演算子 (summation) を含む文脈では弱い合同関係をもつ意味論が構築しにくいことである。しかし我々は、[14] の中ですでになされたように、取り扱う文脈を簡約文脈 (footnote 5 参照) に限り、その最大の健全な弱い簡約意味論 (これを$\Im_{ccs\backslash+}$ と記す) を構築すれば、定理 3.7を導出した時と同様な手法でこの最大の理論 (これを$\Im^{*}_{ccs\backslash+}$ と記す) が CCS の弱相互模倣性と一致することが示せる [8](値の受け渡しがないので、定理 3.7に対応する結果から、直ちに弱相互模倣性が導かれることに注意)。同様にこの理論から作られる最大の強い理論は CCS の強相互模倣性と一致する。 さて、Milner と Sangiorgi は [14] の中で、彼らの弱い鋭い合同性 (barbed congruence) と呼ばれる関係$\cong_{\Re}$ が、 CCS の弱相互模倣性 $\approx$ と像有限性 (image finiteness) の仮定の限りで一致することを示しているが、像有限を仮定しない一般の場合については未解決としていた。しかし我々の $|\Im^{*}_{ccs\backslash+}|$ と、彼らの (像有限性を仮定しない) $\cong_{\Re}$ が一致することは容易にわかる。ここから直ちに $\approx$ と $\cong_{\Re}$ との一致がわかる。さらに [14] の方法を用いずに、$\cong_{\Re}$ から直接非両立な組を用いて観測可能定理を導けば、$\cong_{\Re}$ と弱相互模倣性の一致は、容易に得られる。これは我々の証明手法が、他の意味論枠組に対しても有効に用いられ得ることを示している。

π-計算

π-計算 [10, 12] は同期名前通信を基盤とするν-計算のスーパーセットである。このプロセス計算には、様々な種類があるが、ここでは特に [12] におけるπ-計算の断片を取り扱う (ただし 非決定演算子を導入しても、CCS と同じ手法で同期相互模倣性が導ける)。このπ-計算で、我々はν-計算で非同期的な値なしの相互模倣性 (定理 3.7) を導いたように、健全な簡約理論から同期的な値なしの相互模倣性を導ける。しかし、予期しないことに等価子が同期の枠組でも機能する。これはπ-計算の断片の健全な最大の理論が以下のような等式を含んでしまうことを意味する。

$$\mathcal{E}Q_{\pi}(vw)|\bar{a}v.P \;=\; \mathcal{E}Q_{\pi}(vw)|\bar{a}w.P$$

(ただし $\mathcal{E}Q_{\pi}(vw) \stackrel{\mathrm{def}}{=} !v(x).\bar{w}x|!w(x).\bar{v}x$)。この理由は等価子が同期通信を非同期通信に変換し、それから非同期の枠組で名前を等価にするという機能を持つからである。このように最大の健全な理論は「早い」弱相互模倣性 [10] よりも、一般的となる[7]。

4.2 応用

意味論は、プログラムの検証や最適化などにおいて本質的な役割を持つ。特に、並行プログラミング言語は古典的な共有変数にもとづくものから並行オブジェクト指向言語にいたるまで、その等価性判断の基礎となるような意味論の構成は必ずしもなされていなかった。以下、特に複雑な相互作用を持つような言語と、共有変数言語に関する意味論について述べる。

相互作用にもとづく言語

並行オブジェクト指向言語や、近年のその発展形では、CCS などでは表せないような複雑な相互作用による「観測」の概念が存在し、それゆえ従来の相互模倣性などの適用が不可能だった。われわれは現在、

[7]この最大の弱い理論から導かれる最大の強い理論は「早い」強相互模倣性 [10] と一致する。

並行オブジェクト指向をより一般化した言語プリミティブを基礎においた形式系に対して簡約意味論を適用することにより、相互作用を基礎とした言語の意味論の概念的基礎を与えようとしている。

共有変数にもとづく言語

共有変数に基づく並行言語は、もともとプロトキンらによる並行意味論研究の素材となったにもかかわらず、その基礎的な意味論の概念は、必ずしも明確ではなかった。これは、この文脈では「観測」の概念の定式化が実は容易ではないことによる。われわれのある小さい手続き型言語への簡約意味論の結果は、Milner の CCS へのコーディングにもとづいたものに比してより包括的な意味論を導出している。

結論として、簡約意味論とそれに関連した定式化について洞察することが、理論的、および実践的に意義のある意味理論問題の解決へとつながることを期待する。

References

[1] Barendregt, H., *The Lambda Calculus: Its Syntax and Semantics.* North Holland, 1984.

[2] Berry, G. and Boudol, G., The Chemical Abstract Machine. *POPL*, 1990.

[3] Boudol, G., *Asynchrony and π-calculus*, a typescript, March 1992.

[4] Engberg, U. and Nielsen, M., *A Calculus of Communicating Systems with Label Passing.* Research Report DAIMI PB-208, Computer Science Department, University of Aarhus, 1986.

[5] Honda, K. and Tokoro, M., An Object Calculus for Asynchronous Communication. *ECOOP 91*, LNCS 512, Springer-Verlag 1991.

[6] 本田 耕平, 所 真理雄, 並行オブジェクト計算のための形式系, コンピュータソフトウエア, Vol. 9, No. 2, March 1992.

[7] Honda, K., *Two bisimilarities in ν-calculus*, submitted. Also as Keio CS report 92-002, September 1992.

[8] Honda, K. and Yoshida, N., *Reduction Theories for Concurrent Calculi: Behavioral Semantics without Observables*, submitted. Also as Keio CS report 92-003, October 1992.

[9] Milner, R., *Calculus of Communicating Systems.* LNCS 92, Springer-Verlag, 1980.

[10] Milner, R., Parrow, J.G. and Walker, D.J., *A Calculus of Mobile Processes. Part I/II.* ECS-LFCS-89-85/86, Edinburgh University, 1989.

[11] Milner, R., *Communication and Concurrency.* Prentice Hall, 1989.

[12] Milner, R., Functions as Processes. *ICALP 1990*, LNCS 443, Springer-Verlag.

[13] Milner, R., *Polyadic π-Calculus*, LFCS report, Edinburgh University, 1992.

[14] Milner, R. and Sangiorgi, D., Barbed Bisimulation. *ICALP 1992*, LNCS 623, Springer-Verlag.

[15] de Nicola, R. and Hennessy, M. Testing equivalences for processes, *Theoretical Computer Science*, 34(1), 1984.

[16] Park, D., Concurrency and Automata on Infinite Sequences. LNCS 104, Springer-Verlag, 1980.

[17] Thomsen, B., A calculus of higher order communicating systems. *POPL 1989.*