

流体計算の格子生成に関する最近の話題

中橋和博

航空宇宙技術研究所

計算機ハードおよび計算手法の発達により、近年の計算流体力学の進歩には著しいものがある。しかし複雑な三次元形状まわりの流れの計算となると、流れ場を細かく格子分割することに膨大な手間暇を必要としている。それ故、大規模な流体計算が増加するに従って、格子形成の重要性がますます大きくなってきている。本稿では、流体計算に用いる格子に関して、現在用いられている格子生成法の概要を具体例と共に説明し、また複雑な形状周りの流体計算に対処する方法として、マルチブロック法、複合格子法、有限要素法および解適合格子法等、格子全般に関する最近の話題を紹介する。

Selected Topics in the Grid Generations for Computational Fluid Dynamics

Kazuhiro NAKAHASHI

National Aerospace Laboratory

7-44-1, Jindaiji-Higashi, Chofu, Tokyo 182, JAPAN

Computational fluid dynamics (CFD) has undergone explosive growth in recent years. However the flow computation around a complex geometry is still a hard problem because of the difficulty in the grid generation. In this paper, selected topics concerning to the grid generations for CFD are described. Together with a brief review of the grid generation schemes, some of the current computational techniques to treat the complex flow fields are introduced, including the multi-block method, zonal methods, finite-element methods, and solution-adaptive grid.

1. はじめに

格子形成は流れを計算機でシミュレートする際の出発点であり、古くから研究されて手法としては既に言い尽くされた感がある。しかしながら実際に格子を作ろうとしても、少し形状が複雑になるとなかなか難しいもので、特に三次元形状まわりの流れの計算となると、長い経験を積んだ研究者が膨大な手間暇かけて格子を作っているのが現状である。一方、近年の計算機ハードおよび計算法の発達は目覚ましく、流れを解くことに要する計算時間は著しく短縮されて来ている。それ故、流体計算に要する全体の時間の内、格子形成の占める割合がますます大きくなってきており、いかに簡単にかつ効率良く格子を作るかという事が、流れの数値計算技術を工学的な解析・設計道具として使うための重要な要素となってきている。

格子は計算法と切り離しては議論できない。現在流れの計算に用いられている方法は、規則正しく並んだ格子（構造格子）で流れ場を細分して計算する差分法（あるいは有限体積法）と、格子並びに規則性を要求しない非構造格子による有限要素法とに分けられよう。構造格子形成法に関する解説の類は既に多く出されており、特に文献[1]は1984年以前に提案された格子形成法について教科書的に詳しく解説している。それ故本稿では、流体計算に用いる格子に関して、複合格子法や有限要素法等も交えて最近の話題を紹介したい。

2. 構造格子形成法

格子形成の研究はかなり広範に行われ、既に数多くの方法が提案されている。通常、これらの手法は二つに分類して議論される。即ち、偏微分方程式による格子形成法と代数的格子形成法である。

(1) 偏微分方程式法

偏微分方程式法は、用いる方程式の型によって更に楕円型、放物型、そして双曲型に分類される（図1）。楕円型方程式を用いる方法は、計算領域の境界上で格子点分布を指定して内部の格子を作成するもので、ソース項により格子点分布の制御が可能であり、外部流および内部流に対する最も一般的な格子形成法と言えよう。これに対し双曲型方程式を用いる方法は、一つの境界上だけ指定し、他の境界は格子形成の結果として与えられる。従って外部流問題では効率よい格子形成法であるが、内部流には向かない。

偏微分方程式を用いた格子形成法は、代数法よりも一般的により滑らかな格子を作ることができ、また特に二次元場では、入力データの変更だけで色々な場の格子を形成できるような汎用格子形成プログラムの作成も可能である（図2）。しかしながら、三次元場での格子形成は方程式法を用いても簡単ではない。そのため代数法との組合せや、計算領域を更にいくつかのブロックに分け、それぞれのブロックで方程式法を適用して格子を作るという手法が用いられている。

図3では飛行機周りの流れ場を二つのブロックに分け、それぞれのブロックで楕円型方程式法を適用し、

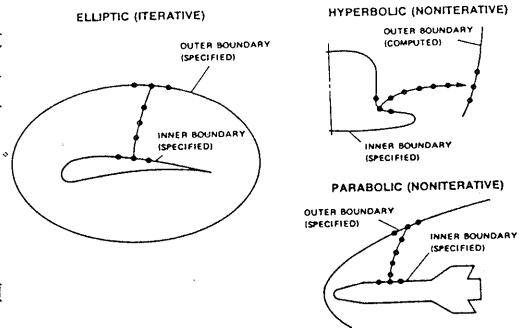


図1. 偏微分方程式を用いた格子形成法⁽²⁾

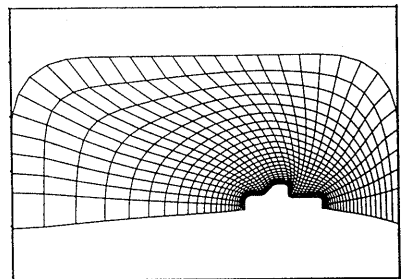


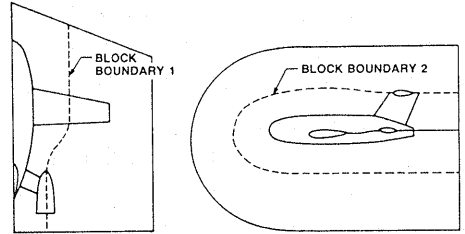
図2. 楕円型方程式による二次元格子形成⁽³⁾

それらをブロック境界で繋合わせて全体の格子を作成している。

(2) 代数法

代数法は内挿関数及びいくつかの写像・変換関数等を用いて空間を分割して行くもので、方程式法ほど普遍性がないものの格子の制御という点では楽であり、複雑な形状に対しても、いくつかの代数法を組み合わせることにより、比較的簡単に格子を作ることができる。図4は戦闘機周りの流れ場を20のブロックに分け、それぞれのブロック内では内挿関数(Transfinite Interpolation^[6])を用いて格子を生成している。代数法のために格子形成に要する計算時間は短く、25万点の格子を数十秒で作成する。また図5では、等角写像および種々の代数的手法を組み合わせることで複雑な空間を単一の格子で記述している。

代数的格子形成法に用いる基礎的な式は一般的に単純なものであり、文献[20]には格子形成法の入門用として簡単なプログラム例を示してある。これは一次元内挿関数^[8]、および二次元空間での内挿関数^[6]を用いた例であるが、スプライン等と組み合わせることにより、かなり複雑な形状周りの格子形成も可能であり、特にグラフィック端末上での会話処理による格子形成には有効な手段であろう。



Grid Generation Blocking Strategy for a Complete Airplane

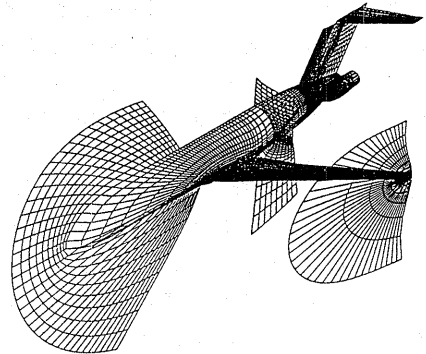


図3. 楕円型方程式による
三次元格子形成^[4]

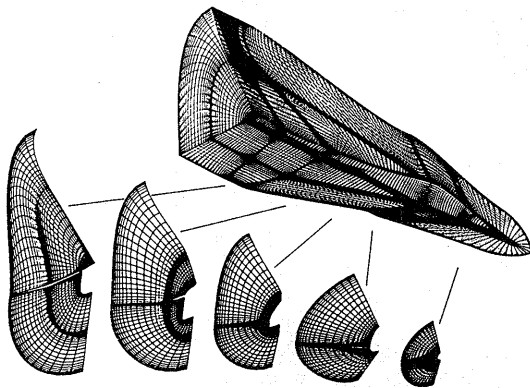


図4. 代数法による三次元格子形成^[5]

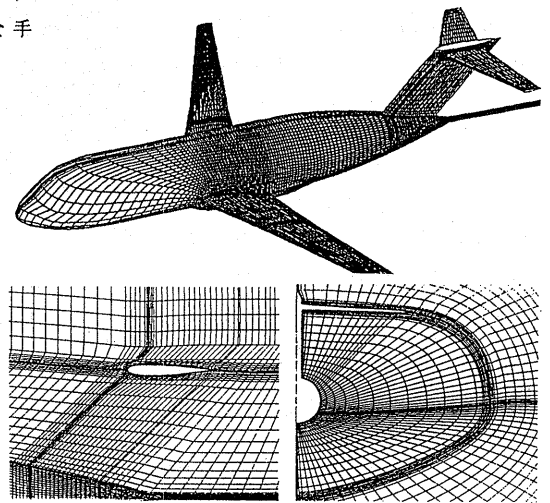


図5. 代数法による三次元格子形成^[7]

3. 格子形成を簡単化するアプローチ

上記の構造格子を用いる計算法(有限差分法、有限体積法)は近年著しく計算効率が改善され、流れの計算に広く用いられている。しかしながら、複雑な物体形状周りの流れや流れ場の中にいくつも物体があるような問題では格子形成が困難になり使いづらいものと

なる。特に三次元場では、構造格子を用いる限り単一の格子で全体を記述することが極めて困難な場合が多い。そこでそのような複雑な空間に格子を作成するために、近年いろいろな手法が研究されている。図6～図13はその代表的なアプローチを示したものである。

(1) Multi-block法

Multi-block法^[9]は、計算領域をいくつものブロックに分け、それぞれのブロック内はHタイプの格子で分割していく手法で、複雑な形状周りの流れ場でも比較的簡単に格子生成が可能となる。図6は航技研STOL機にこの手法を適用して生成した格子である。この方法の欠点としては、H型格子を用いるために丸い断面形でも計算空間では角を持つことになり、この角 (Fictious corner)を計算の際に適切に処理しなければならないこと、および格子点の無駄が多いことであろうが、近年の計算機ハードの進歩を考えると、格子生成の容易さというこの手法の利点は非常に大きい。

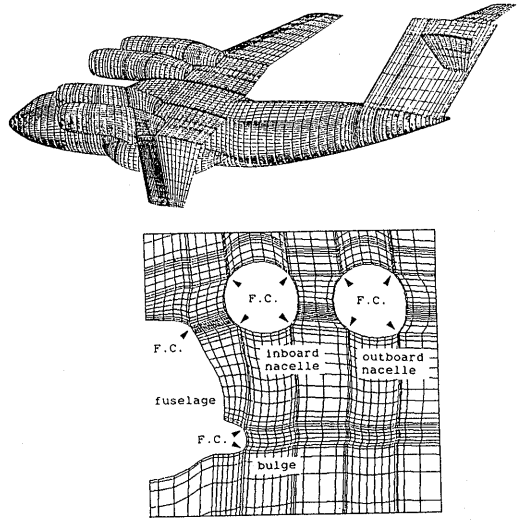


図6. Multi-block法による格子形成^[10]

(2) FDM-FDM複合格子法

複雑な形状周りの計算法として複合格子法(図7～9)が最近盛んに研究されている。これは、流れ場をいくつかの領域に分割してそれぞれを差分法(FDM)あるいは有限体積法(FVM)で解く方法で、各々の領域で独立に格子を生成するため、従来の単一領域での計算における格子形成の困難をかなり軽減しており、三次元問題では特に重要な技術である。

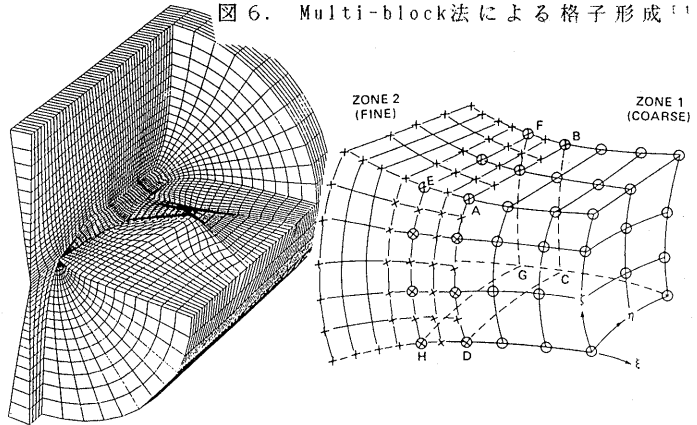


図7. 飛行機周りのZonal格子と領域接合法^{[11][12]}

(領域境界で数メッシュ重ね合わせ、内挿で情報授受)

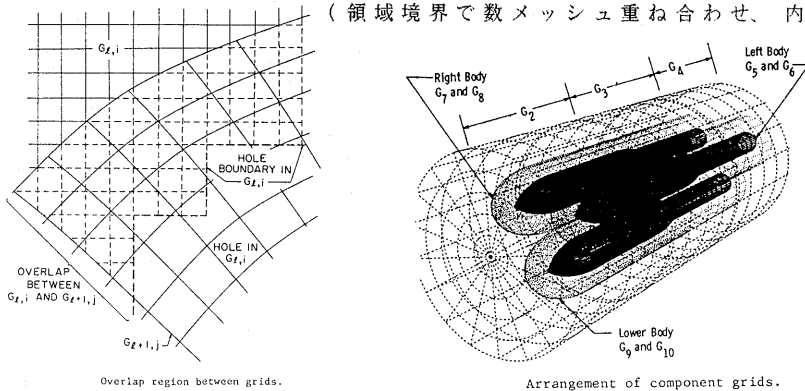


図8. 重ね合わせ格子による複数物体周りの計算^[13]

この手法は格子形成を容易にするほかに、領域別に違った方程式を用いて計算効率を上げると言う利点もあるが、逆に領域間の情報授受の方法、そのための領域境界面での格子の制御等、かえって複雑な手続きを必要とする面もある。

(3) 有限要素法（非構造格子法）

有限要素法は非構造化格子を用いるために形状適応性に富んでおり、その利点を生かして構造計算等では、データ入力だけで種々の問題が解けるような汎用ソフトも既に出来上がっている。流体計算でも、その適用範囲がより実際形状周りの流れ問題に広がるに従い、有限要素法の研究も近年盛んになってきている。実際、広範な流体計算に対応できる汎用CFDソフトには有限要素法的な考え方を取り入れる必要があるだろう。

高速気流に関連しては、有限要素法はごく最近になってようやく実際に使われ始めたといつて良い。それ故、非構造格子の生成に関しては構造解析の分野の方がはるかに進んでおり、そちらの方の格子形成法を参照すべきであろう。

非構造格子は自由度が大きいため、格子形成法もいろいろなアプローチが可能である。しかしながら、構造化を持たないために構造格子形成よりも難しい面もある。特に三次元場では、出来上がった非構造格子を詳細にグラフィック画面上でチェックすることは境界面以外では難しく、なんらかの格子チェックルーチンを用意する必要がある。

最近提案された非構造格子形成法として、三次元場で四面体要素を構成するのにDelaunay分割法を用いたBaker^[15]の手法は興味深い。図10はこの方法を用いて作成したBoing-747全機周りの格子であり、翼の下のエンジンをも含めた複雑な形状に対し、非構造格子の利点がフルに発揮されている計算例と言えよう。

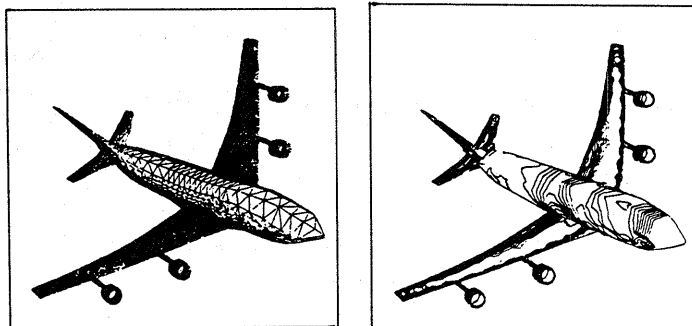
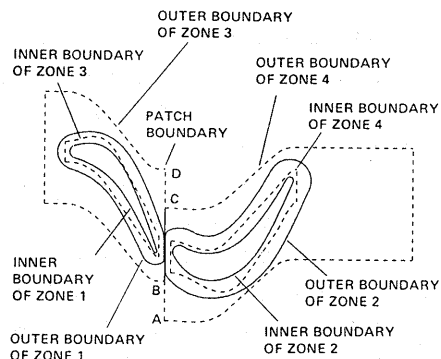


図10. 有限要素法によるBoing747の計算^[15,16]



Zoning of the rotor-stator problem showing patch and overlay boundaries.

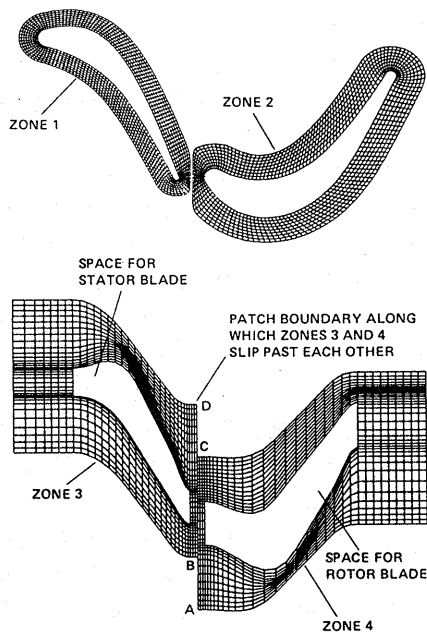


図9. 領域接合法と重ね合わせ法による静翼・動翼干渉流れの計算^[14]

(4) FDM-FEM複合格子法

先に示したFDM-FEM複合格子法と有限要素法は、格子の融通性の面で有利であるが、それぞれ欠点もある。複合格子法では、各々の領域で構造格子を用いるために、領域間の接合に無理が生じてくる。そのため各領域間の情報交換には特に三次元で煩雑な手法を必要とし、複合格子法の利点を十分生かしきっているとは言えない。また有限要素法は、現時点のレベルでは計算効率が差分法と比べると余り良くなく、特に高レイノルズ数粘性流計算に対しては陰差分法に比べかなり悪いいため、更なる計算法の改善が待たれる。

この欠点を改良する方法として、場所によって構造格子と非構造格子を使い分ける方法(FDM-FEM複合格子法^[17])が考えられる。図11はその例による翼・ナセル干渉の計算で、計算量の最も多い物体近くの粘性流れを効率の良い差分法(FDM)で計算し、残りを形状適応性に富んだ有限要素法(FEM)で解くもので、融通性のある有限要素格子により全体の格子生成が簡単化されかつ差分の計算効率の良さを兼ね備えた、両計算法のハイブリッド法と言える。

(5) 解適合格子法の利用

解適合格子法は、流れ場の計算の途中で格子を流れの状況に合わせて動かし、衝撃波などの変化の激しいところに格子点を自動的に集中させて計算精度を改善する技術で、近年盛んに研究されている。この方法はまた、格子形成をも簡単にする。すなわち、最初の格子はごく荒っぽいものでも良く、とにかく計算が出来れば、計算の途中でそれを解適合格子法により改良して行くことができる。図12はその一例で、衝撃波やせん断層などを伴った複雑な流れ場の計算には非常に有効な手段である。

解適合格子法は、最近では有限要素法で特にその威力を発揮している。これは、非構造格子のお陰で格子点を必要とところに自由に追加あるいは削除でき、簡単に組み込むことができるためである。図13は時間的に動く衝撃波を解適合格子法できれいに捕らえた例である。

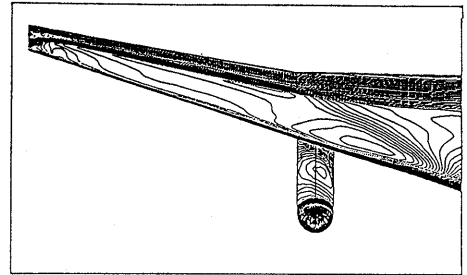
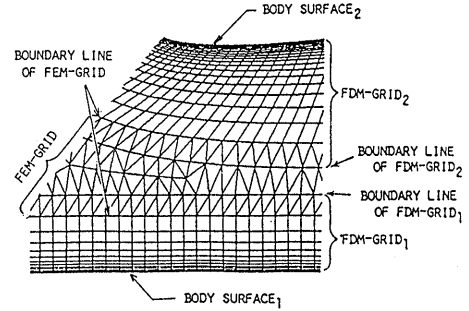


図11. FDM-FEM複合格子法による翼・ナセル干渉の計算^[17]

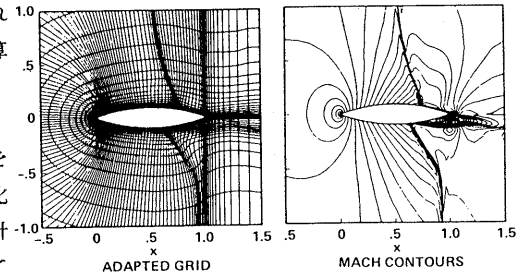


図12. 構造格子の解適合格子^[18]

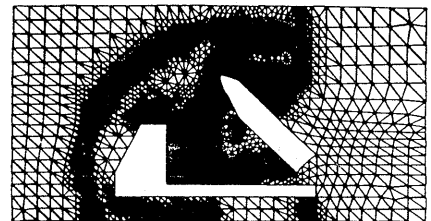


図13. 非構造格子の解適合格子法^[19]

4. おわりに

格子形成法の最近の話題を中心として紹介した。今後、計算空気力学は工学全般にわたる解析・設計の道具として用いられるようになるであろうが、そのためにも使いやすい格子形成法と言うものが欲しいものである。しかしながら、どのような流れ場にも適用できるような万能の格子形成法と言うものはいまだ考案されていない。実際、格子そのものは無限に切りようがあるため、その様な万能格子形成法が将来にはできると言うのは疑問である。むしろ、流れ場の形状、流れの状況に応じて最適な格子形成法を選べるように、いろいろな格子形成法を整備することが、現場レベルでは重要であろうと思われる。グラフィック端末上での会話処理形式の採用も、複雑な形状周りの格子形成には不可欠になるものと思われる。

5. 参考文献

- [1] Thompson, J.F., Warsi, Z.A.U., and Mastin, C.W., "Numerical Grid Generation: Foundations and Applications," North-Holland, 1985.
- [2] Kutler, P., "A Perspective of Theoretical and Applied Computational Fluid Dynamics," AIAA J., Vol.23, No.3, pp.328-341, 1985.
- [3] Sorenson, R.L., "A Computer Program to Generate Two-Dimensional Grids About Airfoils and Other Shapes by the Use of Poisson's Equation," NASA TM 81198, 1980, and NASA CP 2166, Numerical Grid Generation Technique, pp.449-461, 1980.
- [4] Kusunose, K., Marcum, D.L., Chen, H.C., and Yu, N.J., "Transonic Analysis for Complex Airplane Configurations," AIAA Paper 87-1196, 1987.
- [5] Eriksson, L.E., Smith, R.E., Wiese, M.R., and Farr, N., "Grid Generation and Inviscid Flow Computation About Cranked-Winged Airplane Geometries," AIAA Paper 87-1125, 1987.
- [6] Eriksson, L.E., "Generation of Boundary-Conforming Grids Around Wing-Body Configurations Using Transfinite Interpolation," AIAA J., Vol.20, No.10, pp.1313-1320, 1982.
- [7] Takanashi, S., Obayashi, S., Matsushima, K., and Fujii, K., "Numerical Simulation of Compressible Viscous Flows Around Practical Aircraft Configurations," AIAA Paper 87-2410, 1987.
- [8] Vinokur, M., "On One-Dimensional Stretching Functions for Finite-Difference Calculations," NASA CR 3313, 1980, and J. Comp. Phys., Vol.50, No.2, pp.215-234, 1983.
- [9] Rubbert, P.E. and Lee, K.D., "Patched Coordinate Systems", Numerical Grid Generation, Ed. Thompson, J.F., North-Holland, 1982.
- [10] Sawada, K. and Takanashi, S., "A Numerical Investigation on Wing/Nacelle Interferences of USB Configuration," AIAA Paper 87-0455, 1987
- [11] Holst, T. L., et al., "Numerical Solution of Transonic Wing Flows Using An Euler/Navier-Stokes Zonal Approach," AIAA Paper 85-1640, 1985.
- [12] Flores, J., Chaderijian, N.M., and Sorenson, R.L., "Simulation of Transonic Viscous Flow Over a Fighter-Like Configuration Including Inlet," AIAA Paper 87-1199, 1987.
- [13] Benek, J.A., Donegan, T.L., and Suhs, N.E., "Extended Chimera Grid Embed-

- ding Scheme With Application to Viscous Flows," AIAA Paper 87-1126-CP, 1987.
- [14] Rai, M. M., "Navier-Stokes Simulations of Rotor-Stator Interaction Using Patched and Overlaid Grids," AIAA Paper 85-1519-CP, 1985.
- [15] Baker, T. J., "Three Dimensional Mesh Generation by Triangulation of Arbitrary Point Sets," AIAA Paper 87-1124-CP, 1987.
- [16] Jameson, A. and Baker, T. J., "Improvements to the Aircraft Euler Method," AIAA Paper 87-0425, 1987.
- [17] Nakahashi, K. and Obayashi, S., "Viscous Flow Computations Using a Composite Grid," AIAA Paper 87-1128-CP, 1987.
- [18] Nakahashi, K. and Deiwert, G. S., "Self-Adaptive-Grid Method with Application to Airfoil Flow," AIAA J., Vol. 25, No. 4, pp. 513-520, 1987.
- [19] Lohner, R., "The Efficient Simulation of Strongly Unsteady Flows by the Finite Element Method," AIAA Paper 87-0555, 1987.
- [20] 中橋和博、「格子形成法の基礎」、日本機械学会関西支部第153回講習会教材；数値流体力学の初歩から実用まで、pp. 37-48, 1987.