

代用電荷法に基づく  
統一的な数値等角写像の方法

天野 要

愛媛大学工学部情報工学科

数値等角写像の方法は、通常、与えられた問題領域から標準領域への写像を求める方法と、逆に標準領域から問題領域への写像を求める方法とに大別される。問題領域から標準領域への数値等角写像の方法としては Symm (1966, 1967, 1969) の積分方程式法が著名である。これらは Hough & Papamichael (1983) によって、Jordan 曲線の内部から単位円内部へ、その外部から外部へ、有界な2重連結領域から円環領域へ、という3種の等角写像の統一的な数値計算法として再定式化されている。同様の再定式化は代用電荷法 (1987, 1988a, 1988b) に対しても可能である。ここにはその概要が数値例とともに記される。

A Unified Method  
for Numerical Conformal Mapping  
Based on the Charge Simulation Method

Kaname Amano

Department of Computer Science, Faculty of Engineering,  
Ehime University, Matsuyama 790, Japan

A simple unified numerical method is described for the following three types of conformal mapping: (a) from a domain interior to a closed Jordan curve onto the unit disk, (b) from a domain exterior to a closed Jordan curve onto the exterior of the unit disk, and (c) from a doubly-connected domain bounded by two closed Jordan curves onto a circular annulus. The numerical method is based on the charge simulation method, the method of fundamental solution, applied to the Dirichlet problem of Laplace's equation, where a pair of conjugate harmonic functions are approximated by a linear combination of complex logarithmic potentials without integration.

## 1. はじめに

数値等角写像の方法すなわち等角写像の数値計算法は、数値解析の課題の1つとして古くから研究され、近年、再び注目を集めている。それらは与えられた問題領域から標準領域への写像を求める方法と、逆に、標準領域から問題領域への写像を求める方法とに大別される<sup>1,2)</sup>。

問題領域から標準領域への数値等角写像の方法としては Symm の積分方程式法<sup>3-5)</sup> が著名である。これらは Hough & Papamichael<sup>6)</sup> によって、Jordan 曲線の内部から単位円内部へ、その外部から外部へ、有界な2重連結領域から円環領域へ、という3種の等角写像の統一的な数値計算法として再定式化されている。同様の再定式化は代用電荷法<sup>7-9)</sup> に対しても可能である。ここにはその概要が数値例とともに記される。

## 2. 代用電荷法

代用電荷法は Laplace 方程式の簡単で精度の高い近似解法として知られている<sup>10)</sup>。ここでは2次元の Dirichlet 問題

$$\Delta g(z) = 0, \quad z \in D, \quad (1)$$

$$g(z) = g_c(z), \quad z \in C \quad (2)$$

を考える。D と C は  $xy$  ( $z = x + iy$ ) 平面上の領域とその境界で、 $g_c(z)$  は C 上で定義された既知の実数値関数である。

代用電荷法では解である調和関数  $g(z)$  を

$$G(z) = \sum Q_i \log |z - \zeta_i|, \quad z \in \bar{D} = D \cup C \quad (3)$$

と近似する。 $\zeta_i \notin \bar{D}$ ,  $i = 1, \dots, N$  は問題の領域の外部に配置された電荷点であり、未定係数である電荷  $Q_i$ ,  $i = 1, \dots, N$  は境界上に配置された拘束点  $z_j \in C$ ,  $j = 1, \dots, N$  で境界条件(2)を満たすように定められる。すなわち、 $Q_i$  は拘束条件と呼ばれる連立1次方程式

$$\sum Q_i \log |z_j - \zeta_i| = g_c(z_j), \quad j = 1, \dots, N \quad (4)$$

の解である。

電荷  $Q_i$  が定めれば、領域内の任意の点  $z \in \bar{D}$  で近似解  $G(z)$  を簡単に計算することができる。この  $G(z)$  は、電荷の値の如何にかかわらず、Laplace 方

程式(1)を厳密に満たしていることに注意する。したがって、領域 D が有界であれば、調和関数の最大値の原理により、 $G(z)$  の誤差は境界 C 上で最大値をとって、

$$\begin{aligned} |E_G(z)| &\equiv |G(z) - g(z)| \\ &\leq \max_C |G(z) - g_c(z)| \equiv E_G \\ &\approx \max_j |G(z_{j+1/2}) - g_c(z_{j+1/2})| \end{aligned} \quad (5)$$

と簡単に評価することができる。ここに、 $\max_C$  は C 上での評価を示し、 $z_{j+1/2} \in C$ ,  $j = 1, \dots, N$  は拘束点  $z_j$  と  $z_{j+1}$  の間の中間点である。

拘束点と電荷点を適切に配置すれば、 $G(z)$  は非常に精度の高い近似解を与えることが知られている。しかし、実用上の有効性にも関わらず、代用電荷法の近似解の収束性<sup>11-13)</sup> や数値的安定性<sup>14)</sup> が数学的に研究されるようになったのは比較的最近のことである。

## 3. 数値等角写像の方法

### 3.1 内部等角写像

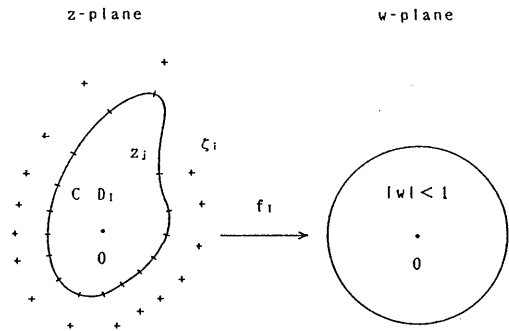


図1 内部等角写像と代用電荷法

$z$  平面上に与えられた Jordan 曲線 C で囲まれた Jordan 領域  $D_1$  から  $w$  平面上の単位円内部  $|w| < 1$  への等角写像を考える(図1)。その写像関数  $w = f_1(z)$  は、 $D_1$  内に原点をとれば、正規化条件  $f_1(0) = 0$ ,  $f_1'(0) > 0$  の下に一意的に定まり、

$$f_1(z) = ze^{g_1(z) + ih_1(z)}, \quad z \in \bar{D}_1 = D_1 \cup C \quad (6)$$

で与えられる。ここに、 $g_1(z)$  と  $h_1(z)$  は  $D_1$  で共役な調和関数で、 $C$  が単位円に移るとい境界条件と正規化条件から、それぞれ、

$$g_1(z) = -\log|z|, \quad z \in C, \quad (7)$$

$$h_1(z) = 0 \quad (8)$$

を満たさなければならない。

代用電荷法に基づいて、この共役な調和関数  $g_1(z)$  と  $h_1(z)$  を領域  $\bar{D}_1$  の外部に配置された  $N$  個の電荷点  $\zeta_i$  を極とする複素対数ポテンシャルの1次結合で

$$\begin{aligned} G_1(z) + iH_1(z) &= \sum_{i=1}^N Q_i \log|z - \zeta_i| \\ &\quad + i \sum_{i=1}^N Q_i \arg(z - \zeta_i) \quad (9) \\ &= \sum_{i=1}^N Q_i \log(z - \zeta_i) \end{aligned}$$

と近似して、問題の等角写像の近似写像関数

$$F_1(z) = z e^{G_1(z) + iH_1(z)}, \quad z \in \bar{D}_1 \quad (10)$$

を得ることができる。G, H, F 等の大文字は近似値を表す。電荷  $Q_i$ ,  $i=1, \dots, N$  は境界上の  $N$  個の拘束点  $z_j \in C$  で境界条件(7)を満たすように定められる。すなわち、拘束条件の連立1次方程式

$$\sum_{i=1}^N Q_i \log|z_j - \zeta_i| = -\log|z_j|, \quad j=1, \dots, N \quad (11)$$

の解である。

正規化条件(8)を満たすように回転の任意性を決定したい場合には、(9)式の  $H_1(z)$  を

$$H_1(z) = \sum_{i=1}^N Q_i \arg(1 - z/\zeta_i) \quad (12)$$

とすればよい<sup>7)</sup>。また、こうすれば星形領域の場合に  $\arg$  関数の計算が容易である。

### 3.2 外部等角写像

$z$  平面上に与えられた Jordan 曲線  $C$  で囲まれた Jordan 領域  $D_1$  の外部  $D_E$  から  $w$  平面上の単位円外部  $|w| > 1$  への等角写像を考える(図2)。その写像関数  $w = f_E(z)$  は、正規化条件  $f_E(\infty) = \infty$ ,  $f_E'(\infty) > 0$  の下に一意的に定まり、 $D_E$  の外部 すなわち  $D_1$  の内部に原点をとれば、

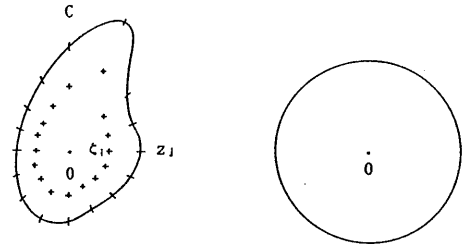


図2 外部等角写像と代用電荷法

$$f_E(z) = 1/\gamma \cdot e^{g_E(z) + i h_E(z)}, \quad z \in \bar{D}_E = D_E \cup C \quad (13)$$

と書き表すことができる。ここに、

$$\gamma = \lim_{z \rightarrow \infty} \{f_E'(z)\}^{-1} \quad (14)$$

は問題の領域の容量で、 $g_E(z)$  と  $h_E(z)$  は

$$g_E(z) = \log|z| + \hat{g}_E(z), \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \hat{g}_E(z) = 0, \quad (15)$$

$$h_E(z) = \arg z + \hat{h}_E(z), \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \hat{h}_E(z) = 0 \quad (16)$$

なる形の  $D_E$  で共役な調和関数である。 $C$  が単位円に移るとい境界条件から、 $g_E(z)$  は

$$g_E(z) = \log \gamma, \quad z \in C \quad (17)$$

を満たさなければならない。

代用電荷法に基づいて、この共役な調和関数  $g_E(z)$  と  $h_E(z)$  を領域  $\bar{D}_E$  の外部すなわち  $D_1$  の内部に配置された  $N$  個の電荷点  $\zeta_i$  を極とする複素対数ポテンシャルの1次結合で

$$G_E(z) + iH_E(z) = \log \gamma \sum_{i=1}^N Q_i \log(z - \zeta_i) \quad (18)$$

と近似して、問題の等角写像の近似写像関数

$$F_E(z) = 1/\Gamma \cdot e^{G_E(z) + iH_E(z)}, \quad z \in \bar{D}_E \quad (19)$$

を得ることができる。電荷  $Q_i$ ,  $i=1, \dots, N$  は境界上の  $N$  個の拘束点  $z_j \in C$  で境界条件(17)を満たすように定められる。すなわち、拘束条件の連立1次方程

式

$$\sum_{i=1}^N Q_i \log |z_j - \zeta_i| = 1, \quad j=1, \dots, N \quad (20)$$

の解である。さらに、無限遠点における条件(15)、(16)から、

$$\log \Gamma \sum_{i=1}^N Q_i = 1 \quad (21)$$

が得られる。すなわち、容量  $\gamma$  の近似値  $\Gamma$  は電荷の値から定まる。

曲線  $C$  が星形の場合には、(18)式の  $H_E(z)$  を

$$H_E(z) = \log \Gamma \sum_{i=1}^N Q_i \arg(1 - \zeta_i/z) + \arg z \quad (22)$$

と変形すれば  $\arg$  関数の計算が容易である<sup>8)</sup>。

従来は、共役な調和関数  $\hat{g}_E(z)$  と  $\hat{h}_E(z)$  を代用電荷法で近似して、外部等角写像の近似写像関数は

$$F_E(z) = z/\Gamma \cdot e^{\hat{G}_E(z) + i\hat{H}_E(z)}, \quad (23)$$

$$\hat{G}_E(z) + i\hat{H}_E(z) = \sum_{i=1}^N Q_i \log(z - \zeta_i) \quad (24)$$

であった<sup>8)</sup>。電荷  $Q_i$ ,  $i=1, \dots, N$  と容量  $\Gamma$  は、境界条件  $\hat{g}_E(z) = \log \gamma - \log |z|$ ,  $z \in C$  と無限遠点における条件  $\lim_{z \rightarrow \infty} \{\hat{g}_E(z) + i\hat{h}_E(z)\} = 0$  から、 $N+1$  元の連立1次方程式

$$\sum_{i=1}^N Q_i \log |z_j - \zeta_i| - \log \Gamma = -\log |z_j|, \quad j=1, \dots, N, \quad (25)$$

$$\sum_{i=1}^N Q_i = 0$$

を解いて得られた。

### 3.3 2重連結領域等角写像

$z$  平面上に与えられた Jordan 曲線  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれた有界な2重連結領域  $D_D$  から  $w$  平面上の円環領域  $\mu < |w| < 1$  への等角写像を考える(図3)。円環の内部半径  $\mu$  の逆数  $\mu^{-1}$  が問題の領域のモジュラスである。曲線  $C_1$  と  $C_2$  は領域の外側と内側の境界で、それぞれ同心円  $|w|=1$  と  $|w|=\mu$  に移るとする。この写像関数  $w=f_D(z)$  は、回転の任意性を除いて一意的に定まり、 $C_2$  の内側に原点をとれば、

$$f_D(z) = e^{\hat{g}_D(z) + i\hat{h}_D(z)}, \quad z \in \bar{D}_D = D_D \cup C, \quad (26)$$

$$C = C_1 \cup C_2$$

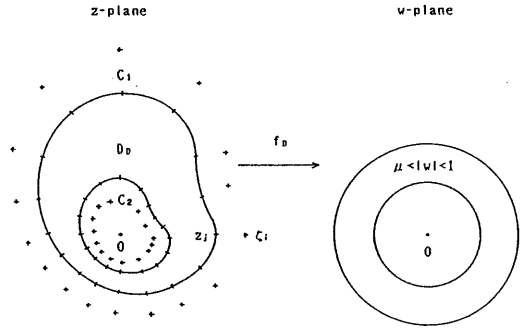


図3 2重連結領域等角写像と代用電荷法

と書き表すことができる。ここに、 $\hat{g}_D(z)$  と  $\hat{h}_D(z)$  は

$$\hat{g}_D(z) = \log |z| + \hat{g}_D^*(z), \quad (27)$$

$$\hat{h}_D(z) = \arg z + \hat{h}_D^*(z) \quad (28)$$

なる形の  $D_D$  で共役な調和関数で、 $\hat{h}_D^*(z)$  は  $D_D$  で1価でなければならない。また、 $C_1$  と  $C_2$  が同心円  $|w|=1$  と  $|w|=\mu$  に移るという境界条件から、 $\hat{g}_D(z)$  は

$$\hat{g}_D(z) = 0, \quad z \in C_1, \\ = \log \mu, \quad z \in C_2 \quad (29)$$

を満たさなければならない。

代用電荷法に基づいて、この共役な調和関数  $\hat{g}_D(z)$  と  $\hat{h}_D(z)$  を領域  $\bar{D}_D$  の外部に配置された  $N$  個の電荷点  $\zeta_i$  を極とする複素対数ポテンシャルの1次結合で

$$\hat{G}_D(z) + i\hat{H}_D(z) = \log \mu \sum_{i=1}^N Q_i \log(z - \zeta_i) \quad (30)$$

と近似して、問題の等角写像の近似写像関数

$$F_D(z) = e^{\hat{G}_D(z) + i\hat{H}_D(z)}, \quad z \in \bar{D}_D \quad (31)$$

を得ることができる。ここに、 $N=N_1+N_2$  で、 $N_1$  および  $N_2$  個の電荷がそれぞれ  $C_1$  の外側および  $C_2$  の内側に配置されているものとする。電荷  $Q_i$ ,  $i=1, \dots, N$  は境界  $C_1, C_2$  上に配置された  $N_1, N_2$  個の拘束点  $z_j \in C$  で境界条件(29)を満たすように定められる。すなわち、拘束条件の連立1次方程式

$$\begin{aligned} \sum Q_i \log |z_j - \zeta_i| &= 0, & z_j \in C_1, \\ & & j=1, \dots, N_1, \\ & = 1, & z_j \in C_2, \\ & & j=1, \dots, N_2 \end{aligned} \quad (32)$$

の解である。また、 $\hat{h}_D(z)$  の一価性から、

$$\log M \sum Q_i = 1 \quad (33)$$

が得られる。すなわち、円環の内部半径  $\mu$  の近似値  $M$  は電荷の値から定まる。 $\sum$  は  $C_2$  の内側に配置された電荷についての総和を意味する。

曲線  $C_1$  と  $C_2$  がともに星形の場合には、(30)式の  $H_D(z)$  を

$$\begin{aligned} H_D(z) &= \log M \{ \sum Q_i \arg(1 - z/\zeta_i) \\ & \quad + \sum Q_i \arg(1 - \zeta_i/z) \} + \arg z \end{aligned} \quad (34)$$

とすれば  $\arg$  関数の計算が容易である<sup>9)</sup>。 $\sum$  は  $C_1$  の外側に配置された電荷についての総和を意味する。

従来は、共役な調和関数  $g^*_D(z)$  と  $\hat{h}_D(z)$  を代用電荷法で近似して、2重連結領域等角写像の近似写像関数は

$$F_D(z) = z e^{G^*_D(z) + iH^*_D(z)}, \quad (35)$$

$$G^*_D(z) + iH^*_D(z) = \sum Q_i \log(z - \zeta_i) \quad (36)$$

であった<sup>9)</sup>。電荷  $Q_i$ ,  $i=1, \dots, N$  と円環の内部半径  $M$  は、境界条件  $g^*_D(z) = -\log |z|$ ,  $z \in C_1$  と  $g^*_D(z) = \log \mu - \log |z|$ ,  $z \in C_2$  および  $\hat{h}_D(z)$  の一価性から、 $N+1$  元の連立1次方程式

$$\begin{aligned} \sum Q_i \log |z_j - \zeta_i| &= -\log |z_j|, \\ & z_j \in C_1, \quad j=1, \dots, N_1, \\ \sum Q_i \log |z_j - \zeta_i| - \log M &= -\log |z_j|, \\ & z_j \in C_2, \quad j=1, \dots, N_2, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\sum Q_i = 0$$

を解いて得られた。

### 3.4 統一的な数値計算法

問題の領域と境界および対応する写像関数をそれぞれ  $D$  と  $C$  および  $w=f(z)$  と記す。代用電荷法に基づいて、上記の3種の等角写像の数値計算法を、内部等角写像の回転の任意性を除いて、以下のように整理、

統一することができる。

まず、拘束条件の連立1次方程式

$$\sum Q_i \log |z_j - \zeta_i| = \delta(z_j), \quad j=1, \dots, N \quad (38)$$

を解いて、電荷  $Q_i$ ,  $i=1, \dots, N$  を求める。ここに、 $\zeta_i \in \bar{D}$ ,  $i=1, \dots, N$  と  $z_j \in C$ ,  $j=1, \dots, N$  はそれぞれ問題の領域の外部に配置された電荷点と境界上に配置された拘束点である。2重連結領域の場合には、 $N=N_1+N_2$  で、それぞれ  $N_1$ ,  $N_2$  個の拘束点が  $C_1$ ,  $C_2$  上に、電荷点が  $C_1$ ,  $C_2$  の外側と内側に配置されているものとする。また、 $\delta(z_j)$  は、(I) 内部等角写像、(E) 外部等角写像、(D) 2重連結領域等角写像、の場合にそれぞれ

$$\begin{aligned} (I) \quad \delta(z_j) &= -\log |z_j|, \\ (E) \quad \delta(z_j) &= 1, \\ (D) \quad \delta(z_j) &= 0, \quad z_j \in C_1, \\ &= 1, \quad z_j \in C_2 \end{aligned} \quad (39)$$

で与えられる。この電荷  $Q_i$  の値を用いて、問題の等角写像の写像関数を

$$F(z) = \alpha(z) e^{\beta \sum Q_i \log(z - \zeta_i)}, \quad z \in \bar{D} \quad (40)$$

と近似することができる。ここに、係数  $\alpha(z)$  と  $\beta$  はそれぞれ

$$\begin{aligned} (I) \quad \alpha(z) &= z, & \beta &= 1, \\ (E) \quad \alpha(z) &= 1/\Gamma, & \beta &= \log \Gamma, \\ & & \Gamma &= e^{(\sum Q_i)^{-1}}, \\ (D) \quad \alpha(z) &= 1, & \beta &= \log M, \\ & & M &= e^{(\sum Q_i)^{-1}} \end{aligned} \quad (41)$$

である。

境界曲線が星形の場合には、偏角の計算に(12)、(22)、(34)式を用いれば、(40)式の  $\arg$  関数の計算が容易である。また、内部等角写像の回転の任意性も正規化条件(8)を満たすように定まる。

## 4. 数値例

Cassini の楕形の例を示す。

### (a) 内部問題

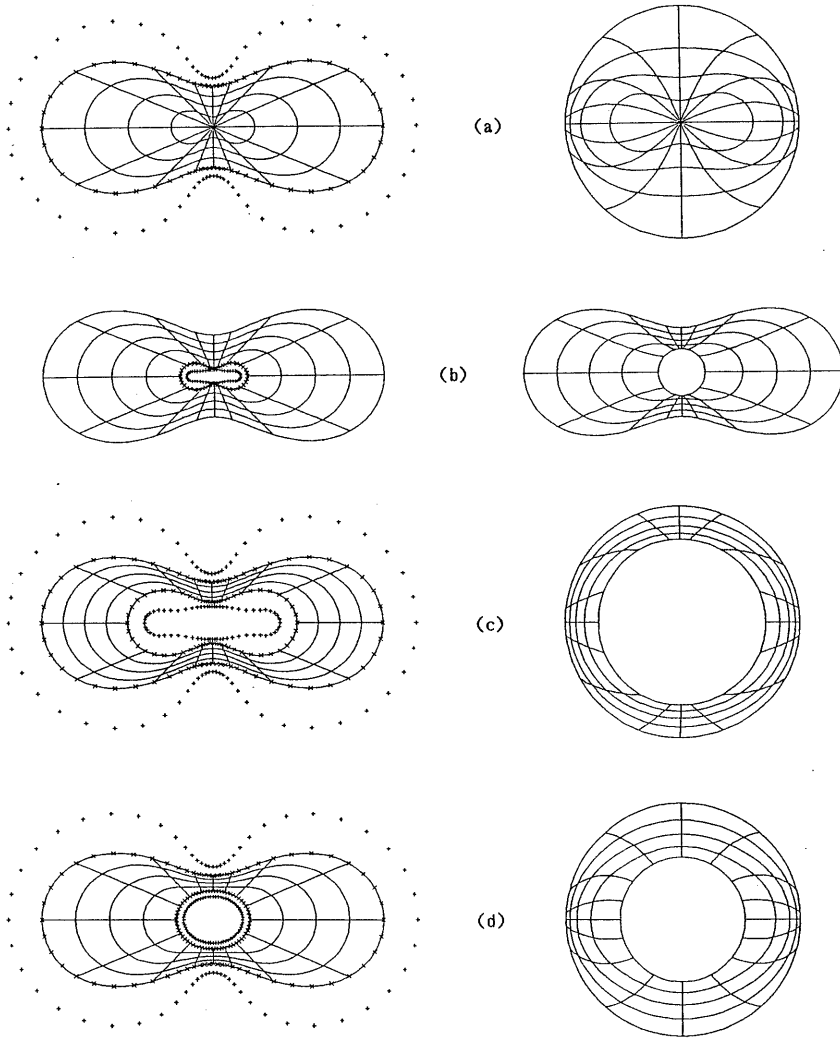


図1 数値等角写像 (Cassini の楕形)

$$\bar{D}: \{(x+1)^2 + y^2\}\{(x-1)^2 + y^2\} \leq a^4$$

$$f(z) = az / (a^4 - 1 + z^2)^{1/2}$$

(b) 外部問題

$$\bar{D}: \{(x+1)^2 + y^2\}\{(x-1)^2 + y^2\} \geq a^4$$

$$f(z) = (z^2 - 1)^{1/2} / a$$

$$\gamma = a$$

(c) & (d) 2重連結領域問題

$$\bar{D}: \{(x+b_1)^2 + y^2\}\{(x-b_1)^2 + y^2\} \leq a_1^4$$

$$\{(x+b_2)^2 + y^2\}\{(x-b_2)^2 + y^2\} \geq a_2^4$$

if  $(a_1^4 - b_1^4) / b_1^2 = (a_2^4 - b_2^4) / b_2^2$

then

$$f(z) = a_1 z / (b_1^2 z^2 + a_1^4 - b_1^4)^{1/2}$$

$$\mu = a_1 b_2 / a_2 b_1$$

表1 誤差評価 (Cassini の楕形)

	$r_a$		1	2	3	4
(a) $a=1.06$	$E_N$		9.7E-05	8.1E-07	4.9E-08	2.3E-06
	$E_R$		8.4E-05	7.2E-07	5.1E-08	2.4E-06
	$E_F$		9.7E-05	8.1E-07	5.1E-08	2.4E-06
(b) $a=1.06$	$E_N$		5.2E-05	2.1E-08	1.5E-10	
	$E_R$		1.8E-05	2.0E-08	1.5E-10	
	$E_F$		5.2E-05	2.1E-08	1.5E-10	
	$\Gamma = a$	$\Gamma$	1.05998	1.0600000007	1.060000000000004	
(c) $a_1=1.06$ $b_1=1$ $a_2=a_1/2$ $b_2=b_1/2$	$E_N$		1.6E-04	5.1E-06	1.4E-06	
	$M$	$M$	0.71484	0.7148819	0.714881671	
(d) $a_1=2(14)^{1/2}$ $b_1=7$ $a_2=2$ $b_2=1$ $\mu=0.5345224838$	$E_N$		9.8E-05	6.9E-07	2.8E-08	1.1E-06
	$E_R$		8.1E-05	5.0E-07	3.2E-08	1.2E-06
	$E_F$		9.8E-05	7.0E-07	3.2E-08	1.2E-06
	$M$	$M$	0.53449	0.53452251	0.5345224835	0.5345224836
	$\mu$					

拘束点と電荷点の配置は次のとおりである。すなわち、いずれの場合にも、境界曲線  $C: \{(x+b)^2 + y^2\} \{(x-b)^2 + y^2\} = a^4$  に対して、まず拘束点を

$$\begin{aligned}
 x_j &= r \cos \theta, \\
 y_j &= r \sin \theta, \\
 r &= \{b^2 \cos 2\theta + (b^4 \cos^2 2\theta + a^4 - b^4)^{1/2}\}^{1/2}, \\
 \theta &= 2\pi(j-1)/N
 \end{aligned}$$

で配置し、次いで電荷点を

$$\begin{aligned}
 \zeta_i &= z_i + r_a/2 \cdot \exp\{i\{\arg(z_{i+1} - z_{i-1}) \mp \pi/2\}\}, \\
 &\quad - \text{for (a) and } C_1 \text{ of (c) \& (d),} \\
 &\quad + \text{for (b) and } C_2 \text{ of (c) \& (d),} \\
 h &= |z_{i+1} - z_i| + |z_i - z_{i-1}|
 \end{aligned}$$

で配置する。

図1と表1の数値例はいずれも1つの境界曲線に対して  $N=64$  (すなわち、(c) & (d) の場合には  $N_1 =$

$N_2=64$ ) 個の拘束点と電荷点を配置した場合である。誤差の評価式は

$$\begin{aligned}
 E_N &= \max_C |f(z_k) - 1| \quad \text{for (a) and (b),} \\
 &= \max\{\max_{C_1} |f(z_k) - 1|, \\
 &\quad \max_{C_2} |f(z_k) - \mu| \text{ (or } M)\} \\
 &\quad \text{for (c) \& (d),} \\
 E_R &= \max_C |\arg f(z_k) - \arg f(z_k)|, \\
 E_F &= \max_C |f(z_k) - f(z_k)|
 \end{aligned}$$

である。ここに  $z_k$  は  $\max_C$  の境界  $C$  上の拘束点と中間点を意味する。容量  $\Gamma$  と内部半径  $M$  の値は最後の1桁を除いて正しい。ただし、写像関数の知られていない(c) の場合には  $N=128$  で求めた値を基準にしている。これらの誤差の性質については文献<sup>7-9, 15)</sup> に記されている。

数値例は愛媛大学情報処理センターの FACOM M-770 /6 システムの倍精度計算による。

## 5. おわりに

従来の定式化<sup>7-9)</sup>と今回の定式化の主な違いは次のとおりである。

従来の定式化では、外部領域または2重連結領域の場合、拘束条件は電荷  $Q_i$ ,  $i=1, \dots, N$  と与えられた領域の容量  $\Gamma$  または円環の内部半径  $M$  が未知量として混在する  $N+1$  元の連立1次方程式であった。今回の定式化では、これが、電荷のみを未知量とし、内部領域の場合と同じ構造の係数行列を持つ  $N$  元の連立1次方程式に統一された。 $\Gamma$  と  $M$  は電荷の値から計算される。また、このとき、代用電荷法で解くべき Dirichlet 問題の境界値が定数になった。

後者は、代用電荷法が境界値のなめらかな問題を得意とすることから、従来より精度の高い数値解を与える可能性を示唆している。また、前者は、代用電荷法に基づく方法が双方向的<sup>16, 17)</sup>であることから、数値等角写像のより統一的な方法を与える可能性を示唆している。

### 参考文献

- 1) Henrici, P.: Applied and Computational Complex Analysis, Vol. 3, pp. 323-570, John Wiley & Sons, New York (1986).
- 2) Trefethen, L. N. (ed.): Numerical Conformal Mapping, 269 p., North-Holland, Amsterdam (1986); reprinted from J. Comput. Appl. Math., Vol. 14, No. 1&2 (1986).
- 3) Symm, G. T.: An Integral Equation Method in Conformal Mapping, Numer. Math., Vol. 9, pp. 250-258 (1966).
- 4) Symm, G. T.: Numerical Mapping of Exterior Domains, Numer. Math., Vol. 10, pp. 437-445 (1967).
- 5) Symm, G. T.: Conformal Mapping of Doubly-Connected Domains, Numer. Math., Vol. 13, pp. 448-457 (1969).
- 6) Hough, D. M. and Papamichael, N.: An Integral Equation Method for the Numerical Conformal Mapping of Interior, Exterior and Doubly-Connected Domains, Numer. Math., Vol. 41, pp. 287-307 (1983).
- 7) 天野 要: 代用電荷法に基づく等角写像の数値計算法, 情報処理学会論文誌, Vol. 28, No. 7, pp. 697-704 (1987).
- 8) 天野 要: 代用電荷法に基づく外部等角写像の数値計算法, 情報処理学会論文誌, Vol. 29, No. 1, pp. 62-72 (1988).
- 9) 天野 要: 代用電荷法に基づく2重連結領域等角写像の数値計算法, 情報処理学会論文誌, Vol. 29, No. 10, pp. 914-924 (1988).
- 10) 村島定行: 代用電荷法とその応用, 194 p., 森北出版, 東京 (1983).
- 11) Katsurada, M. and Okamoto, H.: A Mathematical Study of the Charge Simulation Method I, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sect. IA, Math, Vol. 35, No. 3, pp. 507-518 (1988).
- 12) Katsurada, M.: A Mathematical Study of the Charge Simulation Method II, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sect. IA, Math, Vol. 36, No. 1, pp. 135-162 (1989).
- 13) Katsurada, M.: Asymptotic Error Analysis of the Charge Simulation Method in a Jordan Region with an Analytic Boundary, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sect. IA, Math, Vol. 37, No. 3, pp. 635-657 (1990).
- 14) Kitagawa, T.: On the Numerical Stability of the Method of Fundamental Solution Applied to the Dirichlet Problem, Japan, J. Appl. Math., Vol. 5, No. 1, pp. 123-133 (1988).
- 15) 天野 要: 代用電荷法に基づく数値等角写像の誤差の性質, 情報処理学会論文誌, Vol. 32, No. 1, pp. 1-10 (1991).
- 16) 天野 要: 代用電荷法に基づく双方向的な数値等角写像の方法, 情報処理, Vol. 31, No. 5, pp. 623-632 (1990).
- 17) Amano, K.: A Bidirectional Method for Numerical Conformal Mapping Based on the Charge Simulation Method, J. Inform. Process. (to appear).