

性質の悪い形状設計問題へのファジィ理論の応用

今井 仁司* 笹本 明** 河原田 秀夫*** 名取 亮*

*筑波大学電子・情報工学系 **機械技術研究所 ***千葉大学工学部

不適切な問題は通常最小化問題に変換されて解かれる。この最小化問題は性質が悪いので、振動現象を避けるために何らかの付加的なテクニックが必要になる。ところが実用的な問題においては、問題が複雑であるためにそのような効果的なテクニックを容易に用いることはできない。ここで実用的な問題に対しては注目すべきことは2つある。一つはそれほど精度は要求されないことである。そしてもう一つは、経験が豊富な人は問題にどう対処したらよいかということを経験的に知っていることである。これらのことは柔軟な最小化子の有効性を示唆するものである。そこで我々はこのような柔軟な最小化子を構築するためにファジィ理論を導入することを考えた。我々のこの考え方を評価するために不適切な形状設計問題を解いてみた。数値計算結果は満足のいくものであった。

AN APPLICATION OF THE FUZZY THEORY FOR AN ILL-POSED SHAPE DESIGN PROBLEM

Hitoshi Imai* Akira Sasamoto** Hideo Kawarada*** Makoto Natori*

*Institute of information sciences and electronics, University of
Tsukuba, Ibaraki 305, Japan

**Mechanical Engineering Laboratory, Tsukuba, Ibaraki 305, Japan

***Faculty of Engineering, University of Chiba, Chiba 260, Japan

Ill-posed problems are usually solved by the transformation to minimization problems. They are ill-conditioned, then additional techniques to avoid the oscillation are adopted. In practical problems they are usually so complicated that it is not easy to adopt such effective techniques. Here two points should be focused on for practical problems. First, high accuracy is not necessary. Second, engineers who have much experience about the problems know how to deal with them qualitatively. These points suggest the validity of flexible minimizers. Thus we introduce the fuzzy theory to construct such minimizers. To evaluate our approach an ill-posed shape design problem is solved numerically. Numerical results are satisfactory.

1 序

不適切な問題は通常最小化問題に変換されて解かれる。この最小化問題は性質が悪いので、振動現象を避けるために何らかの付加的なテクニックが必要になる[6]。ところが実用的な問題を解こうとすると様々な問題点が浮かび上がる。まず、問題が非線形で複雑であるために、振動を抑える効果的なテクニックを問題に応じて選び適用することは容易ではない。たとえ適用できたとしても実際にやってみるとうまく行かないことが多く、その場合の対処法まで教えられていないのが普通である。また実際に問題を解かなくてはならない人は数学者であることは希で、そうすると与えられた期限内に数学の理論を勉強して問題を解くことはまず望めない。かといって大学はともかく企業等では期限内に問題を解くことは至上命令であるため、期限内に何らかの解を求めなくてはならない。

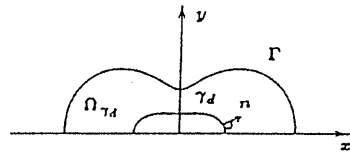
このように実用的な問題を解くに当たっては様々な問題点があるが、注目すべきことが2つある。一つはそれほど解の精度は要求されないということである。せいぜい数パーセント程度であって、数値解析の分野で問題にされるような十のマイナス十乗なんていう精度は要求されない。そしてもう一つは、経験が豊富な人は問題にどう対処したらよいかということを知っていることである。

以上のことを考慮すると、数学的に厳密な理論を展開することを重要であるが、柔軟な最小化子を構築する方法の開発も重要であると思われる。そこで我々はこのような柔軟な最小化子を構築するためにファジィ理論を導入することを考えた。そしてこのようなアプローチの有効性を調べるためにつぎの問題に適用してみた。

問題（不適切な形状設計問題）

2次元平面内のx軸y軸対称なジョルダン曲線 γ_d と正定数 κ を与えたときに、x軸y軸対称なジョルダン曲線 $\Gamma = \{(x, y) \mid u(x, y) = \kappa\}$ を求めよ。ここで $u(x, y)$ はつぎを満たす（図1参照）。

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0 & \text{in } & \Omega_{\gamma_d}, \\ u &= 0 & \text{on } & \gamma_d, \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= \frac{4}{l_{\gamma_d}} & \text{on } & \gamma_d. \end{aligned}$$



ここで、 l_{γ_d} は γ_d の長さを表す。

図1. 不適切な形状設計問題。

この問題は、残差最小化問題に変換されて、境界適合法と2次曲線フィットによるコスト最小化によって既に解かれている[4]。ただしこの解き方は必ずしも柔軟的であるといえず、不測の事態に対して対処しきれないものであった。

2 ファジィ理論を応用した最小化子の構築

前出の問題を解くにあたって数学的な素養がなくてもつぎのような定性的議論ができる。

この問題のそもそもの物理的意味は、核融合のプラズマの形状 γ_0 を与えたときのそれを実現する容器の形状 Γ の設計である。核融合では、プラズマの外に広がろうとする力（圧力）を磁場の力（このモデルでは容器の壁）で抑え込める[1, 2]。従って、与えられたプラズマの形状を実現するには、容器の形状を仮定し平衡プラズマの問題を解いたときに、プラズマの形状が最初与えられた形状より例えば内側に入っていたらその近くの容器の壁を遠ざければよいであろう。その場合大きく内側に入っていたら大きく遠ざければよいであろう。ただし、振動現象が問題になるので、プラズマの形状の変化の度合いが大きそうだと容器の遠ざけ方も緩やかにした方がよいであろう。また、振動に敏感な場所があるかも知れないので容器の壁の動かし方は場所に依存させた方がよいであろう。

容器の形状 Γ の指定は極座標の等間隔の角度における原点からの距離で行うことにして、この距離を上推論に基づいて決定すれば、問題を解いたことになる。この推論規則を定量化するためにファジィ理論を用いる[5]。その基本的な仕方は[3]にある。ここでは、振動現象の制御のために簡単に思いつくパラメータをいくつか追加して最小化子を構築した。この最小化子は、そのパラメータの持つ意味が明確であるので、不測の事態に対して対処できる柔軟性を持つものになっている。ただしこのパラメータの決定はここではファジィ理論を用いてないが、これさえも、より経験を積んで推論規則を見つけることができれば、ファジィ理論でより有効に決定できるであろう。

3 数値計算結果

いくつかの κ に対して行った計算結果を図2, 3に示す。形状設計にはいる前の様子と最終的な結果が示されている。ここで γ_0 は点線で表されている形状の容器に対して得られたプラズマ形状を選んである。

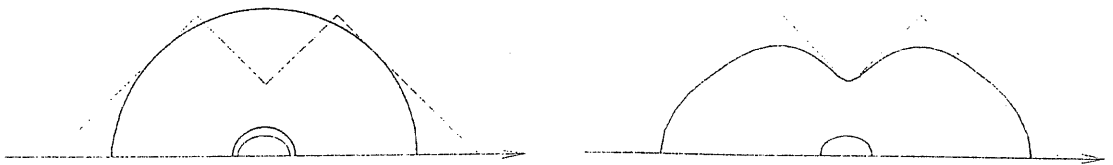


図2. $\kappa = 1.0$ のときの形状設計。

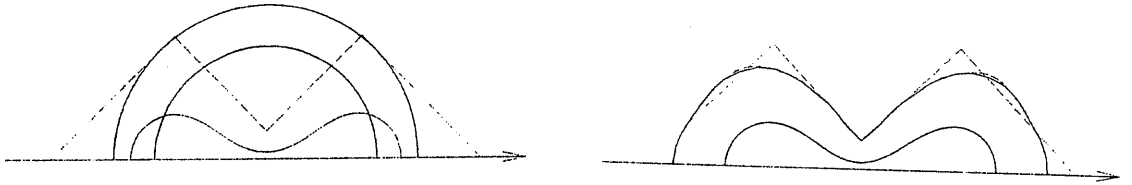


図3. $\kappa = 0.2$ のときの形状設計.

4 まとめ

ファジィ理論を用いて不適切な問題に対する柔軟的な最小化子の構築を試みた。これは、経験はあるが数学的な素養のない人が、不適切な問題を解くときに有用な試みであると思われる。

参考文献

- [1] A. S. Demidov, The form of a steady plasma subject to the skin effect in a tokamak with non-circular cross-section, Nucl. Fusion, 15(1975), 765-768.
- [2] A. S. Demidov, Equilibrium form of a steady plasma, Phys. Fluids, 21(6)(1978), 902-904.
- [3] L. -S. Gao, H. Imai and H. Kawarada, Fuzzy control systems governed by elliptic partial differential equation, Technical Reports of Mathematical Sciences, Chiba University, Vol.5, No.8(1989).
- [4] A. Sasamoto, H. Imai and H. Kawarada, A Practical Method for an Ill-Conditioned Optimal Shape Design of a Vessel in Which Plasma Is Confined, Inverse Problems in Engineering Sciences(Eds. M. Yamaguti et al.), ICM-90 Satellite Conference Proceedings, Springer-Verlag, 1991, 120-125.
- [5] 菅野道夫, “ファジィ制御,” 日刊工業新聞社, 1988.
- [6] A. N. tikhonov and V. Y. Arsenin, “Solution of Ill-Posed Problems,” John Wiley & Sons, 1977.