設計自動化４９－２
(1989.10.24)

４変数ＡＮＤ－ＥＸＯＲ最小論理式とその性質

Four variable AND-EXOR minimum expressions and their properties

神田　徳夫
Norio KODA

徳山高専・情報電子工学科
Department of Information and Electronic Engineering, Tokuyama College of Technology

笹尾　勤
Tsutomu SASAO

九州工業大学・情報工学部
Department of Computer Science and Electronics
Kyushu Institute of Technology

あらまし　本稿では，４変数ＮＰ同値類代表関数のＡＮＤ－ＥＸＯＲ最小論理式の表を示す．ここで、最小論理式とは，まず，第一に積項数最小であり，次に論理式中のリテラル数の総和が最小の式である．更に，最小論理式の性質について検討する．

Abstract　This paper presents a catalog of minimum AND-EXOR expressions for representative functions of four-variable NP-equivalence classes. Minimality is defined as minimizing first the number of product terms and then the total number of literals in the expression. Also, the properties of minimum expressions are discussed.

１．まえがき

論理回路は，通常ANDおよびORｹﾞｰﾄを基本論理素子として設計する．ANDおよびORｹﾞｰﾄを基本とする回路の設計は比較的容易である．このうち，AND-OR二段論理回路は設計方法が確立しており，PLA構造でLSI上に効率よく実現できるため，広く利用されている．しかし，算術演算回路や誤り訂正符号の回路などでは，ANDおよびORのみで構成するよりも，EXORｹﾞｰﾄを併用するとｹﾞｰﾄ数を大幅に削減できる．そのため，EXORｹﾞｰﾄを基本論理素子とした論理設計も考える必要がある．著者らは与えられた論理関数をAND-EXOR二段論理回路として実現する方法として，ESOP論理式による方法を提案した［SAS88］．しかし，ESOPの最小化問題は極めて困難であり，最小解を能率良く求める方法は知られておらず，現在のところ発見的方法を用いている［SAS89］．

一般に，最小化手法が確立されていない論理設計問題でも，変数の個数が少ない場合には，最小解は網羅的方法により求めることができる．最小回路をカタログの形で求めておくと設計資料として利用できる．Hellermanは３変数NOR，NAND回路について，Murogaらは３変数NOR-OR回路，４変数AND，OR回路について最小回路の表を与えている［HEL63，BAU72，CUL79］．また，池野らは，NAND回路について４変数関数の88％について最適回路を与えている［IKE68］．論理設計者はこれらの表を用いることにより直ちに最適な回路を得ることができ，多変数の論理関数の最適回路を得るための有力な資料として利用できる。

本稿では，最小論理式の性質について述べる．また，４変数ＮＰ同値類代表関数のAND-EXOR形の最小論理式の表を示す．最小論理式を得る方法は網羅的方法を用いている．

２．ＡＮＤ－ＥＸＯＲ最小論理式の性質

本章では諸定義，及び，ＡＮＤ－ＥＸＯＲ最小論理式の性質について述べる。

【定義2.1】xと$\overline{x}$を変数xのリテラルという。各変数のリテラルを高々１つしか含まない論理積を積項、または、項という。

【定義2.2】与えられた論理関数fを表現する論理式で，積項数が最小のものをfの最小形という．

【定義2.3】

$$\begin{aligned} f &= a_0 \\ &\oplus (a_1 x_1^{*} \oplus a_2 x_2^{*} \oplus \cdots \oplus a_n x_n^{*}) \\ &\oplus (a_{12} x_1^{*} x_2^{*} \oplus a_{13} x_1^{*} x_3^{*} \oplus \cdots \\ &\qquad \cdots \oplus a_{n-1,n} x_{n-1}^{*} x_n^{*}) \\ &\oplus \cdots\cdots \\ &\oplus \cdots\cdots \\ &\oplus a_{123\cdots n} x_1^{*} x_2^{*} x_3^{*} \cdots x_n^{*} \qquad \text{---------} \ (2.1) \end{aligned}$$

ここで，$a_{ijk\cdots k} = 0$または１，　$x_i^{*} = x_i$または$\overline{x}_i$である．上式で，x_i^{*}がすべて正のリテラルのとき(2.1)を正極性Reed·Muller標準形（ＰＲＭＥ）という．また，x_i^{*}が正または負のリテラルで，x_iと$\overline{x}_i$とが同時に現れないとき，この式を固定極性Reed·Muller標準形（ＦＲＭＥ）という．また，x_iと$\overline{x}_i$とが同時に式に現れてもよいとき，この式を混合極性Reed·Muller標準形（ＭＲＭＥ）という．

【注意2.1】ＰＲＭＥでは，変数の個数と関数が定まれば論理式は一意的に定まる．そのため，最小化問題は存在しない．ＦＲＭＥでは各変数x_iの極性の定め方によって，積項数が異なる．極性が定まれば，ＦＲＭＥ

は一意に定まる．最小形は2^n通りの極性の論理式を調べればよい．MRMEでは，一つの関数を表現する方法が，多数存在するので最小化問題はさらに複雑となる．

【定義2.4】

$f(x_1, x_2, \cdots, x_n)=\Sigma_{\oplus} x_1^{S_1} x_2^{S_2} \cdots x_n^{S_n}$

をAND－EXOR形論理和形（ESOP）という．

ここで　$s_i=\{0,1\}$，$x_i^0=\overline{x}_i$，$x_i^1=x_i$，

$x^{\{0,1\}}=1$，$x^{\phi}=0$　である．

【注意2.2】PRMEを一般化した式がFRMEであり，それをさらに一般化した式がMRMEであり，それをさらに一般化した式がESOPである．　そのため，ESOPの最小形の積項数が最も少ない．

【定義2.5】論理式Fの積項数を$\tau(F)$で表す．関数fの最小ESOP（MESOP）の積項数を$\tau(f)$で表す。

【補題2.1】関数fが$f=g\oplus h$の形で表現できるとき，$\tau(f)\leq\tau(g)+\tau(h)$である．

（証明）gとhを実現するMESOPをそれぞれG，Hとする．$G\oplus H$はfを表現するので，fを実現するには高々$\tau(G)+\tau(H)$個の積項があれば充分である．　（証明終）

【定理2.1】関数fが$f=xp\oplus g$（ここで，pは積項，gは関数で，pもgも変数xを含まない）と表現できるとき，$\tau(f)=\min\{\tau(g), \tau(p\oplus g)\}+1$ である．

（証明）$f=xp\oplus g=\overline{x}p\oplus(p\oplus g)$と表現できるので，補題2.1より，

$\tau(f)\leq 1+\tau(g)$，$\tau(f)\leq 1+\tau(p\oplus g)$

を得る．これより，

$\tau(f)\leq\min\{\tau(g), \tau(p\oplus g)\}+1$ ---(2-2)

が成立する．

次に，fのMESOPをFとする．fはxに依存する関数なので，xまたは$\overline{x}$に接続しているゲートが少なくとも一つ存在する．

A）<u>xに接続しているANDゲートが存在するとき．</u>

Fにおいて$x=0$とおくと，少なくとも一つのANDゲートを除去できる．また，この回路は関数gを実現する．これより，

$\tau(g)\leq\tau(F)-1$ ---------------- (2-3)

を得る．

B）<u>$\overline{x}$に接続しているANDゲートが存在するとき．</u>

Fにおいて$x=1$とおくと，少なくとも一つのANDゲートを除去できる．また，この回路は関数$p\oplus g$を実現する．これより，

$\tau(p\oplus g)\leq\tau(F)-1$ ------------ (2-4)

を得る．(2-3)，(2-4)より，

$\tau(F)\geq\min\{\tau(g), \tau(p\oplus g)\}+1$　(2-5)

(2-2)，(2-5)より，

$\tau(f)=\min\{\tau(g), \tau(p\oplus g)\}+1$

を得る．

【補題2.2】$\tau(f)\leq\min\{|f|, 2^n-|f|+1\}$

（証明）fの最小項展開を$f=m_1\vee m_2\vee\cdots\vee m_k$とする．　$m_i\cdot m_j=0$ $(i\neq j)$であるから，

$f=m_1\oplus m_2\oplus\cdots\oplus m_k$と表現できる．これより，

$\tau(f)\leq|f|$ ------------------------ (2-6)

を得る．　また，$f=\overline{f}\oplus 1$なので，補題2.1より，

$\tau(f)\leq\tau(\overline{f})+1$．　また，

$\tau(\overline{f})\leq|\overline{f}|=2^n-|f|$である．これより，

$\tau(f)\leq 2^n-|f|+1$ ---------------- (2-7)

を得る．(2-6)，(2-7)より補題が成立する．

【定理2.2】関数fが$f=x^{\cdot}\cdot g$　（ここで，gはx以外の変数の関数）と表現できるとき，

$\tau(f)=\tau(g)$である．

（証明）(1) gの最小ESOPをGとする．$x^{\cdot}\cdot G$はfを表現する．これより，

$\tau(f)\leq\tau(g)$　を得る．

(2) fの最小ESOPをFとする．Fにおいて，

$x^{\cdot}=x$のとき，$x=1$とおき，また，$x^{\cdot}=\overline{x}$のときx＝0とおく．このとき，式は関数gを表現する．これより，$\tau(g)\leq\tau(f)$を得る．(1)，(2)より，$\tau(f)=\tau(g)$を得る．　（証明終）

【定理2.3】$|\tau(f)-\tau(\overline{f})|\leq 1$

（証明）$g=\overline{f}$とする．f，gの最小ESOPをそれぞれ，F，Gとする．$g=f\oplus 1$，$f=g\oplus 1$が成立するので、$F\oplus 1$，$G\oplus 1$なるESOPは，それぞれ，関数g，fを表現する．これより，

$\tau(g)\leq\tau(F\oplus 1)=\tau(f)+1$

$\tau(f)\leq\tau(G\oplus 1)=\tau(g)+1$

を得る．従って，

$\tau(g)-\tau(f)\leq 1$

$\tau(f)-\tau(g)\leq 1$

が成立し，定理が成立する．

【定理2.4】$g=\overline{f}$とし，$\tau(f)<\tau(g)$とする．Fがfの最小ESOPならば，$F\oplus 1$はgの最小ESOPである．

（証明）gの最小ESOPをGとする．　題意と定理2.3より，$\tau(G)=\tau(F)+1$が成立する．つまり，$F\oplus 1$はgの最小ESOPである．　（証明終）

【定義2.6】n個の変数$x_1, x_2, \cdots, x_n$について考えるとき，n個のリテラルの論理積で，各変数のリテラルが1個だけ含まれているものを最小項という。論理関数fに包含される最小項をfの最小項という。

【補題2.3】論理関数fが最小項を含まないESOPで表現可能なとき，fの最小項の個数は偶数である．

（証明）論理関数fが最小項を含まないESOPで表現されているとする．このとき，fを表現するカルノー図を考える．カルノー図の各セルのうち，ループでi回被覆されているセルの個数をn_i（$i=1,2\cdots,k$，但し，kは奇数，$n_k=0$でもよい）とする．

ループで被覆されているセルの総数は、重複を許して考えると　$A=n_1+2n_2+3n_3+\cdots+kn_k$　である．ESOPの各項が被覆するセルの個数は，2，4，8，…，2^kのいずれかであり，これはいずれも偶数である．また，ESOPの各項が被覆するセルの総和は，上で求めたセルの総和Aに等しい．これより，Aは偶数であることがわかる．

$A=n_1+2n_2+3n_3+\cdots+kn_k$
$=(n_1+n_3+\cdots+n_k)+(2n_2+2n_3+4n_4+4n_5+\cdots+(k-1)n_{k-1})$

であり，kが奇数なので上式の後ろの括弧内の和は偶数である．Aが偶数であることより　$n_1+n_3+\cdots$

$+n_k$ も偶数である．ＥＳＯＰで表現する際，奇数個のループで被覆されたセルが，ｆの最小項となるので，ｆの最小項の個数は，$n_1+n_3+n_5+\cdots n_k$ に等しい．これより，ｆの最小項の個数は偶数であることがわかる．（証明終）

【定理2.5】論理関数ｆの最小項の個数が奇数のとき，ｆのＥＳＯＰは最小項を含む．

（証明）論理関数ｆの最小項の個数を奇数とする．ｆのＥＳＯＰが最小項を含まないと仮定すれば，補題2.3より，ｆの最小項の個数が偶数となる．しかし，これは題意に反する．これより定理が成立する．（証明終）

【例2.1】２変数関数 $f=x_1 \vee x_2$ の最小項の個数は３である．　この関数のＥＳＯＰは，$x_1 \oplus x_1\overline{x_2}$，$x_2 \oplus x_1x_2$，$x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2$，$1 \oplus \overline{x_1}\,\overline{x_2}$ などいろいろ考えられるが，いずれも最小項を含む．ただし，ＥＳＯＰに含まれる最小項はｆの最小項であるとは限らない．（例題終）

【定理2.6】論理関数ｆの最小項の個数が奇数のとき，

$$\tau(f)=\min_{a_i \in B_n}\{\tau(f \oplus x_1^{a_1}\cdot x_2^{a_2}\cdot \cdots x_n^{a_n})\}+1$$

が成立する．ここで，$B_n=\{0,\ 1\}^n$．

（証明）定理2.5より，ｆの最小ＥＳＯＰは最小項を含む．その最小項を $m=x_1^{a_1}\cdot x_2^{a_2}\cdot\cdots\cdot x_n^{a_n}$ とすると，残りの関数は，$f \oplus m$で表現できる．これより定理の成立は明らかである．（証明終）

【定理2.7】$f=\overline{x}f_0 \vee xf_1$ としたとき，

$\tau(f) \geq \mathrm{MAX}(\tau(f_0),\ \tau(f_1))$．

（証明）ｆの最小ＥＳＯＰを

$F_m=\overline{x}F_0 \oplus xF_1 \oplus F_\cdot$ ------------------ (2-8)

とする．　$\tau(F_0)=t_0$，　$\tau(F_1)=t_1$，$\tau(F_\cdot)=t_\cdot$ とおくと，(2-8)より，$\tau(f)=t_0+t_1+t_\cdot$ である．　(2-8)において，$x=0$を代入すると，$F_m(x=0)=F_0 \oplus F_\cdot$ は関数 f_0を表現するので，

$\tau(f_0) \leq \tau(F_0)+\tau(F_\cdot)$　------ (2-9)

が成立する．また，(2-8)において，$x=1$を代入すると，$F_m(x=1)=F_1 \oplus F_\cdot$ は関数 f_1を表現するので，

$\tau(f_1) \leq \tau(F_1)+\tau(F_\cdot)$　----- (2-10)

が成立する．(2-8)～(2-10)より定理が成立する．（証明終）

【例題2.2】$f=acd \oplus bcd \oplus ab\overline{c}$ を表現する最小ESOPの積項数が３であることを示す．上式において　$d=1$　とおくと，$f(d=1)=f_1=ac \oplus bc \oplus ab\overline{c}$ となる．この関数 f_1を表現するために必要な積項数は３である．（これは３変数関数の最小ESOP表から確認できる）．定理2.7より，ｆを表現するためには，少なくとも積項が３つ必要である．（例題終）

定理2.7を用いると，５変数以上の関数の最小ＥＳＯＰの積項数の下界が求まる．

【５変数関数の最小ESOPを求める手続き】

1.与えられた５変数関数ｆを適当な方法で簡単化し、その積項数を t_aとする．

2.ｆを各変数に関してシャノン展開し、各部分関数（全部で５×２＝１０個ある）の積項数を４変数関数の最小ESOP表を用いて求める．

3.定理2.7を用いてｆの最小ESOPの下界を求める．

4.下界と t_aが一致すれば，求めたESOPは最小である．

5.一致しなければ，求めたESOPの最小性は保証されない．

３．４変数最小ESOPの表の構成とその使用法

４変数最小ESOPは網羅的方法で求めた，すなわち，まず積項数１個で実現できる関数を全て生成し，順次積項数を増加して全ての４変数関数を生成すると計算を終了する．最小論理式は，まず第一に積項数が最小，次に論理式中のリテラル数の総和が最小のものを求めている．付録にこのようにして得られた４変数最小ESOPの表を示す．

【定義3.1】４変数論理関数f(a,b,c,d)を最小項展開し，

$f=p_0\overline{a}\overline{b}\overline{c}\overline{d} \vee p_1\overline{a}\overline{b}\overline{c}d \vee \cdots \vee p_{15}abcd$

その係数の列 $p_{15}p_{14}p_{13}\cdots p_0$ を１６ビット２進数とみて４桁の１６進数で表現する．これを与えられた論理関数の16進表現という．また，$p_i=1$ $(i=0,1,\cdots,15)$ となる p_i の個数を関数fの重みという．

最小ESOPの表は次の６個の欄によって構成されている。

欄１:関数のクラス

欄２:代表関数の16進表現

欄３:積項数

欄４:リテラル数の総和

欄５:関数の否定形の最小ESOPのタイプ

欄６:最小ESOP論理式

また，関数の重みによってグループ分けされている．

最小ESOPの表を用いて，与えられた４変数関数のAND-EXOR最小論理式を求める方法を示す．

1)与えられた論理関数f(a,b,c,d)の16進表現を求める．

2)関数の重みにより以下の処理を行う．

a)関数の重み≦８のとき

a-1)変数の置換，及び，否定の全ての組合せ（$4!\times 2^4=384$通り）を行い，最小の16進表現をもつ関数（代表関数）及びその組合わせを得る．

a-2)この最小の16進表現によって表を引き，該当する最小ESOPを得る．

a-3)得られた最小ESOPに対して，a-1)で求めた置換，および，否定の逆変換を行い，与えられた関数に対する最小ESOPを得る．

b)関数の重み＞８のとき

b-1)関数の否定を求める．

b-2)上記のa-1)，a-2)を行う．

b-3)表中の関数の否定形のタイプに応じて以下の処理を行う．

タイプ１:定数１をＥＸＯＲする．

タイプ２:リテラル数１の積項のうち，任意の奇数個の積項の変数の否定をとる．

タイプ３:－(ﾏｲﾅｽ)関数番号の最小ESOPをとる．

b-4)得られた最小ESOPに対して，b-2)で求めた置換および否定の逆変換を行い，与えられた関数の最小ESOPを得る．

［例3.1］ $f=\overline{a}\overline{b}\overline{c}\overline{d} \vee \overline{a}b\overline{c}d \vee \overline{a}\overline{b}cd \vee \overline{a}bc\overline{d} \vee a\overline{b}\overline{c}\overline{d} \vee abcd$

1)この関数の重みは6, 16進表現は 8147 である.
2)この関数に対して, 変数の置換および否定の全ての組合せを行い, 最小の16進表現を得る. この場合, i)変数の置換　a -> c, b -> a, c -> b　ii)変数 b,d の否定を行うことにより, 代表関数 06b2 を得る.
3)最小表中の重み6, 16進表現 06b2 の行より,

$f = \bar{a}b \oplus \bar{b}c \oplus \bar{b}d \oplus \bar{a}c\bar{d}$ ------------ (3-1)

を得る。
4)(3-1)に対して2)の逆変換, すなわち, i)変数b, dの否定　ii)変数の置換　a -> b, b -> c, c -> a　を行うことにより, 与えられた関数の最小ESOP

$f = \bar{b}\bar{c} \oplus ac \oplus c\bar{d} \oplus a\bar{b}d$

を得る.
［例3.2］ $f = \bar{a}\bar{b}\bar{c}d \vee \bar{a}\bar{b}c\bar{d} \vee \bar{a}bc\bar{d} \vee \bar{a}bcd \vee a\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee a\bar{b}\bar{c}d \vee a\bar{b}c\bar{d} \vee a\bar{b}cd \vee ab\bar{c}\bar{d} \vee abc\bar{d}$

1)この関数の16進表現は 5fc6, 重みは10であるので否定をとると, 16進表現 a039（重み6）を得る.
2)この関数に対して, i)変数の置換 b -> c, c -> d, d -> b　ii)変数 b, c の否定　により最小の16進表現 0359 を得る.
3)最小表中の重み6, 16進表現 0359 の行より,

$a\bar{b} \oplus \bar{a}\bar{d} \oplus \bar{b}c$ --------------- (3-2)

を得る.
4)3)の関数の否定形のタイプは3であるから, (3-2)の否定は一関数番号行より

$b\bar{c} \oplus \bar{a}d \oplus a\bar{b}$ ----------------- (3-3)

を得る.
5)(3-3)に対して, 2)の逆変換を行うことにより, 最小ESOP

$f = \bar{b}d \oplus \bar{a}c \oplus a\bar{d}$

を得る.

4. 実験結果及び検討

表4.1は４変数関数をESOPで表現するために必要な積項数およびその積項数で表現できる関数の数の分布を示す. 比較のために, AND-OR形最小論理式によって実現した結果も示す. これより, ESOPの場合は積項数６以下で, AND-ORの場合は積項数８以下で全ての関数が生成されており, 全般的にESOPの方が４変数関数を実現するに必要な積項数が少ないといえる. このことは５変数以上の関数についても成立すると推測される.
４変数以下の論理関数は, 本稿で求めた表により直ちに最小形を得ることが出来る. ５変数関数については, その一部の関数は適当な変数でシャノン展開し, これに４変数最小形を適用することにより短時間に最小形を得ることが可能であり, この方法は６変数以上の関数にも適用可能である.

5. あとがき

本稿では、４変数AND-EXOR最小論理式を与え、得られた最小論理式の性質について考察した。今後の課題としては、４変数AND-EXOR最小論理式を用いて５変数以上の論理関数を簡単化する手法の開発が考えられる.

表4.1　AND-OR形最小論理式及びAND-EXOR形最小論理式で実現される４変数関数の個数の比較

積項数	ＡＮＤ　ＯＲ		ＡＮＤ－ＥＸＯＲ	
	代表関数の個数	関数の個数	代表関数の個数	関数の個数
0	1	1	1	1
1	5	81	5	81
2	21	1804	27	2268
3	75	13472	121	21744
4	156	28904	200	37530
5	98	17032	46	3888
6	33	3704	2	24
7	10	512	-	-
8	3	26	-	-
合計	402	65536	402	65536

6. 参考文献

［SAS86］笹尾, Ph.W.Besslich, ”ＥＸＯＲアレイ付きＰＬＡの複雑度”, 電子通信学会ＦＴＳ研究会, FTS86-17, 1986-11, 1986.
［SAS87］笹尾, 藤原, ”万能検査集合をもつＡＮＤ－ＥＸＯＲ形ＰＬＡ”, 電子通信学会ＦＴＳ研究会, FTS86-25, 1987-02, 1987.
［SAS89］笹尾, 東田, ”入力デコーダ付きAND-EXOR形PLAの設計アルゴリズムについて”, 第20回ＦＴＣ研究会, 1989.
［HEL63］L.Hellerman, ”A catalog of three-variable Or-Inverted and And-Inverted logical circuits”, IEEE Trans. Comput., EC-12, pp.198-223, 1963.
［BAU72］C.R.Baugh, C.S.Chandersekapan, R.S.Swee and S.Muroga, ”Optimal networks of NOR-OR gates for functions of three variables”, IEEE Trans. Comput., C-21, pp.153-160, 1972.
［CUL79］J.N.Culliney, M.H.Young, T.Nakagawa, and S.Muroga, "Results of the synthesis of optimal networks of AND and OR gates for four-variable switching functions", IEEE Trans. Comput., C-27, pp.76-85, 1979.
［IKE68］池野, 橋本, 内藤, ”４変数素子数最小ＮＡＮＤ回路”, 研究実用化報告第26号, pp.1-88, 1968.
［KOD89］神田, 笹尾, ”４変数ＡＮＤ－ＥＸＯＲ最小論理式とその性質”, 第21回ＦＴＣ研究会, 1989-07.

表3.1　4変数AND－EXOR最小論理式の表

class	rep. fn.	product terms	literals	type of comp.	minimum ESOP
weight = 0					
1	0000	0	0	1	0
weight = 1					
2	0001	1	4	1	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
weight = 2					
3	0003	1	3	1	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$
4	0006	2	6	1	$\bar{a}\bar{b}c \oplus \bar{a}\bar{b}d$
5	0018	2	8	1	$\bar{a}b\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
6	0180	2	8	1	$a\bar{b}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}bcd$
weight = 3					
7	0007	2	6	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
8	0016	3	9	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus \bar{a}\bar{c}d \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
9	0019	2	7	1	$a\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
10	0118	3	10	1	$a\bar{c}\bar{d} \oplus b\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
11	0181	2	7	1	$\bar{b}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}bcd$
12	0182	3	10	1	$a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{b}\bar{c}d \oplus \bar{a}bcd$
weight = 4					
13	000f	1	2	1	$\bar{a}\bar{b}$
14	0017	3	9	1	$\bar{a}b\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{c}d$
15	001b	2	6	1	$\bar{a}\bar{b}d \oplus \bar{a}\bar{c}\bar{d}$
16	001e	2	5	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus \bar{a}\bar{c}\bar{d}$
17	003c	2	4	1	$\bar{a}b \oplus \bar{a}c$
18	0069	3	6	1	$\bar{a}b \oplus \bar{a}c \oplus \bar{a}\bar{d}$
19	0116	4	12	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus \bar{c}\bar{d} \oplus ab\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
20	0119	3	10	1	$\bar{c}\bar{d} \oplus ab\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
21	011a	3	9	1	$\bar{a}\bar{b}d \oplus a\bar{c}\bar{d} \oplus b\bar{c}\bar{d}$
22	012c	3	8	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus \bar{a}\bar{c}d \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
23	0168	4	9	1	$\bar{a}b \oplus \bar{a}c \oplus \bar{a}\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
24	0183	3	9	1	$\bar{a}bd \oplus \bar{a}\bar{c}d \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
25	0186	3	8	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus \bar{a}cd \oplus \bar{b}\bar{c}d$
26	0189	2	6	1	$\bar{a}cd \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
27	0198	3	7	1	$\bar{a}c \oplus \bar{a}\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
28	01a8	3	8	1	$\bar{a}d \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{b}\bar{c}d$
29	03c0	2	6	1	$a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bc$
30	0660	4	8	3	$ac \oplus ad \oplus bc \oplus bd$
-30	f99f	4	8		$ac \oplus \bar{a}d \oplus \bar{b}\bar{d} \oplus b\bar{c}$
31	0690	4	10	1	$ac \oplus bc \oplus a\bar{b}d \oplus \bar{a}b\bar{d}$
weight = 5					
32	001f	2	6	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus \bar{a}b\bar{c}\bar{d}$
33	003d	3	8	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}bc \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}d$
34	006b	3	9	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus \bar{a}c\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}d$
35	0117	4	12	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus a\bar{c}\bar{d} \oplus b\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
36	011b	3	9	1	$\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}d \oplus abc\bar{d}$
37	011e	3	8	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus \bar{c}\bar{d} \oplus abc\bar{d}$
38	012d	3	9	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus \bar{a}\bar{c}d \oplus a\bar{b}c\bar{d}$
39	013c	3	8	1	$\bar{a}b \oplus \bar{a}c \oplus a\bar{b}c\bar{d}$
40	0169	4	10	1	$\bar{a}b \oplus \bar{a}c \oplus \bar{a}\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
41	016a	3	9	1	$\bar{a}d \oplus \bar{a}bc \oplus a\bar{b}c\bar{d}$
42	0187	3	9	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus \bar{a}cd \oplus a\bar{b}c\bar{d}$
43	018b	3	9	1	$\bar{a}d \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}b\bar{c}d$
44	0196	4	10	1	$\bar{a}b \oplus \bar{a}c \oplus \bar{a}d \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
45	0199	3	8	1	$\bar{a}c \oplus \bar{a}\bar{d} \oplus a\bar{b}cd$
46	019a	3	9	1	$\bar{a}d \oplus \bar{a}b\bar{c} \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
47	01a9	3	8	1	$\bar{a}d \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus a\bar{b}\bar{c}d$
48	01aa	2	6	1	$\bar{a}d \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
49	01ac	3	10	1	$\bar{a}\bar{b}c \oplus \bar{a}bd \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
50	01e8	4	12	1	$\bar{a}b \oplus a\bar{c}\bar{d} \oplus b\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
51	0358	3	10	1	$a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}b\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
52	0368	4	11	1	$a\bar{b} \oplus \bar{b}c \oplus \bar{a}c\bar{d} \oplus \bar{a}b\bar{c}d$

表3.1（その２）

class	rep. fn.	product terms	literals	type of comp.	minimum ESOP
53	03c1	3	9	1	$\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bc \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}d$
54	0661	4	12	1	$\bar{a}\bar{c} \oplus \bar{a}b\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c}d \oplus a\bar{b}c\bar{d}$
55	0662	4	11	1	$\bar{a}c \oplus \bar{a}d \oplus \bar{b}c\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c}d$
56	0691	4	12	1	$\bar{a}\bar{c} \oplus \bar{a}bd \oplus \bar{b}\bar{c}d \oplus a\bar{b}c\bar{d}$
57	06b0	4	11	1	$a\bar{c} \oplus b\bar{c} \oplus a\bar{b}\bar{d} \oplus \bar{a}bcd$
58	1681	5	13	1	$ab \oplus ac \oplus ad \oplus bcd \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
weight = 6					
59	003f	2	4	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}bc$
60	006f	3	7	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}bc \oplus \bar{a}b\bar{d}$
61	007e	3	9	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}bcd \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
62	011f	3	8	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus a\bar{c}\bar{d} \oplus b\bar{c}\bar{d}$
63	012f	3	9	1	$\bar{a}\bar{b}c \oplus \bar{a}\bar{c}d \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
64	013d	3	7	1	$\bar{a}b \oplus \bar{a}c \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
65	013e	3	7	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}bc \oplus \bar{b}c\bar{d}$
66	016b	3	8	1	$\bar{a}d \oplus \bar{a}bc \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
67	016e	4	10	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}bc \oplus \bar{a}b\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
68	018f	3	10	1	$\bar{a}\bar{b} \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}bcd$
69	0197	4	9	1	$\bar{a}b \oplus \bar{a}c \oplus \bar{a}d \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
70	019b	3	8	1	$\bar{a}d \oplus \bar{a}b\bar{c} \oplus \bar{b}c\bar{d}$
71	019e	4	10	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}bc \oplus \bar{a}bd \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
72	01ab	2	5	1	$\bar{a}d \oplus \bar{b}\bar{c}d$
73	01ad	3	9	1	$\bar{a}\bar{b}c \oplus \bar{a}bd \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
74	01ae	3	7	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}b\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c}d$
75	01bc	4	11	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus a\bar{b}\bar{c}d \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
76	01e9	4	12	1	$\bar{a}b \oplus \bar{c}\bar{d} \oplus ab\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
77	01ea	3	10	1	$\bar{a}d \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
78	033c	3	6	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bc$
79	0356	2	4	1	$\bar{a}\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c}$
80	0359	3	6	3	$a\bar{b} \oplus \bar{a}d \oplus \bar{b}c$
-80	fca6	3	6		$\bar{b}c \oplus \bar{a}d \oplus ab$
81	035a	3	6	2	$\bar{b} \oplus \bar{a}\bar{d} \oplus a\bar{b}c$
82	0369	3	7	1	$\bar{a}d \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bc$
83	036a	3	8	1	$\bar{a}d \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bc$
84	036c	3	8	1	$\bar{a}c \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bd$
85	03c3	2	5	1	$\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bc$
86	03c5	3	7	3	$\bar{a}c \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{b}d$
-86	fc3a	3	7		$ac \oplus b\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{b}d$
87	03c6	3	8	1	$\bar{a}c \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{b}d$
88	03d4	4	9	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bd \oplus \bar{a}cd$
89	03d8	3	9	1	$a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}b\bar{d} \oplus \bar{a}cd$
90	0663	4	8	2	$\bar{c} \oplus a\bar{d} \oplus b\bar{d} \oplus ab\bar{c}$
91	0666	4	8	2	$c \oplus d \oplus abc \oplus abd$
92	0669	4	10	1	$\bar{a}c \oplus \bar{b}\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bd$
93	0672	4	9	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}cd$
94	0678	4	11	1	$\bar{a}b \oplus a\bar{b}c \oplus a\bar{b}d \oplus \bar{a}cd$
95	0693	4	8	2	$c \oplus \bar{a}\bar{d} \oplus \bar{b}d \oplus abc$
96	0696	4	9	2	$c \oplus \bar{b}d \oplus abc \oplus \bar{a}b\bar{d}$
97	06b1	4	9	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}d \oplus a\bar{b}c \oplus \bar{a}c\bar{d}$
98	06b2	4	9	3	$\bar{a}b \oplus \bar{b}c \oplus \bar{b}d \oplus \bar{a}c\bar{d}$
-98	f94d	4	9		$ab \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{b}d \oplus \bar{a}c\bar{d}$
99	06b4	4	11	1	$\bar{a}b \oplus a\bar{b}c \oplus a\bar{b}d \oplus \bar{a}c\bar{d}$
100	06f0	3	8	1	$\bar{a}b \oplus a\bar{b}c \oplus a\bar{b}d$
101	07b0	4	10	2	$a \oplus b \oplus a\bar{b}cd \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
102	07e0	4	10	2	$a \oplus b \oplus a\bar{b}cd \oplus \bar{a}b\bar{c}\bar{d}$
103	1668	5	14	3	$a\bar{b} \oplus \bar{a}bc \oplus \bar{a}bd \oplus a\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{b}cd$
-103	e997	6	12		$a \oplus \bar{b} \oplus \bar{c} \oplus d \oplus abcd \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
104	1683	4	10	1	$a\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus abc \oplus bcd$
105	1686	4	11	1	$c\bar{d} \oplus \bar{a}bc \oplus ab\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c}d$
106	1689	5	12	2	$a \oplus c \oplus \bar{b}\bar{d} \oplus ab\bar{c}d \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
107	1698	4	12	1	$a\bar{b}c \oplus a\bar{b}d \oplus \bar{a}cd \oplus b\bar{c}\bar{d}$
108	1781	5	12	3	$ab \oplus ac \oplus ad \oplus bcd \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
-108	e87e	5	12		$ab \oplus \bar{a}\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{d} \oplus \bar{b}cd \oplus b\bar{c}\bar{d}$
weight = 7					
109	007f	2	5	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}bcd$
110	013f	3	8	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}bc \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
111	016f	4	11	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}bc \oplus \bar{a}b\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$

表3. 1（その３）

class	rep. fn.	product terms	literals	type of comp.	minimum ESOP
112	017e	3	8	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}bcd$
113	019f	4	11	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}bc \oplus \bar{a}bd \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
114	01af	3	8	2	$\bar{a} \oplus \bar{a}b\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
115	01bd	4	11	2	$\bar{a} \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{b}\bar{c}d \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
116	01be	3	8	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
117	01eb	3	9	1	$\bar{a}d \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
118	01ee	3	7	2	$\bar{a} \oplus \bar{c}\bar{d} \oplus abc\bar{d}$
119	033d	4	10	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bc \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
120	0357	3	8	1	$\bar{a}\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
121	035b	3	9	1	$\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}b\bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
122	035e	3	8	1	$\bar{a}\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
123	036b	4	11	2	$\bar{b} \oplus a\bar{b}c \oplus \bar{a}c\bar{d} \oplus \bar{a}b\bar{c}d$
124	036d	4	10	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}bcd$
125	036e	4	10	2	$\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{d} \oplus ab\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
126	037c	3	7	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bcd$
127	03c7	3	8	3	$\bar{a}c \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
-127	fc38	3	8		$b\bar{c} \oplus ac \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
128	03d5	3	9	1	$\bar{a}\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bcd$
129	03d6	3	8	1	$\bar{a}\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bcd$
130	03d9	4	10	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{d} \oplus \bar{a}b\bar{c}d$
131	03dc	3	7	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}b\bar{c}d$
132	0667	4	12	1	$\bar{a}\bar{c} \oplus \bar{a}b\bar{d} \oplus \bar{b}c\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c}d$
133	066b	5	12	2	$\bar{c} \oplus a\bar{d} \oplus b\bar{d} \oplus ab\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{b}cd$
134	0673	4	10	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}c \oplus a\bar{b}d \oplus \bar{a}bcd$
135	0676	4	10	2	$\bar{c} \oplus \bar{b}\bar{d} \oplus ab\bar{c} \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
136	0679	4	9	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}c \oplus \bar{b}d \oplus \bar{a}bcd$
137	067a	4	10	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bcd$
138	0697	4	11	1	$\bar{b}c \oplus \bar{b}d \oplus \bar{a}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}bcd$
139	06b3	4	10	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}c \oplus a\bar{b}d \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
140	06b5	4	10	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}d \oplus a\bar{b}c \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
141	06b6	4	10	2	$\bar{c} \oplus \bar{b}\bar{d} \oplus ab\bar{c} \oplus \bar{a}bcd$
142	06b9	4	9	2	$\bar{a} \oplus \bar{b}c \oplus \bar{b}d \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
143	06f1	4	9	2	$a \oplus b \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d} \oplus a\bar{b}cd$
144	06f2	3	9	1	$\bar{a}b \oplus \bar{b}\bar{c}d \oplus a\bar{b}c\bar{d}$
145	0778	4	8	2	$a \oplus b \oplus cd \oplus abcd$
146	07b1	4	11	3	$\bar{a}b \oplus \bar{b}\bar{d} \oplus \bar{a}c\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c}d$
-146	f84e	4	11		$\bar{b}d \oplus ab \oplus \bar{a}c\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c}d$
147	07b4	4	9	2	$a \oplus b \oplus \bar{a}c\bar{d} \oplus a\bar{b}cd$
148	07e1	4	9	2	$a \oplus b \oplus \bar{a}\bar{c}\bar{d} \oplus a\bar{b}cd$
149	07e2	4	11	3	$a\bar{b} \oplus \bar{a}d \oplus \bar{b}cd \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
-149	f81d	4	11		$\bar{b}c \oplus ab \oplus \bar{a}\bar{c}\bar{d} \oplus a\bar{b}c\bar{d}$
150	07f0	3	6	2	$a \oplus b \oplus a\bar{b}cd$
151	1669	5	8	2	$a \oplus b \oplus c \oplus \bar{d} \oplus abcd$
152	166a	5	11	2	$a \oplus d \oplus bc \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus abcd$
153	1687	4	10	2	$\bar{b} \oplus cd \oplus a\bar{c}\bar{d} \oplus abcd$
154	168b	4	11	1	$a\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}cd \oplus abc\bar{d}$
155	168e	4	11	1	$\bar{b}c \oplus \bar{b}d \oplus \bar{a}cd \oplus ab\bar{c}\bar{d}$
156	1696	4	7	2	$b \oplus c \oplus d \oplus abcd$
157	1699	4	8	2	$c \oplus \bar{d} \oplus a\bar{b} \oplus abcd$
158	169a	4	9	2	$d \oplus ac \oplus b\bar{c} \oplus abc\bar{d}$
159	16a9	4	8	2	$a \oplus d \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus abc\bar{d}$
160	16ac	4	10	3	$ad \oplus bd \oplus \bar{b}c \oplus ab\bar{c}\bar{d}$
-160	e953	4	10		$ad \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus b\bar{d} \oplus ab\bar{c}\bar{d}$
161	1783	4	12	1	$\bar{b}\bar{c} \oplus ab\bar{d} \oplus ac\bar{d} \oplus \bar{a}bcd$
162	1789	5	13	2	$a \oplus cd \oplus abc \oplus abd \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
163	1798	4	11	1	$a\bar{b} \oplus cd \oplus b\bar{c}\bar{d} \oplus abcd$
164	19e1	3	8	1	$\bar{a}b \oplus \bar{c}\bar{d} \oplus a\bar{b}cd$
weight = 8					
165	00ff	1	1		$\bar{a}$
166	017f	3	9		$\bar{a} \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}bcd$
167	01bf	3	9		$\bar{a} \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
168	01ef	3	7		$\bar{a} \oplus a\bar{c}\bar{d} \oplus b\bar{c}\bar{d}$
169	01fe	2	4		$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c}\bar{d}$
170	033f	3	6		$a\bar{b} \oplus \bar{a}\bar{c} \oplus \bar{b}c$
171	035f	3	7		$\bar{a} \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bd$
172	036f	3	7		$\bar{a}c \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bd$
173	037d	4	10		$\bar{a} \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bd \oplus \bar{a}\bar{c}d$
174	037e	4	9		$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bd \oplus \bar{a}\bar{c}d$

表3.1（その4）

class	rep. fn.	product terms	literals	type of comp.	minimum ESOP
175	03cf	2	4		$\bar{a}c \oplus \bar{b}\bar{c}$
176	03d7	4	10		$\bar{a} \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}bd \oplus \bar{a}cd$
177	03db	3	8		$\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}b\bar{d} \oplus \bar{a}cd$
178	03dd	3	7		$\bar{a} \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{c}d$
179	03de	3	6		$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus \bar{a}\bar{c}d$
180	03fc	2	3		$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{c}$
181	066f	4	10		$\bar{a}c \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus a\bar{b}\bar{d} \oplus \bar{a}bd$
182	0677	4	10		$\bar{a} \oplus a\bar{b}c \oplus a\bar{b}d \oplus \bar{a}cd$
183	067b	4	9		$\bar{a} \oplus \bar{b}c \oplus a\bar{b}d \oplus \bar{a}cd$
184	067e	4	9		$\bar{a}b \oplus \bar{b}c \oplus \bar{b}d \oplus \bar{a}cd$
185	069f	4	8		$ac \oplus \bar{a}\bar{d} \oplus bc \oplus \bar{b}d$
186	06b7	4	9		$\bar{a} \oplus \bar{b}c \oplus a\bar{b}d \oplus \bar{a}c\bar{d}$
187	06bb	4	10		$\bar{a} \oplus a\bar{b}c \oplus a\bar{b}d \oplus \bar{a}c\bar{d}$
188	06bd	4	8		$\bar{a} \oplus \bar{b}c \oplus \bar{b}d \oplus \bar{a}c\bar{d}$
189	06f3	3	6		$\bar{a} \oplus \bar{b}c \oplus a\bar{b}d$
190	06f6	3	6		$\bar{a}b \oplus \bar{b}c \oplus \bar{b}d$
191	06f9	3	5		$\bar{a} \oplus \bar{b}c \oplus \bar{b}d$
192	0776	4	12		$\bar{a}\bar{c} \oplus \bar{b}\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c}d \oplus \bar{a}bc\bar{d}$
193	0779	5	12		$a \oplus b \oplus cd \oplus abcd \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
194	077a	4	11		$\bar{a} \oplus \bar{b}\bar{d} \oplus a\bar{b}\bar{c}d \oplus \bar{a}bcd$
195	07b3	4	8		$1 \oplus ab \oplus \bar{a}c\bar{d} \oplus \bar{b}cd$
196	07b5	4	11		$\bar{b} \oplus \bar{a}d \oplus a\bar{b}cd \oplus \bar{a}b\bar{c}\bar{d}$
197	07b6	4	10		$\bar{b} \oplus \bar{a}bd \oplus \bar{a}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{b}cd$
198	07bc	4	8		$a \oplus b \oplus \bar{a}c\bar{d} \oplus \bar{b}cd$
199	07e3	4	10		$\bar{b} \oplus \bar{a}bd \oplus \bar{a}c\bar{d} \oplus \bar{b}cd$
200	07e6	4	8		$1 \oplus ab \oplus \bar{a}\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{b}cd$
201	07e9	4	8		$a \oplus b \oplus \bar{a}\bar{c}d \oplus \bar{b}cd$
202	07f1	4	10		$a \oplus b \oplus a\bar{b}cd \oplus \bar{a}b\bar{c}\bar{d}$
203	07f2	3	8		$\bar{a}b \oplus a\bar{b}\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c}d$
204	07f8	3	5		$a \oplus b \oplus \bar{b}cd$
205	0ff0	2	2		$a \oplus b$
206	166b	5	12		$\bar{a} \oplus b\bar{c} \oplus \bar{a}bd \oplus a\bar{c}d \oplus \bar{b}c\bar{d}$
207	166e	5	10		$1 \oplus ab \oplus \bar{c}\bar{d} \oplus acd \oplus bcd$
208	168f	4	8		$\bar{b} \oplus ac \oplus a\bar{d} \oplus bcd$
209	1697	5	11		$b \oplus c \oplus d \oplus abcd \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$

class	rep. fn.	product terms	literals	type of comp.	minimum ESOP
210	169b	4	10		$\bar{c} \oplus a\bar{b}\bar{d} \oplus \bar{a}cd \oplus b\bar{c}d$
211	169e	4	9		$\bar{b} \oplus \bar{c}\bar{d} \oplus acd \oplus bcd$
212	16ab	5	12		$a \oplus d \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus abc\bar{d} \oplus \bar{a}b\bar{c}d$
213	16ad	4	9		$\bar{a} \oplus b\bar{d} \oplus ac\bar{d} \oplus \bar{b}\bar{c}d$
214	16ae	4	10		$d \oplus ab\bar{c} \oplus acd \oplus \bar{b}c\bar{d}$
215	16bc	4	7		$1 \oplus ad \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus bc\bar{d}$
216	16e9	4	7		$a \oplus b \oplus \bar{c}\bar{d} \oplus \bar{b}cd$
217	16ea	4	8		$a \oplus d \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus bc\bar{d}$
218	1787	4	9		$\bar{b} \oplus cd \oplus abc \oplus ab\bar{d}$
219	178b	4	9		$ac \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus cd \oplus ab\bar{d}$
220	178e	4	10		$a\bar{c} \oplus \bar{a}d \oplus b\bar{c}d \oplus \bar{b}c\bar{d}$
221	1796	5	11		$b \oplus c \oplus d \oplus abcd \oplus a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
222	1799	4	11		$\bar{c} \oplus \bar{a}d \oplus ab\bar{c}d \oplus a\bar{b}c\bar{d}$
223	179a	4	9		$d \oplus b\bar{c} \oplus a\bar{b}\bar{d} \oplus acd$
224	17a9	4	10		$\bar{a}d \oplus \bar{b}\bar{c} \oplus ab\bar{d} \oplus ac\bar{d}$
225	17ac	4	8		$a \oplus bd \oplus \bar{b}c \oplus ac\bar{d}$
226	17e8	4	7		$a \oplus bc \oplus bd \oplus cd$
227	18e7	3	7		$\bar{a} \oplus b\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{b}cd$
228	19e3	4	9		$\bar{a} \oplus \bar{b}c \oplus a\bar{b}\bar{d} \oplus b\bar{c}\bar{d}$
229	19e6	3	6		$\bar{a} \oplus \bar{c}\bar{d} \oplus \bar{b}cd$
230	19e9	3	7		$\bar{a}b \oplus \bar{c}\bar{d} \oplus \bar{b}cd$
231	19ea	4	8		$a \oplus d \oplus a\bar{b}c \oplus bc\bar{d}$
232	19f1	4	12		$\bar{a}b \oplus \bar{c}\bar{d} \oplus a\bar{b}cd \oplus \bar{a}b\bar{c}\bar{d}$
233	19f8	3	8		$\bar{a}b \oplus a\bar{c}\bar{d} \oplus \bar{b}cd$
234	1bd8	4	8		$ab \oplus a\bar{c} \oplus b\bar{d} \oplus cd$
235	1be4	3	5		$a \oplus bd \oplus c\bar{d}$
236	1ee1	3	4		$a \oplus b \oplus \bar{c}\bar{d}$
237	3cc3	3	3		$a \oplus b \oplus \bar{c}$
238	6996	4	4		$a \oplus b \oplus c \oplus d$