

## エリアジングが生じない最大間引きDFT フィルタバンクを用いたサブバンド適応フィルタ

尾知 博\*

本間 仁志\*\*

山田 洋士\*\*\*

\* 琉球大学工学部電子情報工学科 沖縄県西原町千原1  
\*\* 東京都立大学工学部電気工学科 八王子市南大沢1-1  
\*\*\* 石川高専電子情報工学科 石川県河北郡津幡町北中条

あらまし 最近、フィルタバンクを用いたサブバンド適応フィルタの検討がなされている。しかし、これまでに提案されたフィルタバンクの中には、正確なシステム同定ができないものがあることが示されている。小文では、まず上記の問題の解を与える、先に提案した周波数サンプリングフィルタ(FSF)バンクのDFT(discrete Fourier transform)による実現を示す。次いで提案した実現法によるフィルタバンクを用いた、周波数サンプリング定理に基づく新しい適応フィルタのクラスを提案する。提案したアルゴリズムは、サブバンド間のクロス成分やエリアジングの影響による性能劣化を受けることなく、サブバンド適応処理を実現している。また、エリアジング成分の影響を受けることなく最大間引きを行うことが可能である。未知システムとして、会議室のインパルス応答(インパルス長=4096)を用い、シミュレーションによりシステム同定の例を示した。

### A New Class of Subband Adaptive Filter Using Alias-Free Maximally Decimated DFT-bank

Hiroshi OCHI\*

Hitoshi HONMA\*\*

Yoji YAMADA\*\*\*

\*Faculty of Engineering, University of the Ryukyus  
1 Senbaru, Nishihara Okinawa, 903-01 Japan

\*\*Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University  
1-1 Minami-osawa, Hachioji Tokyo, 192-03 Japan

\*\*\*Ishikawa College of Technology  
Tsubata, kahoku-gun Ishikawa, 929-03 Japan

Abstract Conventional subband adaptive filters(ADF) using filter bank have shown degradation in performance because of the non-ideal filters. For this problem, we have proposed a frequency sampling filter(FSF) bank which enables us to identify an unknown system. In this paper we illustrate an efficient implementation of the FSF bank using discrete Fourier transform(DFT) and propose a new class of ADF using the FSF bank based on the frequency sampling theorem. As a result, proposed technique enables the subband adaptive processing without the degradation effect of both the aliasing and the cross terms, even if we choose critical subsampling. The simulation results show that, as far as frequency sampling theorem is satisfied, the proposed subband ADF has good accuracy even in case of the unknown system has long impulse response such as N=4096.

## 1. まえがき

最近、非常に多いタップ数を必要とする適応信号処理のアプリケーションに興味が持たれている。例えば、適応ノイズキャンセラー、音響エコーキャンセラー、適応等化器などでは、数千タップのFIR (Finite Impulse Response)適応フィルタが必要とされている[1]-[5]。

サブバンド処理は、このような適応フィルタ (ADF) の実現に適した手法である。サブバンド処理により、高次のフィルタの適応問題を、低レートで動作する複数の低次のフィルタの適応問題に帰着させることができ、その結果、ADFの並列処理が可能となる。以上の利点のため、これまでにフィルタバンクを用いた種々のサブバンド適応アルゴリズムが検討されている[1]-[12]。

しかし、サブバンド符号化等で用いられている従来のフィルタバンクでは、サンプルレートを最大間引きした場合、エリアジングやサブバンド間のクロス項の影響を回避できないことが知られている。例えば、完全再構成QMF (quadrature mirror filter)バンクを用いてもフィルタバンクの影響による適応特性の性能劣化を免れないことが示されている[7]。

この問題に対し、Gilloireらは、フィルタバンクは従来のままで、適応フィルタにクロス項を許すことにより、エリアジングの影響を改善した[6]。しかしこの方法は近似的改善であり、また適応係数の個数が増大するという問題を持っている。その後Somayazuluらは、最大間引き (帯域分割数と間引き率が等しい) を行わない場合には、クロス項を持たない通常の適応フィルタを適用できる場合があることを指摘した[1]。しかし帯域分割数の増加に伴い、最大間引きを行わない影響が顕著になり有効性が低下してしまう。

その一方で、エリアジングを直接回避するために、理想フィルタに近い急峻な特性を有する高次のフィルタの使用も検討された[8]。この方法では、高次のフィルタを用いるほどエリアジングは低減するが、その代償としてハードウェアが増大する。そこでハードウェアの増大を極力抑えるために、ポリフェーズ構成の使用も同時に検討されている[9][10]。この方法は実用上有効な方法の1つではあるが、現実には理想フィルタは実現不可能であるため、エリアジングの問題が完全に解決されているわけではない。

上述のフィルタバンクに対して、異なるクラスのフィルタバンクが提案されている[11]。これは、等間隔周波数点で理想フィルタの特性を満たす周波数サンプリングフィルタバンク (FSFバンク) であり、最大間引きを行っても等間隔周波数点では全くエリアジングを起こさない特徴がある。このフィルタバンクをシステム同定に適用すると、未知システムに対して周波数サンプリング定理を満足していれば、完全に未知システムを同定することが可能である。

小文ではまずFFT (fast Fourier transform)を用いたFSFバンクのより効率的な構成法を示す。次に、FSFバンクを用いた、周波数サンプリング定理に基づく新しいサブバンド適応フィルタを提案する。提案するサブ

バンド適応フィルタは、先に我々が提案した適応フィルタ[12]において最大間引きを可能とした場合である。最後に、システム同定問題のシミュレーション例を示し、提案する適応フィルタの有効性を確認する。

## 2. FSFバンクのポリフェーズ実現

本節では、周波数サンプリング定理に基づくシステム同定に適した、FSFバンクのポリフェーズ実現を示す。

### 2.1 ポリフェーズDFTバンク[8]

図1は、帯域M分割のFSFバンクである。本節では、図1の分析フィルタバンクのみに着目する。プロトタイプフィルタの伝達関数  $G_0(z)$  を次式で定義する。

$$G_0(z) = \sum_{n=0}^{\infty} g_0(n) z^{-n} \quad (1)$$

このとき、k番目のサブバンド ( $0 \leq k \leq M-1$ ) の帯域分割フィルタ  $G_k(z)$  は、 $G_0(z)$  を周波数軸の正方向に周波数シフトして式(2)で与えられる。

$$G_k(z) = G_0(z W^k) \quad (2)$$

$$W = e^{-j \frac{2\pi}{M}}$$

$G_0(z)$  をポリフェーズM分解した場合、次式を得る。

$$G_0(z) = \sum_{k=0}^{M-1} z^{-k} E_k(z^M) \quad (3)$$

ただし、

$$E_k(z) = \sum_{n=0}^{\infty} g_0(nM+k) z^{-n} \quad (0 \leq k \leq M-1) \quad (4)$$

式(3)を式(2)に代入すると、次式のポリフェーズDFTバンクが得られる[8]。

$$G_k(z) = \sum_{n=0}^{M-1} z^{-n} E_n(z^M) W^{-nk} \quad (0 \leq k \leq M-1) \quad (5)$$

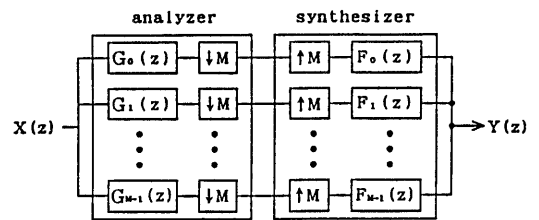


図1 M分割FSFバンク

### 2.2 提案するFSFバンク

式(5)において  $E_n(z^M) = 1$  とおく。このとき、 $G_0(z)$  のインパルス応答  $g_0(n)$  は、(6)式となる。

$$g_0(n) = 1 \quad (0 \leq n \leq M-1) \quad (6)$$

したがって、間引きを行わない場合、k番目のサブバンドの周波数応答  $G_k(j\omega)$  は、次式で与えられる。

$$G_k(j\omega) = \frac{\sin \frac{\phi M}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}} e^{-j\frac{\phi(M-1)}{2}} \quad (7)$$

ただし  $\phi = \omega - \frac{2\pi k}{M}$

特に、 $\omega = 2\pi n/M$  [rad] の離散周波数点では、式(8)となる。

$$|G_k(j\omega)| = \begin{cases} M & (n=k) \\ 0 & (n \neq k) \end{cases} \quad (8)$$

式(8)は、各サブバンドの中心周波数に対応する  $n=k$  の離散周波数点では、サブバンド間のクロス成分が全く存在しない事を示している。例として、図2に分割数  $M=4$  とした時の  $G_0(z) \sim G_3(z)$  の振幅特性を示す。

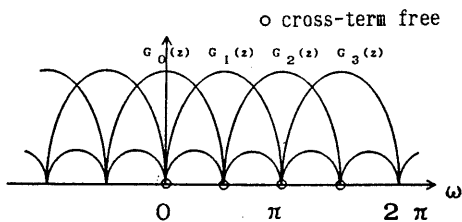


図2 帯域分割フィルタの振幅特性 ( $M=4$ )

次に最大間引きを行った場合を考える。この場合、各サブバンドの中心周波数(図2のクロス成分が生じていない○印)は零周波数(DC)に移動する。しかしDCにおいても、エリアジングフリーである。

以上のように導いた最大間引き F S F バンクのポリフェーズ実現を図3に示す。ポリフェーズ実現の結果として式(5)より、F S F バンクはIDFTにより実現できる。これをポリフェーズ F S F バンクと呼ぶことにする。ただし、IDFTとDFTの関係より、信号の入力順序を変更すれば、IDFTをDFTに置き換えることができるので、図3では、DFTを用いて表示している。

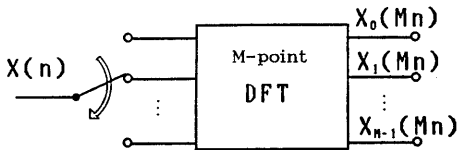


図3 提案する F S F バンク

### 3. 新しいサブバンドADFとそのアルゴリズム

本章では、前章において提案したポリフェーズ F S F バンクのシステム同定への適用について検討する。

#### 3.1 提案する方法の概要

よく知られた時間領域のサンプリング定理の双対として、周波数サンプリング定理[13]が存在する。

#### <周波数サンプリング定理>

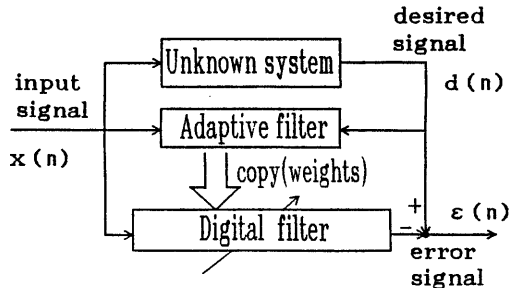
離散時間信号  $x(n)$  ( $0 \leq n \leq N-1$ ) のフーリエ変換を  $F(j\omega)$  とおく。このとき  $x(n)$  は、 $F(j\omega)$  の少なくとも  $N$  個の等間隔サンプル値の IDFT により、完全に復元可能である。

提案したポリフェーズ F S F バンクを用いた周波数サンプリング定理に基づくシステム同定のブロック図を図4に示す。入力信号を  $x(n)$ 、所望信号(未知システム出力)を  $d(n)$ 、帯域分割数を  $M$  とし、 $x(n)$ 、 $d(n)$  を図4の分析フィルタバンクに入力した場合のサブバンド  $k$  における出力をそれぞれ  $x_k(Mn)$ 、 $d_k(Mn)$  とおく。また、未知システムのインパルス応答を  $h(n)$ 、長さを  $N$  とし、その周波数応答を  $H(j\omega)$  とする。

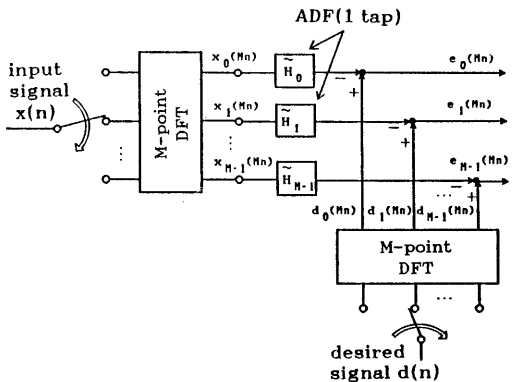
離散周波数  $\omega_a = 2\pi k/M$  [rad] ( $0 \leq k \leq M-1$ ) における、 $H(j\omega)$  のサンプル値  $H_k$  は、式(9)により与えられる。

$$H_k = \frac{D_k(j\omega_a)}{X_k(j\omega_a)} \quad (0 \leq k \leq M-1) \quad (9)$$

$X_k(j\omega_a)$ 、 $D_k(j\omega_a)$  はそれぞれ入力信号  $x(n)$ 、所望信号  $d(n)$  のフーリエ変換である。もし、条件  $M \geq N$  を満たせば、未知システムのインパルス応答  $h(n)$  は、周波数サンプリング定理より  $H_k$  の IDFT により完全に推定可能である。 $X_k(j\omega_a)$  と  $D_k(j\omega_a)$  は、図3におい



(a)システム同定のブロック図



(b)適応フィルタ部分のブロック図

図4 ポリフェーズ F S F バンクを用いたシステム同定

てk番目のサブバンドの直流値に相当するので、式(9)の $H_k$ は各サブバンドの直流ゲインに相当する。したがって、システム同定問題は、各サブバンドにおける $H_k$ の推定問題となり、これは、各サブバンドにおける1タップの適応フィルタにより実現できる。

### 3.2 適応アルゴリズム

本アルゴリズムでは、各サブバンドにおける適応フィルタの出力 $\hat{H}_k x_k(n)$ の直流値と、所望信号 $d_k(n)$ の直流値との二乗誤差が最小になるように $H_k$ の推定値 $\hat{H}_k$ を求める。

まず、時刻Mnにおけるサブバンドkの適応フィルタの誤差信号を $e_k(Mn)$ として、その直流推定値 $\hat{e}_k(Mn)$ を次式で求める。

$$\begin{aligned} \hat{e}_k(Mn) &= \sum_{i=1}^n e_k(Mi) \\ &= \sum_{i=1}^n \{d_k(Mi) - \hat{H}_k x_k(Mi)\} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $\hat{r}_k(Mn)$ 、 $\hat{d}_k(Mn)$ は、それぞれサブバンドkにおける $r_k(Mn)$ 、 $d_k(Mn)$ の直流推定値であり、次式で表される。

$$\hat{r}_k(Mn) = \sum_{i=1}^n x_k(Mi) \quad (11)$$

$$\hat{d}_k(Mn) = \sum_{i=1}^n d_k(Mi) \quad (12)$$

式(11)、(12)を式(10)に代入すると、次式を得る。

$$\hat{e}_k(Mn) = \hat{d}_k(Mn) - \hat{H}_k \hat{r}_k(Mn) \quad (13)$$

サブバンドkの適応フィルタにおいて、Mn時刻における評価関数 $J_k(Mn)$ を式(14)とする。

$$J_k(Mn) = \sum_{i=1}^n \hat{e}_k(Mi) \hat{e}_k^*(Mi) \quad (14)$$

where \* denotes conjugate

式(13)を式(14)に代入して $J_k(Mn)$ の $\hat{H}_k$ に対する微分を求めると、式(15)となる。

$$\frac{dJ_k(Mn)}{d\hat{H}_k} = -2\hat{p}_k(Mn) + 2\hat{r}_k(Mn)\hat{H}_k \quad (15)$$

ただし、

$$\hat{r}_k(Mn) = \sum_{i=1}^n \hat{x}_k(Mi) \hat{x}_k^*(Mi) \quad (16)$$

$$\hat{p}_k(Mn) = \sum_{i=1}^n \hat{d}_k(Mi) \hat{x}_k^*(Mi) \quad (17)$$

Mn時刻において $J_k(Mn)$ を最小化する $\hat{H}_k$ は、式(15)を零とおけば求める。すなわち、kサブバンドのMn時刻における直流ゲイン推定値 $\hat{H}_k(Mn)$ は、式(18)により与えられる。

$$\hat{H}_k(Mn) = \frac{\hat{p}_k(Mn)}{\hat{r}_k(Mn)} \quad (18)$$

$\hat{H}_k$ をIDFTすることにより、周波数サンプリング定理に基づき、未知システムのインパルス応答の推定値を得ることができる。得られた推定値は、図4(a)のように、重み係数としてデジタルフィルタに転送される。

以上のアルゴリズムは、1タップのRLS (recursive least square) アルゴリズムに相当している。

### 4. 演算量の検討

提案したサブバンド適応アルゴリズムの演算量について検討する。入力信号を実数と仮定すると、そのDF T領域ではスペクトルは共役対称となるので、以下の検討では、アルゴリズムの計算が必要なバンド数は $M/2+1$ としている。

本アルゴリズムの実現には、複素演算が必要となるが、演算量の評価にあたっては、これを実数演算に換算して検討する。

まず、加算数は、

$$(\text{複素}) 2M+4 [\text{回}] = (\text{実数}) 4M+8 [\text{回}/\text{ブロック}] \quad (19)$$

次に乗算数は、

$$(\text{複素}) M+2 [\text{回}] = (\text{実数}) 4M+8 [\text{回}/\text{ブロック}] \quad (20)$$

除算数は、

$$(\text{複素}) M/2+1 [\text{回}/\text{ブロック}] \quad (21)$$

となるが、複素数の除算には、6回の実数乗算と、3回の実数加算、2回の実数除算が必要となる。したがって、 $M/2+1$ 回の複素乗算には、 $3M+6$ 回の実数乗算、 $3M/2+3$ 回の実数加算、 $M+2$ 回の実数除算が必要である。

また、入力信号と所望信号の帯域分割処理、インパルス応答の計算にDFTを用いているため、3回のFFT演算が必要である。FFTの実数乗算は $2M \log_2(M/2)$ 回、実数加算は $2M \log_2 M$ 回である。以上をまとめて、表1に示す。

表1 1ブロック当りの演算量 (実数演算換算)

	Addition	Multi.	Division
Adaptive algorithm	$\frac{11}{2}M+11$	$7M+14$	$M+2$
Filter bank	$4M \log_2 M$	$4M \log_2 \frac{M}{2}$	—
To compute impulse response	$2M \log_2 M$	$2M \log_2 \frac{M}{2}$	—
Sub total	$\frac{11}{2}M+11+6M \log_2 M$	$7M+14+6M \log_2 \frac{M}{2}$	$M+2$

表1より一サンプル当りの演算量は、加算 $o(6 \log_2 M)$ 、乗算 $o(6 \log_2(M/2))$ となる。また、一例として4000タップの適応フィルタを構成するときの1サンプルあたりの乗算回数(システム全体)を計算すると、表1より79 [回]となる。同じくポリフェーズ実現を利用している[9][10]に比較して、演算量は激減している。

## 5. シミュレーション

本節では、提案した適応フィルタの計算機シミュレーション結果を示す。シミュレーション条件と評価量を以下に示す。

<条件>

未知システムのインパルス応答  $h(n)$  :

会議室のインパルス応答、 $N=4096$  (図5(a))

帯域分割数  $M$  : 4096

入力信号  $x(n)$  : 平均0.0、分散1.0のガウス性白色信号

付加雑音なし、単精度浮動小数点演算で行う。

<評価量>

IRER (impulse response estimation ratio)

$$IRER = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i=0}^{N-1} |h(i) - \hat{h}(i)|^2}{\sum_{i=0}^{N-1} |h(i)|^2} \quad [\text{dB}] \quad (22)$$

ただし、 $h(i)$ は未知システムのインパルス応答で、

$\hat{h}(i)$ は推定インパルス応答である。

シミュレーション結果を図5に示す。図5(b)は、IRER収束特性、図5(c)は、iteration数が $(1000 \times 4096)$ の時、すなわちIRER値が約-63 [dB]の時の推定振幅特性である。周波数サンプリング定理に基づく条件  $M \geq N$  を満足しているため、図5(b)のように良好な精度でインパルス応答を推定できていることがわかる。 $N=4096$  という非常に長いインパルス応答の同定においても、アルゴリズムの数値的発散もなく、良好に同定が行われていることがわかる。

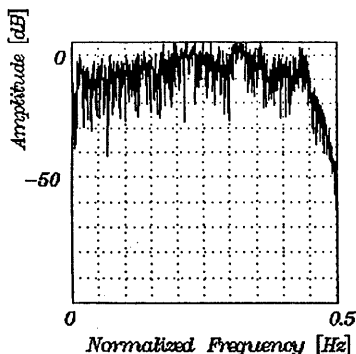
## 6. 周波数領域適応フィルタとの関係

本サブバンドADFは、周波数領域適応フィルタ (FDAF) [14]と同様な構成となっている。FDAF (円状畳み込みに基づく)は、システム同定誤差が大きいのに対し、構成が同一であるにもかかわらず、本方法では高い精度でシステム同定を行うことが可能である。

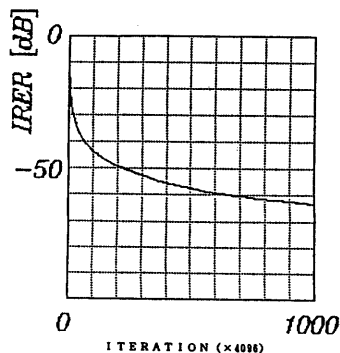
円状畳み込みに基づくFDAFでは、本方法と同様、最大間引きした各サブバンドで1タップのADFを用いているが[15]、直流成分のみならず他の周波数成分をも適応処理していることが、システム同定に悪影響を及ぼしていた、と解釈できる。

## 7. まとめ

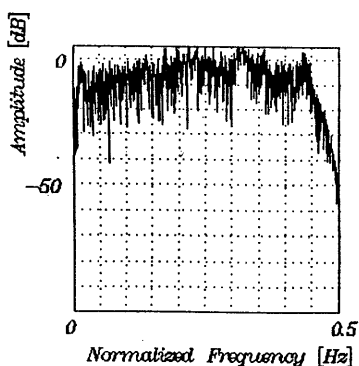
FSFバンクを用いた、周波数サンプリング定理に基づくサブバンド適応フィルタの新しいクラスを提案した。提案した手法は、最大間引きの場合においても、クロス成分やエアリングの影響による性能の劣化を引き起こすことがない、サブバンド適応処理の実現を可能にしている。FSFバンクをFFT演算によって実現しているため、FSFバンクを直接実現してサブバンド適応処理を行う場合[11]に比較して、帯域分割数が高い



(a) 未知システムの振幅特性



(b) IRER 収束特性



(c) 推定振幅特性

図5 シミュレーション結果

ほど本方法は有利となる。周波数サンプリング定理が満足されていれば、提案した適応フィルタは、 $N=4096$ という長いインパルス応答の同定においても、良好な精度でシステム同定が可能であることが、シミュレーション結果により確認された。

#### 謝辞

シミュレーションにご協力いただいた、北陸先端科学技術大学院大学高良吉立氏に感謝する。また、日頃から暖かいご指導をいただき、長岡技術科学大学神林紀嘉教授に感謝する。

#### 参考文献

- [1] V.S.Somayazulu, S.K.Mitra, and J.J.Shynk  
"Adaptive line enhancement using multirate techniques", Proc.ICASSP, Glasgow, pp.928-931 (May.1989)
- [2] M.R.Asharif, F.Amano, S.Unagami and K.Murano  
"Acoustic echo canceller based on frequency bin adaptive filter (FAF)", Proc. IEEE Int. Conf. Global Telecommun., Tokyo, pp.1940-1944 (Nov.1987)
- [3] W.Kellermann, "Analysis and design of multirate systems for cancellation of acoustical echoes", Proc. ICASSP, NewYork, pp.2570-2573(Apr.1988)
- [4] H.Yasukawa, S.Shimada and I.Furukawa  
"Acoustic echo canceller with high speech quality", Proc. ICASSP, Dallas, pp2125-2128 (Apr.1987)
- [5] A.Gilloire, "Experiments with subband acoustic echo cancellers for teleconferencing", Proc. ICASSP, Dallas, pp.2141-2144 (Apr.1987)
- [6] A.Gilloire and M.Vetterli, "Adaptive filtering in subbands", Proc. ICASSP, NewYork, pp.1572-1575 (Apr.1988)
- [7] H.Honma and S.Yamaguchi, "Consideration on adaptive system identification based on filter banks" IEICE Trans. vol.E 74 pp.3935-3938 (Dec.1991)
- [8] P.P.Vaidyanathan, "Multirate Digital Filters, Filter Banks, Polyphase Networks, and Applications: A Tutorial" Proc. IEEE vol.78 No.1 (Jan.1990)
- [9] 中山謙二、殿村正延 "オーバーサンプリング形フィルタバンクを用いた帯域分割形アダプティブフィルタ", 電子情報通信学会 技術研究報告 EA89-2 (1989)
- [10] H.Perez and F.Amano " Acoustic Echo Cancellation Using Multirate Techniques" IEICE Trans. vol.E 74 pp3559-3567 (Nov.1991)
- [11] H.Kiya and S.Yamaguchi, " Adaptive System Identification Using FSF (Frequency sampling Filter Bank)", Proc. ICASSP, SanFrancisco, (Mar.1992)
- [12] 山田洋士、尾知博、本間仁志 " ポリフェーズ DFTバンクを用いた新しい適応フィルタ " 電子情報通信学会 技術研究報告 DSP91-86 (Mar.1992)
- [13] A.Antoniou "Digital Filters : analysis and design", McGraw-Hill, (1979)
- [14] C.F.N.Cowan and P.M.Grant, "Adaptive Filters", Prentice-Hall pp.145-152 (1985)
- [15] J.J.Shynk "Frequency-Domain and Multirate Adaptive Filtering" IEEE Signal Processing magazine pp.15-37 (Jan.1992)