

付加雑音の存在下においても安定に収束する  
適応フィルタの提案

——ブロック共役こう配法の場合——

金城繁徳 尾知 博  
琉球大学工学部

沖縄県中頭郡西原町字千原1番地

あらまし 適応フィルタ（A D F）における応用例の多くは、付加雑音を伴う信号を参照信号として使用している。強い付加雑音の存在下では、適応アルゴリズムによる未知システムの正確なパラメータ推定が困難となる。特にブロック共役こう配法（B C G M）に基づく適応フィルタは、付加雑音の存在により収束後のパラメータ推定誤差特性が大きく変動する。

以上の問題に対し、筆者らは独自に付加雑音の存在するシステム同定問題について検討し、

[1]入力信号、参照信号中の直流成分の除去、[2]理想的な期待値演算、  
を近似的に施す手法によりパラメータ推定誤差が低減されることを示した。

本報告では、筆者らの提案したB C G Mを用いた適応フィルタに本雑音処理法を適用した結果を報告する。

A New Stable Convergence Adaptive Filter  
with Noisy Desired Signal  
—A case of the block conjugate gradient method—

Shigenori KINJO Hiroshi OCHI  
Faculty of Engineering, University of the Ryukyus  
1 Senbaru, Nishihara, Okinawa, 903-01 Japan

**Abstract** In many applications of the adaptive filters, we must make use of a desired signal corrupted by the additive noise, i.e., a noisy desired signal. The strongly noisy desired signal disturbs the precise system identification. Especially, the adaptive filter based on the block conjugate gradient method (BCGM) has the unstable parameter estimation convergence property in case of the noisy desired signal.

To overcome the above difficulties, we have studied the system identification with the noisy desired signal and proposed a new stable convergence adaptive filter.

In this report, we show that the adaptive filter based on the BCGM can achieve the stable convergence by use of the proposed technique even in case of the strongly noisy desired signal.

## 1. まえがき

エコードキャンセラ、ノイズキャンセラ等の適応フィルタ（A D F）における応用例の多くは、付加雑音を伴う信号を参照信号として使用することが多い。付加雑音が強い場合、適応アルゴリズムが雑音の影響を強く受け、未知システムの正確なパラメータ推定が困難となる。特に、高速な収束特性を示すブロック直交射影法に基づく適応フィルタ<sup>[1]</sup><sup>[2]</sup>や筆者らが先に提案したブロック共役こう配法（B C G M）に基づく適応フィルタ<sup>[3]</sup>は、付加雑音の存在により収束後のパラメータ推定誤差特性が大きく変動する。

以上の問題に対し、付加雑音に強い適応アルゴリズムの開発に関する研究も幾つか行われている<sup>[4]</sup>–<sup>[6]</sup>。例えば、ブロック直交射影法に関しては、特異値打ち切りによりパラメータ推定誤差を低減する方法が提案されているが<sup>[6]</sup>、特異値分解に必要とされる演算量が大きくなる。

一方筆者らは、独自に付加雑音の存在するシステム同定問題について検討した<sup>[7]</sup>。これによると、

- [1] 入力信号、参照信号中の直流成分の除去、
  - [2] 理想的な期待値演算、
- により付加雑音の影響の無い正確なシステム同定が可能となる。また、これらの処理を近似的に施す手法を提案し、有効性をR L S法について示した。

本報告では、筆者らの提案したB C G Mを用いた適応フィルタに本雑音処理法を適用した結果を報告する。B C G Mは、付加雑音の存在に対して収束後のパラメータ推定誤差特性が不安定であるが、本処理法の適用により、極めて強い付加雑音存在下でも安定に収束することが示される。

本文の構成は以下の通りである。まず2章では、先に提案した付加雑音処理法の概要を述べる。3章では、筆者らの提案したB C G Mの概要を述べる。最後に4章で計算機シミュレーションにより、先に提案した付加雑音処理がB C G Mに対しても有効であることを示す。

## 2. 付加雑音を考慮した適応フィルタ

### 2. 1 付加雑音の存在するシステム同定

図1に付加雑音の存在するシステム同定モデルを示す。ここで、 $k$ はサンプル時刻であり、入力信号 $x(k)$ 、付加雑音 $v(k)$ 、未知システムとA D FをNタップF I Rフィルタとする。また、未知システムのインパルス応答 $h^*$ 、A D Fのインパルス応答 $h$ 、タップ入力ベクトル $X(k)$ 、未知システムの出力 $d(k)$ 、A D F出力 $y(k)$ 、参照信号 $z(k)$ とする。

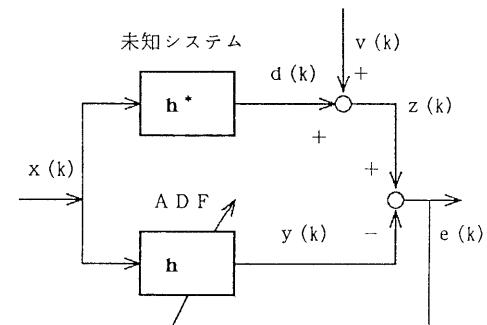


図1. 付加雑音の存在するシステム同定モデル

自己相関行列 $R_{xx}$ 、相互相関ベクトル $P_{xz}$ 、 $P_{xu}$ 、 $P_{xy}$ を以下に定義する。

$$R_{xx} = E [X(k) \cdot X^t(k)] \quad (1)$$

$$P_{xz} = E [X(k) \cdot z(k)] \quad (2)$$

$$P_{xd} = E [X(k) \cdot d(k)] \quad (3)$$

$$P_{xy} = E [X(k) \cdot v(k)] \quad (4)$$

最適A D F係数を $h_{op}$ と定義すると、 $h_{op}$ は正規方程式から次式となる<sup>[8]</sup>。

$$\begin{aligned} h_{op} &= R_{xx}^{-1} \cdot P_{xz} \\ &= R_{xx}^{-1} \cdot P_{xd} + B = h^* + B \end{aligned} \quad (5)$$

但し、

$$B = R_{xx}^{-1} \cdot P_{xy} \quad (6)$$

付加雑音 $v(k)$ が存在しない場合、A D F係数は式(5)の右辺第一項のみとなり、未知システムの係数と一致する。

付加雑音 $v(k)$ が存在する場合、バイアスペクトル $B$ が存在し、パラメータ推定誤差の原因となる。よって、正確なシステム同定を行うためには、 $B = 0$ とする必要がある。

$x(k)$ 、 $v(k)$ が無相関と仮定し、バイアスペ

クトル  $B$  について書き換える。このとき

$$B = R_{xx}^{-1} \cdot E[X(k)] + E[v(k)] \quad (7)$$

となる。式(7)より、 $x(k)$ ,  $v(k)$ に直流成分が存在する場合、 $B \neq 0$ となり正確なシステム同定ができない。従って、正確なシステム同定のためには、

[1] 直流成分の影響の除去、

[2] 理想的な期待値演算、

以上の操作が必要となる。

## 2. 2 直流成分の影響によるバイアスペクトルの除去

図1に示すシステム同定問題において、以下の定理1が成立する。定理の証明は、筆者らが文献[7]で示してある。

### [定理1]

入力信号と付加雑音が無相関であるとき、ADF入力信号、参照信号から直流成分を取り除いた信号を使用して得られる最適ADF係数は、正確に未知システムの係数と一致する。□

定理1は、直流信号が存在しなくても未知システムの直流ゲインが推定可能であることを示している。実際、付加雑音が存在しない場合の正規方程式においては、直流信号成分が相殺されていることを確かめることができる。つまり、未知システムのパラメータ推定には直流信号成分は用いられていないと考えることができ、このことからも、直流成分が除去された信号を用いたシステム同定が妥当であることが分かる。

## 2. 3 ブロック適応フィルタにおける付加雑音処理

新しい付加雑音処理法を考慮したブロック適応フィルタを図2に示す。

図2のシステムは、ADF部とフィルタ部からなる。

ADF部では、信号のブロック化を行うため、フィルタ部で用いる1ブロック前の入力信号及び参照信号を用いる。各ブロックにおいて、定理1に基づき、直流成分の影響が取り除かれた最小2乗解を求める。これにより、

[1] 直流成分の影響の除去、  
が可能となる。

求められた各ブロックの係数は、ブロック毎に加算平均処理を施されフィルタ部へコピーされる。フィルタ部では、コピーされた係数を用いてADFの実際の出力信号が生成される。これは、

[2] 理想的な期待値演算、  
を近似的に実現している。

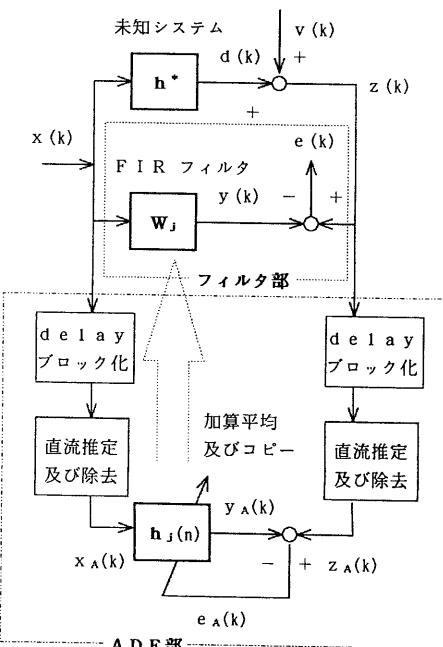


図2 付加雑音を考慮した適応フィルタ

図2において各パラメータを以下のように定義する。

$j$  : ブロック番号 ( $j=0, 1, 2, \dots$ )

$L$  : ブロック長

$n$  : ブロック内の時刻 ( $n=k \bmod L$ ,  $n=0, 1, \dots, L-1$ )

$y(k)$  : フィルタ部出力信号

$e(k)$  : フィルタ部誤差信号

$W_j$  : フィルタ部係数ベクトル ( $N \times 1$ )  
(但し,  $j=0, 1$ において  $W_j=0$  とする)

$x_A(k)$  : ADF部入力信号

$z_A(k)$  : ADF部参照信号

$y_A(k)$  : ADF部出力信号

$e_A(k)$ : ADF 部誤差信号  
 $h_j(n)$ : ADF の  $j$  ブロックでのフィルタ  
 係数ベクトル ( $N \times 1$ )  
 (但し,  $j = 0$ において  $h_0(L-1) = 0$  とする)

図 2 の ADF 部における付加雑音処理アルゴリズムを表 1 に示す。

表 1. ADF 部の  $j$  ブロックでの処理

<b>s t e p 1)</b> ADF 係数初期化 :
$h_j(0) = 0$
<b>s t e p 2)</b> 直流成分推定 :
$X_{DJ-1} = (1/L) \times \sum_{m=(j-1) \cdot L}^{(j-1) \cdot L+L-1} x_m$ (8)
$Z_{DJ-1} = (1/L) \times \sum_{m=(j-1) \cdot L}^{(j-1) \cdot L+L-1} z_m$ (9)
但し, $j=0$ で $X_{D-1}=0$ , $Z_{D-1}=0$
<b>s t e p 3)</b> 直流成分除去 :
For $n=0, 1, \dots, L-1$ compute :
$x_A(j \cdot L + n) = x((j-1) \cdot L + n) - X_{DJ-1}$ (10)
$z_A(j \cdot L + n) = z((j-1) \cdot L + n) - Z_{DJ-1}$ (11)
<b>s t e p 4)</b> 係数推定アルゴリズム :
$x_A(j \cdot L + n)$ , $z_A(j \cdot L + n)$ を入力, 参照信号とし, BCGMにより最適 ADF 係数 $h_j(L-1)$ を求める.
<b>s t e p 5)</b> 加算平均処理 :
$W_{j+1} = (1/j) \times \sum_{i=1}^j h_i(L-1)$ (12) → フィルタ部へコピー

提案する適応フィルタの ADF 部（適応アルゴリズムを除く），フィルタ部の 1 ブロックにおける乗算量の総計は  $L \times N + 4$  回である。サンプル当たりに換算すると約  $N$  個であるので、雑音処理に関わる演算量は、適応アルゴリズムを含む全演算量に比べて無視できるほど少ない。

### 3. ブロック共役こう配法

ブロック共役こう配法<sup>[3]</sup> (BCGM, Block Conjugate Gradient Method) を表 2 に示す。BCGM は、共役ベクトルを利用して最小 2 乗解を求めるアルゴリズムであり、高速な収束速度を有する。また、FFT を用いた高速たたみ込みにより演算量を低減することが可能であり、その時の演算量は、1 サンプル当たり  $O(L \cdot \log_2 L)$  である。

表 2 ブロック共役こう配法

<b>s t e p 1)</b> 準備 :
$X_A = [x_A(j \cdot L), \dots, x_A(j \cdot L + L - 1)]^t$ $(L \times 1)$ (13)
$Z_A(0) = [0, \dots, 0, z_A(j \cdot L + N - 1),$ $\dots, z_A(j \cdot L + L - 1)]^t$ $(L \times 1)$ (14)
$X_{tA} = \text{diag}\{F[X_A]\}$ $(L \times L)$ (15)
$F[\cdot] : FFT$ , $F^{-1}[\cdot] : IFFT$
<b>s t e p 2)</b> 最小 2 乗解を求める :
For $n=0$ to $n=N-1$ Compute :
$Z_{tA}(n) = F[Z_A(n)]$ $(L \times 1)$ (16)
$S_{tA}(n) = X_{tA}^* \cdot Z_{tA}(n)$ $(L \times 1)$ (17)
$S_A(n) = F^{-1}[S_{tA}(n)]$ $= [s_{A0}(n), \dots, s_{AL-1}(n)]^t$ $(L \times 1)$ (18)
$S(n) = [s_{A0}(n), \dots, s_{AN-1}(n)]^t$ $(N \times 1)$ (19)
$p_s(n) = S^t(n) \cdot S(n)$ (20)
if ( $n=0$ )
$U(n) = S(n)$ (21)
else
$U(n) = S(n)$ $+ U(n-1) \cdot (p_s(n)/p_s(n-1))$ $= [u_0(n), \dots, u_{n-1}(n)]^t$
(22)
$U_j(n) = [u_0(n), \dots, u_{n-1}(n), 0, \dots, 0]^t$ $(L \times 1)$ (23)
$U_{tj}(n) = F[U_j(n)]$ $(L \times 1)$ (24)
$T_{tj}(n) = X_{tA} \cdot U_{tj}(n)$ $(L \times 1)$ (25)
$T_{tj}(n) = F^{-1}[T_{tj}(n)]$ $= [T_{tj0}(n), \dots, T_{tjL-1}(n)]^t$ $(L \times 1)$ (26)
$T(n) = [T_{tN-1}(n), T_{tN}(n), \dots,$ $T_{tL-2}(n), T_{tL-1}(n)]^t$ $(L-N+1 \times 1)$ (27)
$p_t(n) = T^t(n) \cdot T(n)$ (28)
$\mu = p_s(n)/p_t(n)$ (29)
$h_j(n+1) = h_j(n) + \mu \cdot U(n)$ (30)
$Z_A(n+1) = Z_A(n) - \mu \cdot T(n)$ (31)

## 4. シミュレーション

本章では、提案する付加雑音処理法の有効性を示すため、計算機シミュレーション結果を示す。

システム同定のための特性評価量として、以下の I R E R (Impulse Response Estimation Ratio) を定義する。

$$I R E R = 10 \cdot \log_{10} \left[ \frac{\| h^* - W_j \|}{\| h^* \|} \right]^2 [dB] \quad (32)$$

ただし、 $\|\cdot\|$ はベクトルノルムを表す。

また、参照信号  $z(k)$  に含まれる、未知システムの出力  $d(k)$  及び付加雑音  $v(k)$  の直流成分を除いた信号対雑音比 S N R (Signal to Noise Ratio) を式(33)に定義する。ただし、 $d(k)$ ,  $v(k)$  の直流成分を  $d_0$ ,  $v_0$  とする。

$$S N R = 10 \cdot \log_{10} \left[ \frac{E[(d(k) - d_0)^2]}{E[(v(k) - v_0)^2]} \right] \quad (33)$$

### 4. 1 直流信号の影響と提案法の効果

未知システムはタップ数 21 のローパスフィルタ、入力信号  $x(k)$  は定常有色信号、付加雑音  $v(k)$  は成人女性の音声とする。各信号は、サンプリング周波数 8 kHz であり、8 bit で量子化されている。両信号の直流成分は 100 とする。

さらに、ブロック ADF 及び FIR フィルタのタップ数  $N=21$ 、ブロック長  $L=128$ 、信号の総数 80000 点、 $S N R = 0 [dB]$ 、演算精度は単精度浮動小数点演算とした。

シミュレーション結果を図 3, 4 に示す。図 3 より BCGMのみの場合は、入力信号及び付加雑音に直流成分が存在する場合、正確なパラメータ推定が困難となり、また付加雑音が非定常（音声）であるため、各ブロックで付加雑音の影響を受け同定誤差が不安定であることが分かる。一方、付加雑音処理を行った図 4 は、BCGM を用いているにもかかわらず、パラメータ推定誤差曲線が安定に収束している。このように、本雑音処理により適応アルゴリズムに依存せず、かつ直流成分の影響が取り除かれたパラメータ推定が行われることが分かる。

### 4. 2 加算平均処理の効果

4. 1 のシミュレーションに対し、加算平均処理の効果を確かめるため、直流成分は零とし、入力信号  $x(k)$  を有色ノイズ、付加雑音  $v(k)$  を白色信号として、I R E R を求めた。他の条件は、4. 1 と同様である。結果を図 5、図 6 に示す。

図 5 より、BCGMのみの場合は、システム同定がほとんど行われていない。それに対し図 6 では、S N R が 0 [dB] であるにも関わらず、ブロック数が増すとともに I R E R が減少しており、加算平均による期待値の近似演算の効果が現れている。これにより加算平均処理の有効性が確かめられた。

## 5. まとめ

本報告では、ブロック適応フィルタの付加雑音による同定誤差増大を克服するため、新しい雑音処理法を適用した結果を報告した。筆者らが既に提案したブロック共役こう配法は、付加雑音の存在に対して収束後のパラメータ推定誤差特性が大きく変動するが、本処理法の適用により、極めて強い付加雑音存在下でも安定に収束することが示された。

今後の検討課題として、

[1] 音声入力に対するパラメータ推定誤差の改善、

[2] ノイズフロアのさらなる低減、等が挙げられる。

## 謝辞

本研究は、電気通信普及財團の援助のもとに行われた。ここに、謝意を表す。また、日頃から温かい御指導を頂く、長岡技術科学大学神林紀嘉博士、ならびに東京都立大学本間仁志博士に心から感謝する。

## 参考文献

- [1] 古川利博、久保田一、辻井重男：“高速なブロック適応アルゴリズムとその性能評価”，信学論（A），J72-A, 7, pp. 1069-1076 (1990-07)
- [2] 大石邦夫、久保田一、小野田真穂樹：“高速

- なシステム同定のためのブロック適応アルゴリズム”,信学論（A）,J71-A,11,  
pp.2018-2025(1988-11)
- [3] Shigenori KINJYO., Hiroshi OCHI, Seiki KYAN: "A Fast Convergence FIR Adaptive Filter Based on the Conjugate Gradient Method", Trans. IEICE, J74-E, No. 11, PP. 3534-3540(1991.11)
- [4] Akihiko Sugiyama, Wolfgang Niem: "A Fast Convergence Algorithm for Adaptive FIR Filters Based on Speech Characteristics", Fifth Digital Signal Processing Symposium Proceedings, (Nov 1990)
- [5] Soura Dasgupta, Charles E. Rohrs, Norbert R. Malik: "Noise Cancellation with Improved Residuals", IEEE Trans. on Signal Proces., SP-39, No. 12, pp. 2629 -2639(1991.12)
- [6] 古川利博, 久保田一, 柴田岩夫: “観測雑音を考慮したブロック直交射影アルゴリズムの特性改善に関する一考察”, 電学論（C）111-C, 1, pp. 8-16 (1991-01)
- [7] 金城繁徳, 尾知博, 幸地浩, 松谷隆志: “適応フィルタのための付加雑音処理について”, 信学技法, DSP91-85, pp. 49-54(1992-03)
- [8] 久保田 一：“適応アルゴリズム I ”, 信学誌, Vol 74, No. 5, pp. 482-487(1991.5)

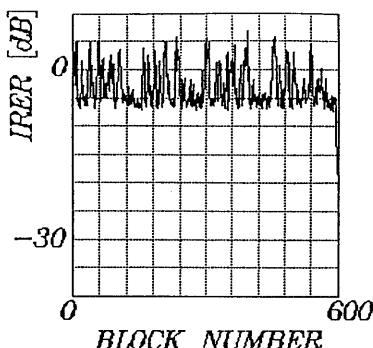


図3. B C G Mのみの場合の I R E R

図3, 図4 : 付加雑音, 音声, 直流あり

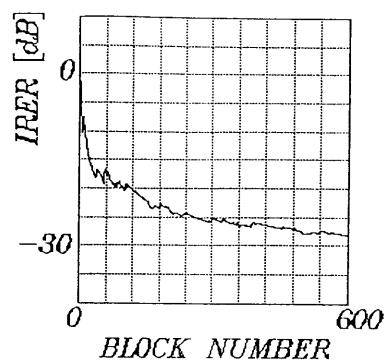


図4. 雜音処理を施した場合の I R E R

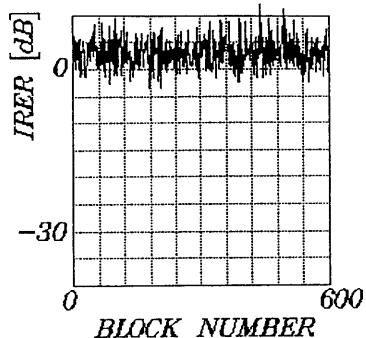


図5. B C G Mのみの場合の I R E R

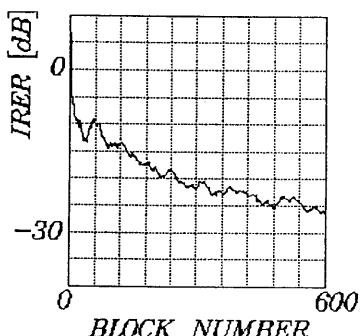


図6. 雜音処理を施した場合の I R E R

図5, 図6 : 付加雑音, 白色信号, 直流なし