

# 画像のサブバンド符号化 ( I I )

## - 任意のサンプリング格子を持つ2次元フィルタバンク -

Subband Coding of Images (II)

- 2-D Filter Bank with Arbitrary Sampling Lattices -

池原 雅章  
Masaaki IKEHARA

山下 明延  
Akinobu Yamashita

澤田 清史  
Kiyoshi SAWADA

黒田 英夫  
Hideo KURODA

慶應義塾大学  
Keio University

長崎大学  
Nagasaki University

### 1. まえがき

デジタル信号処理を用いたデータ圧縮技術の一つとしてサブバンド符号化が知られている。これは信号をいくつかの帯域に分割し、エネルギーの高い帯域には多くのビットを割り当て、エネルギーの低い帯域には少ないビットを割り当てるという方式である。当初サブバンド符号化は音声等の1次元信号に対して研究されたが、近年画像やビデオ信号等の2次元信号に適用されその有効性が示されている<sup>[1]-[3]</sup>。

1次元信号に対するサブバンド符号化では、信号を分割・合成するフィルタバンクと、分割された信号を符号、伝送、復号等の処理を行う部分に分けられる。入力信号はフィルタバンクの分割部分においていくつかの帯域に分割され、その帯域幅に応じてサンプリング周波数を低減させる、いわゆるデシメーション (DEC) 操作が行われる。ここで各帯域の性質に応じてビットが割り当てられ、それぞれ符号、伝送、復号等の処理が行われる。合成部分では、これらの各信号を再び元のサンプリング周波数に戻す、いわゆるインターポレーション (INT) 操作が行われ、全ての帯域信号を加算して元の入力信号が復元される<sup>[4]</sup>。

画像等の2次元信号の分割・合成を行うために2次元フィルタバンクが必要となる。1次元フィルタバンクと2次元フィルタバンクの基本的な違いは、サブバンドの形成方法にある。1次元信号においてサンプリング周波数を $1/M$ に低減させるためには、1次元信号列の $M$ 番目毎のサンプルを取り出せばよい。これに対して2次元信号では2つの空間変数が存在するため、サンプリング行列 $D$ が導入される。すなわち2次元信号のDECでは、ポイント $m = Dn$ で定義されるサブ格子上の信号を取り出すことになる。ここで $n$ は任意の整数ベクトルであり、 $|\det(D)|$ 個の中の1つのサンプ

ルを取り出すことに相当する。

フィルタバンクに要求される条件は、出力において入力信号が完全に復元されることである。しかし、この条件を満たすフィルタバンクを実現するのは困難であり、DECに伴うaliasing歪や振幅及び位相歪が生じる可能性がある。aliasing歪を除去するためには、分割部分のDECフィルタに応じて合成部分のINTフィルタを設計することにより、除去可能である。更に振幅、位相歪を除去できるフィルタバンクは特に完全再構成フィルタバンクと呼ばれ、1次元フィルタバンクにおいては多くの研究がなされている<sup>[5]-[7]</sup>。2次元完全再構成フィルタバンクについても近年多くの研究が行われているが、その多くは1次元フィルタバンク処理を縦・横方向に施したものであり、分割形状は長方形に限定されている<sup>[1]-[8]</sup>。

本論文では、任意のサンプリング行列を持つ完全再構成2次元フィルタバンクの構成法を提案する。この目的でいくつかの研究も行われているが、何れも2分割2次元フィルタバンクに限定しており<sup>[8]</sup>、任意の分割形状、及び任意の分割数をもつ2次元フィルタバンクの設計方法はいまだ示されていない。そこで本文では文献[9]の2次元Nth-bandフィルタをDEC・INTフィルタとして用いた任意のサンプリング行列を持つ完全再構成2次元フィルタバンクの設計法を示す。

分割フィルタとして、2次元Nth-bandフィルタを基本とし、これを2次元周波数平面でシフトしたフィルタバンクを構成する。この時分割部分はNth-bandフィルタのポリフェーズ構造と2次元離散フーリエ変換を組み合わせることで実現できることを示す。この時ポリフェーズ構造の1つのパスを遅延器で構成することにより、分割フィルタは近似的線形位相を有することになる。また合成部分については、完全再構成の条件を満たすために、エイリアシング行列 (AC行列) を計算し、

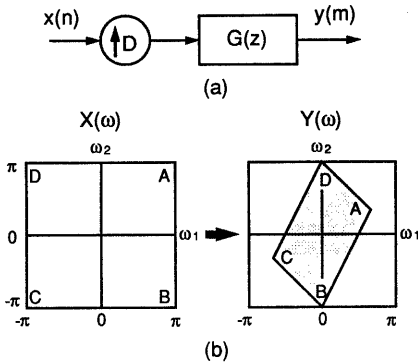


図1. 2次元インターポレーション

合成フィルタを設計する。この際、合成部分も分割部分と同様に、時間軸を逆にしたNth-bandフィルタのポリフェーズ構造と2次元離散逆フーリエ変換を組み合わせることで構成できることを示す。最後に、得られた完全再構成2次元フィルタバンクを用いて実際に画像の符号化を行い、本構成法の有効性を示した。

## 2. 2次元マルチレートシステム

本章では、2次元マルチレート信号処理の基本である2次元インターポレーション(補間: 2DINT)と2次元デシメーション(間引き: 2DDC)について概説する。なお文中の表記は、文献[9]と同様とし、例題は $D = ((2, -1)^T, (1, 1)^T)$ を用いている。

### 2.1 2次元インターポレーション

2次元インターポレーションについては、文献[9]で詳しく述べており、本節では概説するにとどめる。2次元INTは図1(a)に示すようにサンプリング行列Dによる2次元補間とimaging成分を除去するインターポレーションフィルタ $G(z)$ から構成される。この時、2次元INTにおける入出力信号は

$$y(m) = \begin{cases} x(D^{-1}m) & \text{if } D^{-1}m \in \Lambda \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

と表される。上式をz変換すると

$$Y(z) = \sum_{m \in \Lambda} y(m) z^{-m} = \sum_{m \in \Lambda} x(m) z^{-Dm} = X(z^D)$$

となり、その周波数特性は

$$Y(\omega) = X(D^T \omega) \quad (2)$$

となり、図1(b)に示すように入力信号の周波数平面が、平行四辺形の領域に変換される。これ以外の領域はINT処理によって生じるimaging成分であり、INTフ

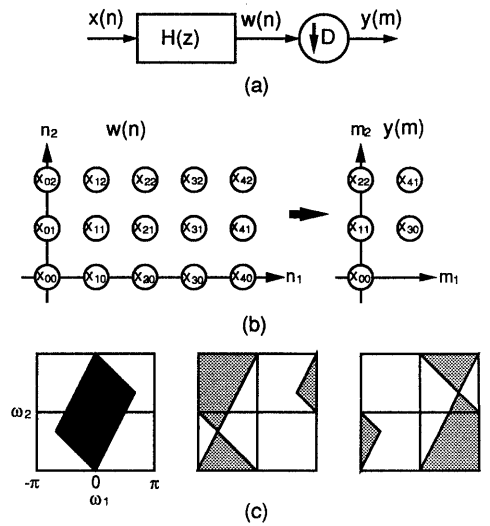


図2. 2次元デシメーション

ィルタ $G(z)$ により除去される。

### 2.2 2次元デシメーション

2次元DECは図2(a)に示すように、サンプリング周波数を低減させる2次元DECと、サンプリング周波数の低減によって生じるaliasing成分を除去するDECフィルタ $H(z)$ から構成される。この時、

$$w(n) = x(n) * h(k) \quad (3)$$

となり、 $w(n)$ をサンプリング行列DでDECした出力信号 $y(m)$ は

$$y(m) = w(Dm) \quad (4)$$

と表される。ここで\*は2次元畳み込みを表しており、 $y(m)$ と $w(n)$ の関係を図2(b)に示す。さらに入出力関係を得るために次式の数列 $w'(n)$ を定義する。

$$w'(n) = \begin{cases} w(n) & \text{if } n \in Dm \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

上式は更に次のように変換できる。

$$w'(n) = w(n) \left[ \frac{1}{D} \sum_{k_1=0}^{D-1} \exp(j2\pi k_1^T D^{-1}n) \right] \quad (6)$$

ここで、 $D = |\det(D)|$ であり、 $k_1$ は基本周期に含まれる整数ベクトルであり $k_0 = (0, 0)^T$ である。また出力信号は $y(m)$ は

$$y(m) = w'(Dm) = w(Dm) \quad (7)$$

と表される。そこで上式をz変換する。

$$\begin{aligned} Y(z) &= \sum_{m \in \Lambda} y(m) z^{-m} = \sum_{m \in \Lambda} w'(Dm) z^{-m} \\ &= \sum_{m \in \Lambda} w'(m) z^{-D^{-1}m} \end{aligned}$$

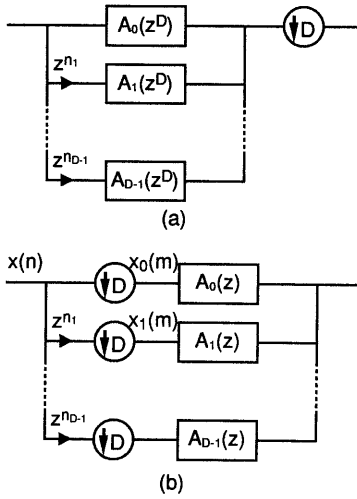


図3. ポリフェーズ構造

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{m \in \Lambda} W(m) \left[ \frac{1}{D} \sum_{l=0}^{D-1} \exp(j2\pi k_l^T D^{-1} m) \right] z^{-D^{-1}m} \\
 &= \frac{1}{D} \sum_{m \in \Lambda} W(\exp(j2\pi k_l^T D^{-1} m) z^{-D^{-1}m}) \quad (8)
 \end{aligned}$$

また  $W(z) = H(z)X(z)$  より、出力信号  $y(m)$  の周波数特性は

$$\begin{aligned}
 Y(\omega) &= \frac{1}{D} \sum_{l=0}^{D-1} H(D^{-T}\omega - 2\pi D^{-T}k_l) \\
 &\quad \cdot X(D^{-T}\omega - 2\pi D^{-T}k_l) \quad (9)
 \end{aligned}$$

と定義される。上式より、DEC出力信号  $y(m)$  の周波数特性は、 $l=0$  の基本帯域と、これが  $2\pi D^{-T}k_l$  変調された  $D-1$  個の高調波帯域の和で表される。このDECによる基本特性と高調波帯域の周波数特性を図2(c)に示す。そこでDECによってaliasingが生じないようにするために、DECフィルタ  $H(\omega)$  が必要であり、入力信号を帯域制限する必要がある。

### 2. 3 ポリフェーズ構造

DEC、INTを実現する有効な方法としてポリフェーズ構造がある。本文ではDEC、INTフィルタとして文献[9]で示した2次元Nth-bandフィルタを用いることにし、ポリフェーズ構造による実現を考える。2次元Nth-bandフィルタの伝達関数は

$$H(z) = \frac{1}{D} \sum_{l=0}^{D-1} z^{-l^T} A_l(z^D) \quad (10)$$

と与えられる。ここで  $D = \det(D)$  である。この伝達関数を図1(a)のDECフィルタとして用いると図3(a)の並列構造が得られる。ここで各並列パスは  $z^D$  の関数

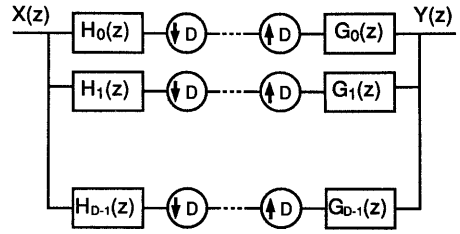


図4 2次元フィルタバンク

と与えられ、そのインパルスは  $\Lambda_0$  格子点上 ( $m = Dn$ ) のみ非零となるため、図3(b)に示すようにDECを入力側に移動させることが可能となる。ここで  $i$  番目の2次元全域通過回路の入力信号は

$$x_i(n) = x(Dn + n_i) \quad (11)$$

と表せる。この図3(b)の構造がポリフェーズ構造と呼ばれる<sup>[11]</sup>。ここで信号の流れを考えてみると、入力信号は各枝の遅延成分だけ遅延されて図2(b)に示すようにデシメーション処理され、更に並べ換えられる。この結果得られた2次元信号は  $\Lambda$  格子上に存在し、2次元全域通過回路  $A(z)$  により通常の畳み込み演算が行われる。最終的に各枝の出力を全て加算することによりDEC出力信号が得られる。従って各パスの入力信号は、元の入力信号の密度の  $1/D$  となり、かつ並列処理できるため演算量の大幅な低減が期待できる。なおINTについても同様にポリフェーズ構造での実現が可能となる。

### 3. 2次元フィルタバンク

2次元フィルタバンクは、近年注目されている画像のサブバンド符号化のための分割・合成フィルタとして用いられている。2次元フィルタバンクの構造を図4に示す。分割側では2次元平面を分割し、サンプリング行列  $D$  でデシメートする。ここで符号、伝送、復号等の処理を行った後、合成側では逆にサンプリング行列  $D$  でインターポレートしimaging成分を除去するために再びフィルタにかける。最後に全てのパスが加算され元の入力信号が復元される。本研究では、2次元平面を均一に分割し、各パスで同じサンプリング行列を用いることにする。

#### 3. 1 2次元フィルタバンクの完全再構成条件

本節では、符号・復元等の非線形処理は無視し、2次元フィルタバンクの完全再構成の条件を考える。

図4の2次元フィルタバンクの  $j$  番目の枝の入出力関係は式(2)、(9)より

$$Y_j(\omega) = \frac{1}{D} G_j(\omega) \left[ \sum_{i=0}^{D-1} H_j(\omega - 2\pi D^{-T} k_i) \cdot X(\omega - 2\pi D^{-T} k_i) \right] \quad (12)$$

と表される。このD本のパスを加算すると

$$Y(\omega) = \frac{1}{D} \sum_{j=0}^{D-1} Y_j(\omega) = \frac{1}{D} [G_0(\omega), G_1(\omega), \dots, G_{D-1}(\omega)] H_{Ac}(\omega) \quad (13)$$

$$H_{Ac}(\omega) = \begin{bmatrix} X(\omega - 2\pi D^{-T} k_0) \\ X(\omega - 2\pi D^{-T} k_1) \\ \vdots \\ X(\omega - 2\pi D^{-T} k_{D-1}) \end{bmatrix}$$

と表現される。ここで $H_{Ac}(\omega)$ の(j,1)要素は $H_j(\omega - 2\pi D^{-T} k_i)$ であり、この正方形行列はエイリアシング行列(aliasing-component)と呼ばれる。このフィルタバンクがaliasing成分を全て除去し、完全再構成のための条件( $Y(\omega)=X(\omega)$ )を満たすためには分割フィルタは次式と成らなければならない。

$$\begin{bmatrix} G_0(\omega) \\ G_1(\omega) \\ \vdots \\ G_{D-1}(\omega) \end{bmatrix} = D H_{Ac}^{-T}(\omega) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

### 3. 2 次元Nth-bandフィルタを用いた2次元フィルタバンクの構成

本研究では、DEC・INTフィルタを文献[9]の2次元Nth-bandフィルタで構成することとし、完全再構成可能な2次元フィルタバンクの構成問題を考える。そこで2次元Nth-bandフィルタの伝達関数は次式で与えられ、これを基本として分割フィルタを構成する。

$$H(z) = H_0(z) = \frac{1}{D} \sum_{i=0}^{D-1} z^{-i} A_i(z^D) \quad (15)$$

そこで、この $H_0(z)$ を基本とし、これを2次元周波数平面で $2\pi m_j^T D^{-1}$ だけシフトさせることにより分割フィルタ $H_j(z)$ を実現する。これは

$$z \rightarrow \exp(j 2\pi m_j^T D^{-1}) z$$

という変換に相当するから

$$H_j(z) = \sum_{i=0}^{D-1} \exp(j 2\pi m_j^T D^{-1} n_i) z^{-i} A_i(z^D) \quad (16)$$

と表される。上式においてexp項は2次元離散フーリエ変換に相当し、図4(b)のポリフェーズ構造から、2次元フィルタバンクの分割部分は図5(a)のように2次元Nth-bandフィルタのポリフェーズ構造と2次元離散フーリエ変換を組み合わせて実現できる。

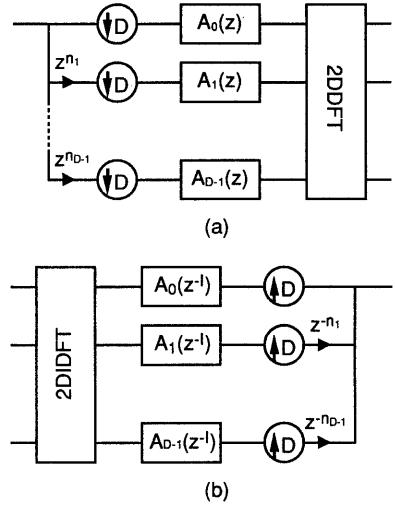


図5. 完全再構成2次元フィルタバンク

そこで完全再構成可能な2次元フィルタバンクのための合成部分について考える。式(13)のエイリアシング行列 $H_{Ac}(z)$ の(j,1)要素は、式(16)から

$$H_{Ac}(j,1) = \sum_{i=0}^{D-1} \exp(j 2\pi m_j^T D^{-1} n_i) z^{-i} A_i(z^D) \exp(j 2\pi k_i^T D^{-1} n_i) \quad (17)$$

となる。これを行列表現すると

$$H_{Ac}(z) = W_1 \cdot \text{diag}\{A_0(z^D), z^{-1} A_1(z^D), \dots, z^{-D-1} A_{D-1}(z^D)\} \cdot W_2 \quad (18)$$

と表される。ここで $W_1, W_2$ は2次元離散フーリエ変換行列を表しており、 $W_1(j,1) = \exp(j 2\pi m_j^T D^{-1} n_i)$ 、 $W_2(1,1) = \exp(j 2\pi k_i^T D^{-1} n_i)$ と表現される。そこでこのエイリアシング行列の逆行列は

$$H_{Ac}^{-1}(z) = W_2^{-1} \cdot \text{diag}\{A'_i(z)\} \cdot W_1^{-1} \quad (19)$$

と与えられる。ここで $A'_i(z)$ は

$$A'_i(z) = \frac{\prod_{j \neq i} z^{-j} A_j(z^D)}{\prod_{j=0}^{D-1} z^{-j} A_j(z^D)} = 1 / z^{-i} A_i(z^D) = z^{-i} A_i(z^{-D}) \quad (20)$$

と求められる。これより完全再構成2次元フィルタバンクの合成部分のINTフィルタは式(19)より

$$\begin{aligned} & [G_0(z), G_1(z), \dots, G_{D-1}(z)] \\ &= D [1, 0, \dots, 0] H_{Ac}^{-1}(z) \\ &= \frac{1}{D} [A_0(z^{-D}), z^{-1} A_1(z^{-D}), \dots, z^{-D-1} A_{D-1}(z^{-D})] W_1^{-1} \quad (21) \end{aligned}$$

と計算できる。ここで $W_1^{-1}(1,1) = \exp(-j 2\pi m_i^T D^{-1} n_i)$ であり、

$$G_j(z) = \sum_{i=0}^{D-1} \exp(-j 2\pi m_i^T D^{-1} n_i) z^{-i} A_i(z^D) \quad (22)$$

が得られる。従って、合成部分は分割部分と同様に図5 (b)に示すように2次元離散逆フーリエ変換とポリフェーズ構造を組み合わせて構成できる。但し、分割部分のポリフェーズフィルタが因果的であるとすると、合成部分のポリフェーズフィルタは非因果的フィルタとなることに注意されたい。しかし画像のような有限な数列からなる信号では非因果的処理も可能であることを付記する。

#### 4. 画像符号化シミュレーション

本章では、3. で得られた完全再構成2次元フィルタバンクを用いて、画像を符号化した。ここで2つのサンプリング行列

$$D_1 = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

を用いて符号化を行った。 $D_1$ は1次元フィルタバンクを縦横方向にかけたものと同一であり、2次元平面を $|\det(D_1)|=9$ 分割することになる。図6 (a)に基本となる2次元低域通過特性を、図7 (a)に分割形状を示す。 $D_2$ は2次元平面を菱形形状に分割するサンプリング行列であり、 $|\det(D_2)|=8$ 分割する。図6 (b)に基本となる2次元低域通過特性を、図7 (b)に分割形状を示す。図7 (a), (b)において斜線の低域部分は実信号であり、それ以外の帯域は複素信号となる。

##### 4. 1 符号化

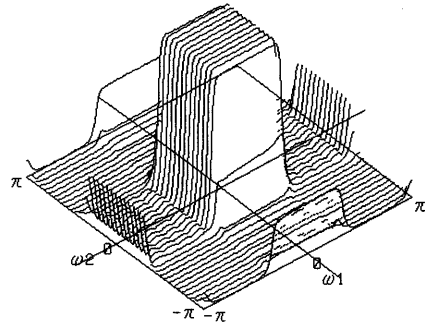
画像の重要な情報は低域部分に集中し、かつ低域部分における画素間の相関が強いことが知られている。一方そのほかの帯域における画素間の相関は弱く、またサブバンド間および低域以外の帯域の複素信号の実部と虚部間の相関も弱いことが知られている。そこで図7 (a), (b)における斜線部分の低周波帯域については、画素間の相関が強いことから2次元DPCM符号化を行う。2次元予測信号は次式で得ることとする。

$$x(n, m) = 0.5x(n-1, m) + 0.25x(n, m-1) + 0.25x(n-1, m-1)$$

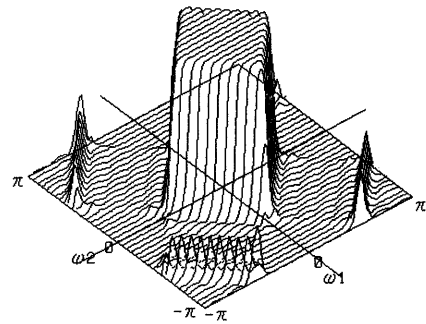
この得られた2次元予測信号と原信号の差分信号を非線形量子化しハフマン符号化を用いて伝送する。

これ以外の高周波帯域では、画素間の相関が弱いことから、PCM符号化することにし、これについても非線形量子化を行い、ハフマン符号化する。

なお、具体的な処理結果、数値データについては、発表当日行うことにする。



(a)  $D_1$



(b)  $D_2$

図6 2次元Nth-bandフィルタの振幅特性

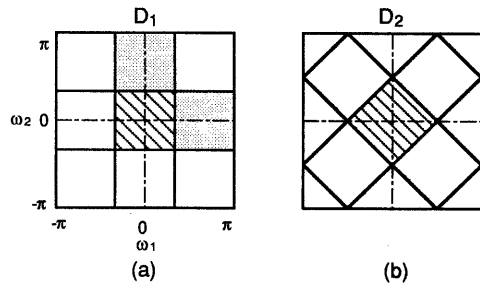


図7. 2次元フィルタバンクの分割形状

#### 5. まとめ

本論文では、2次元Nth-bandフィルタを用いた完全再構成2次元フィルタバンクの設計法を提案した。この2次元フィルタバンクは任意のサンプリング行列に対して完全再構成条件を満たし、ポリフェーズ構造と2次元離散フーリエ変換を組み合わせて容易に実現可能である。また、2次元Nth-bandフィルタの一つのパスを遅延器で構成することにより、分割・合成フィルタは近似的線形位相を有することになる。更にこの完全再構成2次元フィルタバンクを用いて画像の符号化

を行った。

本研究で得られた任意のサンプリング行列をもつ完全再構成2次元フィルタバンクは画像のサブバンド符号化のみならず、様々な2次元信号処理への応用が考えられる。今後は、本研究に基づいて、様々な応用を検討する予定である。

本研究は(財)實吉奨学会の助成のもとに行われた。ここに、謝意を表す。

#### 参考文献

- [1] Woods J. and O'Neil S.: "Subband coding of images", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-34, pp.1278-1288 (Oct.1986)
- [2] Gharavi H. and Tabatabai A.: "Sub-band coding of monochrome and color images", IEEE Trans. Circuit Syst., CAS-35, pp.207-214 (1988).
- [3] J. H. Husoy and T. A. Ramstad, "Application of an Efficient Parallel IIR Filter Bank to Image Subband Coding," Signal Processing Vol.20, pp. 279-292, (1990)
- [4] R. E. Crochiere and L. R. Rabiner, Multirate Digital Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ Prentice-Hall, 1983.
- [5] Smith M. and Branwell T.: "Exact reconstruction Techniques for tree-structured subband coders", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-34, pp. 434-441 (June 1986).
- [6] M. Vetterli, "A theory of multirate filter banks," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-35, pp. 356-372, (Mar. 1987).
- [7] Z. Doganata, P. P. Vaidyanathan, and T. Q. Nguyen, : "General synthesis procedures for FIR lossless transfer matrices for perfect-reconstruction multirate filter bank applications," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-36, (Sept. 1988)
- [8] E. Viscito and J. P. Allebach: "The Analysis and Design of Multidimensional FIR Perfect Reconstruction Filter Banks for Arbitrary Sampling Lattices.", IEEE Trans., Circuits Syst., vol. CAS-38, pp. 29-41, (Jan. 1991)
- [9] 池原雅章、磯部広幸、澤田清史、黒田英夫、"画像のサブバンド符号化(1) - 2次元Nth-bandフィルタの設計 -" 信学技法、回路とシステム研究会

- [10] D. E. Dudgeon and R. M. Mersereau, Multidimensional Digital Signal Processing, Englewood Cliffs, NJ Prentice-Hall, 1984
- [11] M. G. Bellanger, G. Bonnerot and M. Coudreux, "Digital Filtering by Polyphase Network; Application to Sample-Rate Alteration and Filter Banks," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-24, No. 2, pp.109-114, (April 1976).