

画像のサブバンド符号化 (I)

- 2次元Nth-bandフィルタの設計 -

Subband Coding of Images (I)
- Design of 2-D Nth-band Filters -

池原 雅章
Masaaki IKEHARA

磯部 広幸
Hiroyuki ISOBE

澤田 清史
Kiyoshi SAWADA

黒田 英夫
Hideo KURODA

慶應義塾大学
Keio University

長崎大学
Nagasaki University

1. まえがき

近年、実時間信号処理システムにおいて、演算量低減のためにサンプリング周波数を変化させるマルチレート信号処理が注目されている。サンプリング周波数を低減させる場合、aliasing成分を除去するためのデシメーション(Decimation)フィルタが、増加させる場合にはインターポレーション(Interpolation)フィルタが必要になる。このようなデシメーション、インターポレーションフィルタを有効に実現するものとしてNth-bandデジタルフィルタが知られている。周知のハーフバンドフィルタはこのNth-bandフィルタのN=2の場合に相当する^[1]。

1次元Nth-bandフィルタはN本のサブフィルタからなるポリフェーズ構造によって実現される。N本のサブフィルタは遅延器と z^N を変数とするIAP(Interpolated All-Pass Filter)の縦続接続で構成される。デシメーションフィルタとして用いられる場合、入力サンプリング周波数は出力側で $1/N$ に低減される。逆にインターポレーションフィルタとして用いられる場合にはN倍に増加される。この時各サブフィルタは入力サンプリング周波数の $1/N$ のサンプリング周波数で動作し、単位時間当たりの演算量を大幅に低減できるため実時間処理に適し、多くの信号処理システムで用いられている。またNth-bandフィルタの周波数特性は、デシメーションの場合にはaliasingが生じないように、インターポレーションの場合には、imaging成分を除去するために π/N で帯域制限されなければならない^{[2], [3]}。

1次元Nth-bandフィルタの応用として、DFT(離散フーリエ変換)と組み合わせたフィルタバンクの構成法が知られている^[5]。フィルタバンクは信号のサブバンド符号化のための、分割・合成フィルタであり、これを用いた画像のサブバンド符号化は最近のトピックの一つとして注目されている。Nth-bandフィルタを用いたフィルタバンクでは、近似的線形位相が得られ、aliasing成分が完全に除去され、かつ信号が完全に復

元されるといふ大きな利点を有している。しかし分割形状は1次元フィルタバンクを縦と横方向に施すために、長方形に限定される^{[4], [6]}。

本論文では、任意の分割数、形状を有する2次元フィルタバンクを構成し、画像のサブバンド符号化を行うことを目的とし、その基本となる2次元Nth-bandデジタルフィルタの設計法を提案する。先に筆者等はN=2の2次元ハーフバンドフィルタの設計法を示したが^[8]、本研究はこのハーフバンドフィルタを更に一般化したものである。2次元Nth-bandフィルタは1次元Nth-bandフィルタと同様にN本のサブフィルタの並列構造で実現される。N本のサブフィルタは遅延器と2D IAP(2D Interpolated All-Pass Filter)で構成される。2D IAPは2次元全域通過回路を2次元補間することにより得られる。2次元平面における補間は、縦、横成分が存在するために1次元の補間問題のように単純ではない。そこで補間操作を施すためにサンプリング行列が導入される。本研究では任意のサンプリング行列に対して、サブフィルタの数を決定し、帯域制限領域及び遅延器の条件を導出する。また線形位相を得るために一つのサブフィルタを遅延器で置き換え2次元Nth-bandフィルタを構成する。これらの条件から2次元Nth-bandフィルタの設計問題を考え、その性質を明らかにする。まず2章では1次元Nth-bandフィルタについて概説し、3章で前準備として2次元信号のサンプリングに関する一般理論にふれる。4章では3章の結果を用いて2次元Nth-bandフィルタの設計問題を扱い、5章で設計例を示す。なを本2次元Nth-bandフィルタを用いた画像のサブバンド符号化については文献[8]を参照されたい。

2. 1次元Nth-bandフィルタ

デシメーション・インターポレーションフィルタを実行するために最も効率のよい構造の1つが図1(a)に示されるポリフェーズ構造である。このNth-bandデジタルフィルタの伝達関数 $H(z)$ は次式で与えられる

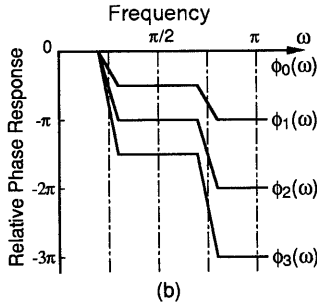
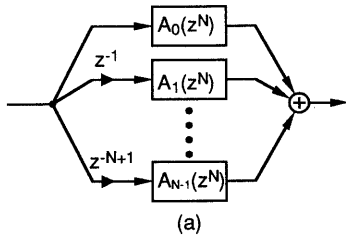


図1. 4th-bandデジタルフィルタ

(a)

$$H(z) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z^{-n} A_n(z^N) \quad (1)$$

各サブフィルタは z^N の多項式で表されるため、各サブフィルタの動作周波数は入力サンプル周波数の $1/N$ となり、高速の処理が可能となる。また N 本のサブフィルタ $A_n(z)$ は全域通過回路であり、

$$A_n(z^N) = Z^{-Nk} \frac{\sum_{k=0}^K a_{nk} z^{Nk}}{\sum_{k=0}^K a_{nk} z^{-Nk}} \quad (2)$$

と表される。この位相特性を $\theta_n(N\omega)$ とすると、 N th-bandフィルタの周波数特性は

$$H(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp\{j\phi_n(\omega)\} \\ = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp\{j(-n\omega + \theta_n(N\omega))\} \quad (3)$$

と表され、 $\phi_n(\omega)$ は各枝の位相特性を表している。この全域通過回路を構成要素とする N th-bandフィルタの性質を表す重要な特徴として

$$\sum_{r=0}^{N-1} |H(\omega + 2\pi r/N)|^2 = 1 \quad (4)$$

が成り立つ。すなわち N th-bandフィルタは π/N で帯域制限されることを示している。この特徴を位相の観点から考察することとし、 $\phi_0(\omega) = 1$ とすると、各サブフィルタの位相特性は図1(b)のようになり、

$$\phi_n(\omega) = -\frac{2\pi}{N} n \left[\frac{N\omega}{2\pi} + \frac{1}{2} \right] \quad (n=1, \dots, N-1) \quad (5)$$

と表される。ここで $[x]$ は x の最大整数である。更に、関数 $\phi_n(\omega)$ は2つの項の和に分解でき、次式となる。

$$\phi_n(\omega) = -n\omega + \frac{2\pi}{N} n \left(\frac{N\omega}{2\pi} - \left[\frac{N\omega}{2\pi} + \frac{1}{2} \right] \right) \quad (6)$$

上式において第1項は各枝の遅延成分であり、第2項が全域通過回路の位相に相当し、

$$\theta_n(\omega) = -n\omega/N \quad (7)$$

となる。各サブフィルタが上式を満たしていれば、帯域 $k [2\pi k/N - \omega_p, 2\pi k/N + \omega_p]$ において、各枝の位相特性 $\phi_n(\omega)$ は $\phi_0(\omega)$ に対して $2\pi kn/N$ の位相差を持つことになり

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp(2\pi nk/N) = \begin{cases} 1 & : k=0 \\ 0 & : k \neq 0 \end{cases} \quad (8)$$

が成り立つことから、図1(c)に示すように帯域0で通過域が、その他の帯域で阻止域が形成されることになる。ここで重要なことは、その伝達関数が式(1)のように表される N th-bandデジタルフィルタでは、通過域が形成されると必然的に阻止域が形成されると言うことであり、これは後述する2次元 N th-bandデジタルフィルタにもあてはまることである。つまり2次元 N th-bandフィルタを設計する際、通過域において各枝の位相が同位相になるように全域通過回路を近似するだけでフィルタが設計できることになる。

3. 2次元信号のサンプリング理論

2次元信号を処理する場合には、1次元の場合と比べて2つの変数が存在するため議論は更に複雑になる。そこで2次元 N th-bandデジタルフィルタの詳細な議論を始める前に、2次元平面における変数をあらかじめ定義し、2次元信号のサンプリング理論について概説する。以下、小文字、大文字の太文字はそれぞれ2次元縦ベクトル、2次元正方行列を表すものとする。

2次元平面におけるサンプリング格子 Λ を整数ベクトルとして $\mathbf{n} = (n_1, n_2)^T$ とおく。ここで n_1, n_2 は整数であり、 T は転置を表している。また2次元平面における z 変換を z とし、ベクトル $(z_1, z_2)^T$ と定義すると、 $z^{\mathbf{n}}$ は

$$z^{\mathbf{n}} = z_1^{n_1} z_2^{n_2} \quad (9)$$

と表される^[7]。また信号 $x(\mathbf{n})$ の z 変換は

$$X(z) = \sum_{\mathbf{n} \in \Lambda} x(\mathbf{n}) z^{-\mathbf{n}} \quad (10)$$

と表される。次に、サンプリング格子 Λ をサンプリング行列 D でサブサンプリング(補間)する。この時得られる新しいサンプリング格子 Λ_0 をベクトル \mathbf{m} とすると、 $\mathbf{m} = D\mathbf{n}$ と表される。例えばサンプリング行列 D が

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

である時、サンプリング格子 Λ と Λ_0 を図2(a), (b)に示す。図2(b)の斜線部分がサンプリング格子 Λ_0 の基本周期となる。このように2次元平面を補間する場合、サンプリング行列 D の与え方により、多様なサンプリング格子が考えられる。ここで $|\det(D)|$ はサンプリング行列に固有な値であり、サンプリング密度の逆数

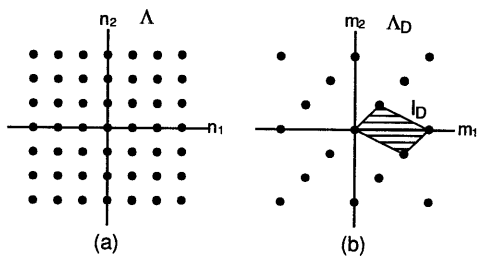


図2. サンプル格子 (a) Λ (b) Λ_D

を表している。また、サンプル格子 Λ_D をサンプル行列固有のある整数シフトベクトル k (斜線内の整数ベクトル) でシフトすることにより元のサンプル格子 Λ が構成される。このシフトベクトルの数は $D (= |\det(D)|) - 1$ となる。

さらに、サンプル行列 D でサンプルされた信号 $x(m)$ の離散フーリエ変換 (DFT) を考える。 $x(m)$ の基本周期を I_D 、周期行列を P とおく。ただし、 P は D とある m の間に $P = Dm$ なる関係を満たさなければならない。すると $x(m)$ の DFT は

$$X(\omega) = \sum_{n \in I_D} x(n) \exp[-j2\pi k^T P^{-1} m] \quad (12)$$

となる^[6]。ここで $n \in I_D$ は、 $x(m)$ の基本周期のサンプル点に対して和を取ることを表している。逆に $X(\omega)$ の基本周期を J_D とすると、IDFT は次式で表される。

$$x(m) = \frac{1}{|\det P|} \sum_{n \in J_D} X(\omega) \exp[j2\pi k^T P^{-1} m] \quad (13)$$

4. 2次元 Nth-band フィルタ

4.1 2次元 Interpolated All-Pass Filter (2D-IAP)

図3 (a) のサンプル格子 Λ 上の2次元数列 $x(n)$ と、これをサンプル行列 D で補間した図3 (b) のサンプル格子 Λ_D 上の数列 $y(m)$ の関係を考える。数列 $y(m)$ は数列 $x(n)$ を用いて

$$y(m) = \begin{cases} x(D^{-1}m) & \text{if } D^{-1}m \in \Lambda \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

と表される。この $x(n)$ と $y(m)$ の z 変換は、

$$Y(z) = X(z^D) \quad (15)$$

となる。ここで z^D は複素ベクトルであり、

$$D = \begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix} \quad (16)$$

とすると、

$$z^D = (z_1^A z_2^B, z_1^C z_2^D) \quad (17)$$

となる。次に2次元周波数平面における $A(z)$ と $A'(z^D)$ の関係は、

$$z = (e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})^T \quad (18)$$

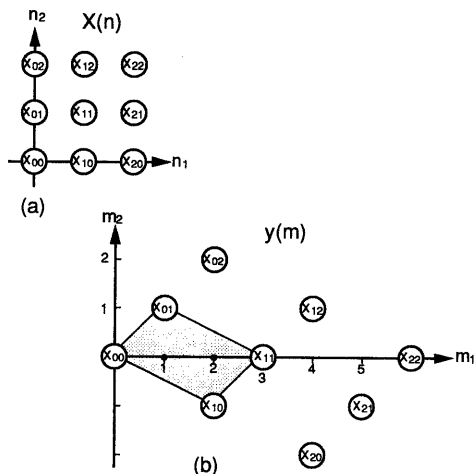


図3. 補間信号列

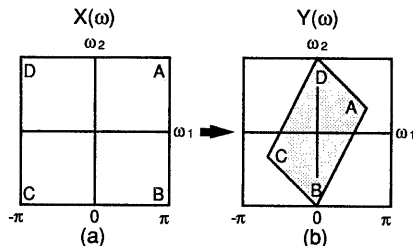


図4. サンプル行列 D による周波数変換

とすると、式(15)、(17)より

$$Y(\omega) = X(D^T \omega) \quad (19)$$

で表される。ここで $\omega = (\omega_1, \omega_2)^T$ である。図4 (a) (b) に式(11)のサンプル行列による $Y(\omega)$ と $X(\omega)$ の周波数領域を示す。 $X(\omega)$ の正方形領域 $ABCD$ が補間操作により、図4 (b) のような平行四辺形領域に写像されることになる。即ち2次元平面における補間操作は、1次元の場合と同様に、周波数帯域を $1/|\det(D)|$ に圧縮しかつ変形させることになる。

そこで2次元全域通過回路の補間問題を考える。2次元全域通過回路の伝達関数は次式で定義される。

$$A(z) = \frac{z_1^{-N} z_2^{-M} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M a_{nm} z_1^n z_2^m}{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M a_{nm} z_1^n z_2^m} \quad (20)$$

ここで $a_{00} = 1$ である。この全域通過回路を式(16)のサンプル行列 D で補間すると

$$\begin{aligned} A'(z) &= A(z^D) \\ &= z_1^{-(NA+MC)} z_2^{-(NB+MD)} \\ &\quad \frac{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M a_{nm} z_1^{(nA+mC)} z_2^{(nB+mD)}}{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M a_{nm} z_1^{-(nA+mC)} z_2^{-(nB+mD)}} \end{aligned} \quad (21)$$

が得られる。すなわち式(20)の全域通過回路において、

$N=M=2$ とすると、図3(a)の x_{i1} が式(20)の係数 a_{i1} に対応し、図3(b)が式(20)の係数配置を表していることになる。本研究では上式の補間された2次元全域通過関数(2D I A P)をポリフェーズ構造の構成要素とし2次元Nth-bandデジタルフィルタの設計問題を考える。

4. 2 2次元Nth-bandフィルタの構成

2次元Nth-bandフィルタも1次元の場合と同様に、2D I A Pと遅延器の並列接続で実現される。その伝達関数を $H(z)$ とすると

$$H(z) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} z^{-i} A_i(z^D) \quad (22)$$

と表される。ここで2次元Nth-bandフィルタが線形位相となるために1次元の場合と同様にサブフィルタ $A_0(z^D)$ を遅延器で置き換え

$$n_0 = (0, 0)^T \quad (23.a)$$

$$A_0(z^D) = z_1^{-(NA+MC)} z_2^{-(NB+MD)} \quad (23.b)$$

とする。ここで N はサブフィルタの数であり、2次元Nth-bandフィルタが2次元周波数平面を $1/N$ に帯域制限することを示している。また $|\det(D)|$ の逆数がサンプリング密度を表していることを考えれば、

$$N = |\det(D)| = D \quad (24)$$

となる。

次にそれぞれの2D I A Pに接続される遅延器の次数 n_i を求める。図3(b)の2次元補間格子は斜線で示した領域を基本周期とする周期的格子であると考えられる。つまりサンプリング行列 D の2つの縦ベクトル $(2^{-1})^T, (1)^T$ によってつくられる平行四辺形を基本周期とする周期信号である。そこでこの領域に含まれる整数格子上のベクトルを遅延成分 n_i とする。

更に2次元Nth-bandフィルタの帯域制限領域を定義する。図4(a)の2次元周波数平面がサンプリング行列 D により図4(b)のように帯域圧縮、変形されることからこの領域を2次元Nth-bandフィルタの通過帯域とし、この領域で各枝の位相が同位相となるように2D I A Pを設計すれば良い。

[例題]

例として式(11)のサンプリング行列を考える。この時 $N = |\det(D)| = 3$ となり、2次元3rd-bandフィルタを実現することになる。また遅延ベクトルは図3(b)より

$$n_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, n_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, n_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

となる。従ってこの3rd-bandフィルタの伝達関数は

$H(z) = \{A_0(z^D) + z_1 A_1(z^D) + z_1^2 A_2(z^D)\} / 3$ と表される。この $H(z)$ が図4(b)の領域で通過域となるように $A_1(z)$ 、 $A_2(z)$ を設計する。以下で2次元全域通過回路の近似方法を考える。

4. 3 近似方法

2次元Nth-bandデジタルフィルタを設計するには $(N-1)$ 個の2次元全域通過回路を設計しなければならない。基本的な設計原理は、図4(b)の領域で2次元Nth-bandフィルタが通過域を形成するように各2次元全域通過回路を設計することである。すなわち、この領域で各枝の位相が同位相となるように近似を行う。そこで遅延器で構成される第0番目の枝を基準にして、各枝の位相特性がこの基準位相と同位相になるように2次元全域通過回路を設計する。言い換えれば基準位相に対して各枝の位相との差が零になるようにして係数を順次求めていくことにする。

そこで2つの全域通過回路の位相を θ_1, θ_2 とすると、その複素誤差は

$$E = e^{j\theta_1} - e^{j\theta_2} \\ = e^{j(\theta_1+\theta_2)/2} \cdot 2j \sin\left(\frac{\theta_1-\theta_2}{2}\right) \quad (25)$$

となる。すなわち2つの位相を同位相にする問題は、2つの全域通過回路の複素誤差を零にする問題に帰着される。そこで2次元Nth-bandデジタルフィルタを設計するために、第0番目の遅延器と第 i 番目の全域通過回路の複素誤差が最小になるように各全域通過回路 $A_i(z^D)$ を設計する。

具体的に、 i 番目の枝において遅延器との複素誤差は

$$E_i(z) = A_0(z) - z_1^{-k} z_2^{-l} A_i(z) \\ = z_1^{-(NA+MC)} z_2^{-(NB+MD)} \\ \cdot \frac{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M a_{nm}^i z_1^{(NA+MC)} z_2^{(NB+MD)}}{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M a_{nm}^i z_1^{-(NA+MC)} z_2^{-(NB+MD)}} \\ = z_1^{-(NA+MC)} z_2^{-(NB+MD)} \cdot \frac{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M a_{nm}^i \{z_1^{k/2-NA-MC} z_2^{l/2-NB-MD} - z_1^{NA+MC-k/2} z_2^{NB+MD-l/2}\}}{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M a_{nm}^i z_1^{k/2-NA-MC} z_2^{l/2-NB-MD}} \quad (26)$$

となる。ここで k, l は i 番目の枝の遅延成分であり、 $n_i = (k, l)^T$ である。この複素誤差の振幅は、 $z_i = \exp(j\omega_i)$ ($i=1, 2$)とすると

$$|E_i(\omega)| = \frac{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M a_{nm}^i \sin\{(k/2-NA-MC)\omega_1 + (l/2-NB-MD)\omega_2\}}{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M a_{nm}^i \exp\{(k/2-NA-MC)\omega_1 + (l/2-NB-MD)\omega_2\}} \quad (27)$$

となり、上式が4.2節で示した通過帯域で零になるように近似する。つまり分子多項式が零となれば良く、誤差関数として、式(27)の分子多項式の通過域内における自乗和を考える。今、簡素化するためにフィルタの次数を $N=M$ とすると、

$$E_i' = \sum_{p=1}^N \sum_{q=2}^N \left(\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M a_{nm}^i f_{nm} \right)^2 \quad (28) \\ f_{nm} = \sin\{(k/2-NA-MC)\omega_1 + (l/2-NB-MD)\omega_2\}$$

となる。ここで p_1, p_2 は通過域におけるサンプルポイントである。この誤差関数が最小となるには、各係数の偏微分が零となれば良い。すなわち

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{st}}{\partial a_{st}} &= 2 \sum_{p_1, p_2} \sum_{n, m} f_{st} \left(\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N a_{nm} f_{nm} \right) \\ &= 2 \sum_{p_1, p_2} \sum_{n, m} \left\{ f_{st} \left(f_{00} + \sum_{\substack{n=0 \\ (n+m>0)}}^N \sum_{m=0}^N a_{nm} f_{nm} \right) \right\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

より

$$\sum_{p_1, p_2} \sum_{n, m} f_{st} \sum_{\substack{n=0 \\ (n+m>0)}}^N \sum_{m=0}^N a_{nm} f_{nm} = - \sum_{p_1, p_2} \sum_{n, m} f_{st} f_{00} \quad (29)$$

を計算すれば良いことになる。

これを全係数において解くことにより全係数が求められる。即ち、次のような連立一次方程式を解けば良い。(但し、 Σ は省略する。)

$$\begin{pmatrix} f_{01} f_{01} & f_{01} f_{02} & \cdots & f_{01} f_{NN} \\ f_{02} f_{01} & f_{02} f_{02} & & \\ \vdots & \vdots & & \\ f_{st} f_{01} & \cdots & \cdots & f_{st} f_{NN} \\ \vdots & & & \vdots \\ f_{NN} f_{01} & \cdots & \cdots & f_{NN} f_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{01} \\ a_{02} \\ \vdots \\ a_{st} \\ \vdots \\ a_{NN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{01} f_{00} \\ f_{02} f_{00} \\ \vdots \\ f_{st} f_{00} \\ \vdots \\ f_{NN} f_{00} \end{pmatrix} \quad (30)$$

これにより、2次元全域通過回路 $A_i(z)$ の係数が求まる。この連立一次方程式を全ての i ($i=1, 2, \dots, N-1$) において求めることにより、2次元 Nth-band フィルタが設計できる。

4. 4 2次元Nth-bandフィルタの性質

2次元Nth-bandフィルタにおいても1次元Nth-bandフィルタと同様な興味深い性質を有している。式(16)のサンプリング行列を持つ2次元Nth-band特性 $H(z)$ を2次元周波数平面上で $2\pi D^{-T} k_i$ ($i=1, \dots, N-1$) シフトさせる。例えば、式(11)のサンプリング行列の場合 $k_1=(1, 0)^T$ 、 $k_2=(2, 0)^T$ であり、 $2\pi D^{-T} k_1=2\pi(1/3, -1/3)$ 、 $2\pi D^{-T} k_2=2\pi(-1/3, 1/3)$ 成分シフトさせることになる。この変調された特性を図5に示す。このシフト操作は

$$\omega = \omega + 2\pi D^{-T} k_i \quad (31)$$

の周波数変換に相当する。この変換を式(28)の2次元Nth-bandフィルタの伝達関数に適用すると

$$\begin{aligned} H(\omega + 2\pi D^{-T} k_i) &= \sum_{n_1=0}^{N-1} \exp\{j(\omega + 2\pi D^{-T} k_i)^T n_1\} \cdot A_i(D^T(\omega + 2\pi D^{-T} k_i)) / N \\ &= \sum_{n_1=0}^{N-1} \exp\{j2\pi k_i^T D^{-1} n_1\} \cdot \frac{\exp(\omega^T n_1) A_i(D^T \omega)}{N} \quad (32) \end{aligned}$$

上式は、式(12)から数列 $\exp(\omega^T n_1) A_i(D^T \omega) / N$ の DFT であることがわかる。そこでこれらのシフトされた帯域をすべて加算し、Parsevalの定理を適用すると

$$\sum_{i=0}^{N-1} |H(\omega + 2\pi D^{-T} k_i)|^2 = \sum_{i=0}^{N-1} |\exp(\omega^T n_1) A_i(D^T \omega)|^2 \quad (33)$$

と表される。ここで上式の右辺は全域通過回路である

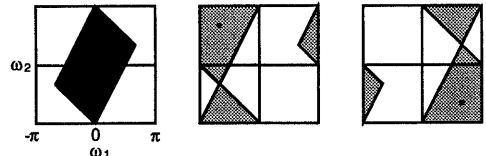


図5. 2次元Nth-bandフィルタの変調特性

ため

$$\sum_{i=0}^{N-1} |H(\omega + 2\pi D^{-T} k_i)|^2 = 1 \quad (34)$$

となる。すなわち1次元Nth-bandフィルタの場合と同様に、2次元Nth-bandフィルタの基本特性をシフトさせた帯域を全て加算すると1になる。

4. 設計例

前章までに記述した方法によって設計した2次元Nth-bandフィルタの例を示す。但し、全ての例において $N=M=3$ とし、前述した通過帯域を90%に縮小した領域を近似帯域とする。またサンプルポイントは、 ω_1, ω_2 軸方向ともに60等分する。

設計例として用いたサンプリング行列 D は、次の3つである。

$$D_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, D_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, D_3 = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$$

D_1, D_2 は一般的なサンプリング行列としての例である。それぞれ3rd-band, 5th-bandフィルタとなり、その周波数特性を図6、図7に示す。 D_3 は菱形の通過帯域特性を有し、50th-bandフィルタとなる。この場合49個の2次元全域通過回路を設計しなければならないが、近似帯域としては狭くなるため、設計時間はさほど問題ではない。この周波数特性を図8に示す。このように何れの例においても十分な特性が得られていることがわかる。

5. まとめ

本研究では任意のサンプリング行列を持つ2次元Nth-bandデジタルフィルタの設計法を提案した。

2次元Nth-bandデジタルフィルタはN本のサブフィルタから構成され、このサブフィルタは遅延器とサンプリング行列で補間された2次元全域通過回路からなる。この時、サンプリング行列と遅延器及びNの関係を導出し、近似帯域を定義した。また1本のサブフィルタを遅延器とすることにより、得られる2次元Nth-bandフィルタは近似的線形位相を有している。

近似方法は、遅延器で構成されるサブフィルタを基準位相とし、各サブフィルタが近似帯域内で同位相となるように近似を行った。但し、本文では計算の容易さから、誤差評価関数として重み無し2乗ノルムを用いたが、重みを付加し繰り返し計算をすることで、更

参考文献

- [1] R.E. Crochiere and L.R. Rabiner, Multirate Digital Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ Prentice-Hall, 1983.
- [2] M.G. Bellanger, G. Bonnerot and M. Coudreuse, "Digital Filtering by Polyphase Network; Application to Sample-Rate Alteration and Filter Banks," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-24, No. 2, pp. 109-114 (April 1976).
- [3] M. Renfors, T. Saramaki, "Recursive Nth-Band Digital Filters-Part I: Design and Properties" IEEE Trans. Circuits, Syst., vol. CAS-34, pp. 24-39, (Jan. 1987).
- [4] J.W. Woods and S.D.O'Neil, "Subband coding of images," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-34, pp. 1278-1288, (Oct. 1986)
- [5] J.H. Husoy and T.A. Ramstad, "Application of an Efficient Parallel IIR Filter Bank to Image Subband Coding," Signal Processing Vol. 20, pp. 279-292, (1990)
- [6] D.E. Dudgeon and R.M. Mersereau, Multidimensional Digital Signal Processing, Englewood Cliffs, NJ Prentice-Hall, 1984
- [7] E. Viscito and J.P. Allebach: "The Analysis and Design of Multidimensional FIR Perfect Reconstruction Filter Banks for Arbitrary Sampling Lattices," IEEE Trans., Circuits Syst., vol. CAS-38, pp. 29-41, (Jan. 1991)
- [8] 池原雅章、山下明延、澤田清史、黒田英夫、"画像のサブバンド符号化(II)-任意のサンプリング格子を持つ2次元フィルタバンク-" 信学技法、回路とシステム研究会
- [9] 池原雅章、磯部広幸、黒田英夫、"全域通過回路を用いた直線位相2次元ハーフバンドIIRフィルタの設計"、信学論(A)(採録決定)

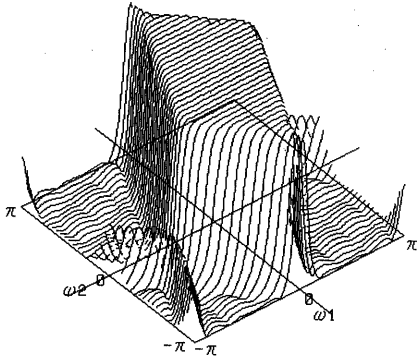


図6 2次元3rd-bandフィルタ

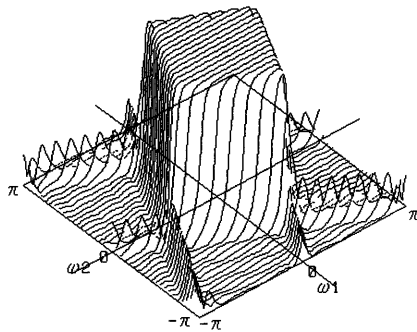


図7 2次元5th-bandフィルタ

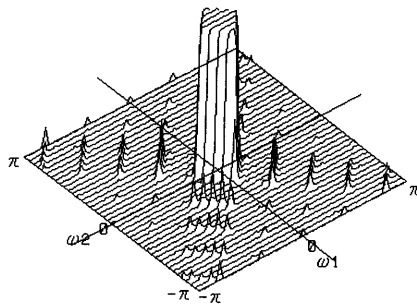


図8 2次元50th-bandフィルタ

に良好な特性が得られる。また2次元Nth-bandフィルタの性質を示し、完全再構成2次元フィルタバンクへの適用の可能性を示した。なお本2次元Nth-bandフィルタを用いた画像のサブバンド符号化については文献[8]に譲ることとする。

本研究は(財)實吉奨学会の助成のもとに行われた。ここに、謝意を表す。