

## オールパスフィルタを用いた画像ロシー・ロスレス符号化

大野 弘祐<sup>†</sup> 張 熙<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 電気通信大学情報通信工学専攻 〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘1-5-1

E-mail: †{ohno,xiz}@ice.uec.ac.jp

**あらまし** ウェーブレット変換を用いた画像圧縮において、より良い性能を得るためには、直交条件と直線位相条件が要求される。これらの条件を同時に満たす手法として、オールパスフィルタを用いた直交対称ウェーブレットフィルタが提案されている。このIIRウェーブレットフィルタを画像ロシー圧縮に適用すると、従来のFIRウェーブレットフィルタと比較して優れたロシー圧縮性能が得られる事が既に示された。本稿では、オールパスフィルタによる可逆ウェーブレット変換の実現法を提案する。提案した可逆構成では、IIRフィルタ処理の初期値をサイド情報として伝送する必要があるため、このサイド情報を効率的に伝送する方法も示す。そして、幾つかの自然画像を用いて提案法の画像ロスレス・ロシー圧縮性能の評価を行い、その結果、提案法は従来法と比較して、ロシー・ロスレス圧縮性能ともに同等以上の性能が得られることを示す。

**キーワード** オールパスフィルタ, 可逆ウェーブレット変換, ロスレス符号化, ロシー符号化, JPEG 2000

## Lossy to Lossless Image Coding Using Allpass Filters

Kosuke OHNO<sup>†</sup> and Xi ZHANG<sup>†</sup>

<sup>†</sup> The University of Electro-Communications 1-5-1 Chofugaoka, Chofu-Shi, Tokyo, 182-8585 JAPAN

E-mail: †{ohno,xiz}@ice.uec.ac.jp

**Abstract** To obtain a better coding performance in wavelet-based image compression, it is necessary for wavelet filter banks to satisfy the orthogonality condition and linear phase characteristic. To satisfy these conditions, a class of IIR wavelet filters have been proposed by using allpass filters, and then a better coding performance has been obtained for lossy image coding. In this paper, we propose an effective implementation of reversible wavelet transform by using allpass filters. This method needs to transfer the side information that is used to start IIR filtering. We give a technique transferring these data efficiently. The experimental results show that the proposed wavelet filters are better than the conventional wavelets in both lossless and lossy performance.

**Key words** allpass filter, reversible wavelet transform, lossy coding, lossless coding, JPEG 2000

### 1. まえがき

近年、パーソナルコンピュータ、デジタルカメラの普及をはじめとして、TV放送、映画がデジタル化されるなど急速にデジタル媒体に触れる機会が増えてきた。これまでに、ウェーブレットフィルタを用いた画像圧縮に関する研究が盛んに行われ [1]- [19], 圧縮性能の良さから既に JPEG 2000 や、MPEG-4 に採用されている。

ウェーブレットフィルタを画像圧縮に適用する場合、2チャンネル完全再構成フィルタバンクが重要な役割を果たしており、フィルタバンクを用いて高い圧縮性能を実現するにはサブバンド間の冗長性を取り除くための直交条件を満たすことが要求される。また、サブバンド分解では画素数を増やさずに処理を行うため一般に対称拡張法が用いられる。そのため分解フィルタ

と合成フィルタのそれぞれに完全直線位相が必要である。従来、完全直線位相を容易に実現できるという理由から、主に FIR フィルタが用いられてきた。一方、画像処理では非因果的な伝達関数を用いることにより、IIR フィルタで完全直線位相を実現できる。これまでに、2チャンネル完全再構成フィルタバンクにオールパスフィルタを用いて直交条件と完全直線位相特性を同時に満たし、ロシー符号化を実現する方法が提案されており、優れた画像ロシー圧縮性能が得られている [18]。

本稿では、まず画像ロスレス圧縮を実現するために、オールパスフィルタで構成される完全直線位相直交フィルタバンクに基づく可逆ウェーブレットの実現方法を提案する。可逆ウェーブレット変換を実現するためには、信号を整数で扱う必要があるため、フィルタバンクをリフティング構成によって拡張し、フィルタ処理に丸め操作を含めることで信号の整数化を行う。

この時、フィルタ処理の初期値をサイド情報として伝送する必要があるが、このサイド情報は効率的に圧縮することが出来る。提案した可逆ウェーブレット変換を用いることで、ロスレスとロシー画像符号化が同時に可能となる。JPEG 2000 [20] で可逆ウェーブレット変換として採用されている Daubechies 5/3 ウェーブレットと提案法のロスレス圧縮性能をさまざまな自然画像を用いて比較する。さらに、ロシー圧縮にも適用し、提案法と従来法のロシー圧縮性能を評価する。

## 2. オールパスフィルタを用いた直交対称ウェーブレット

本節では、オールパスフィルタを用いたウェーブレットフィルタについて述べる。

画像ウェーブレット符号化では、2チャンネル直交フィルタバンクが重要な役割を果たしている。圧縮性能を上げるために、サブバンド間の冗長性を除去する必要があり、以下の直交条件が要求される。

$$\begin{cases} H_0(z)H_0(z^{-1}) + H_0(-z)H_0(-z^{-1}) = 2 \\ H_1(z)H_1(z^{-1}) + H_1(-z)H_1(-z^{-1}) = 2 \\ H_0(z)H_1(z^{-1}) + H_0(-z)H_1(-z^{-1}) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $H_0(z)$  は低域通過フィルタ、 $H_1(z)$  は高域通過フィルタである。文献 [8], [17] より、オールパスフィルタ  $A(z)$  を用いることで、低域と高域通過フィルタを次式のように構成できる。

$$\begin{cases} H_0(z) = \frac{\sqrt{2}}{2} [A(z^2) + z^{-2K-1}A(z^{-2})] \\ H_1(z) = \frac{\sqrt{2}}{2} [A(z^2) - z^{-2K-1}A(z^{-2})] \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 $K$  は遅延器の次数であり、次数  $N$  のオールパスフィルタ  $A(z)$  は

$$A(z) = z^{-N} \frac{\sum_{n=0}^N a_n z^n}{\sum_{n=0}^N a_n z^{-n}} \quad (3)$$

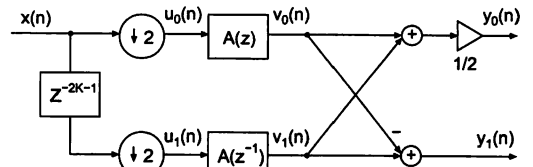
となる。ただし、 $a_n$  は実数係数であり、 $a_0 = 1$  とする。

オールパスフィルタ  $A(z)$  の周波数特性は、

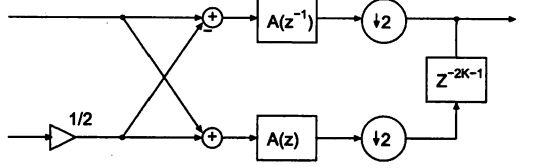
$$A(e^{j\omega}) = e^{-jN\omega} \frac{\sum_{n=0}^N a_n [\cos(n\omega) + j \sin(n\omega)]}{\sum_{n=0}^N a_n [\cos(n\omega) - j \sin(n\omega)]} \quad (4)$$

その位相特性は、

$$\theta(\omega) = -N\omega + 2 \tan^{-1} \frac{\sum_{n=0}^N a_n \sin(n\omega)}{\sum_{n=0}^N a_n \cos(n\omega)} \quad (5)$$



(a) 分解フィルタ



(b) 合成フィルタ

図1 ウェーブレットフィルタバンク

で表される。したがって、 $H_0(z)$ 、 $H_1(z)$  の周波数特性は、

$$\begin{cases} H_0(e^{j\omega}) = \sqrt{2} e^{-j(K+\frac{1}{2})\omega} \cos [\theta(2\omega) + (K + \frac{1}{2})\omega] \\ H_1(e^{j\omega}) = \sqrt{2} j e^{-j(K+\frac{1}{2})\omega} \sin [\theta(2\omega) + (K + \frac{1}{2})\omega] \end{cases} \quad (6)$$

となり、完全直線位相を満たしている。また、振幅特性は、

$$|H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_1(e^{j\omega})|^2 = 2 \quad (7)$$

が成立し、直交条件を満たすことがわかる。このフィルタバンクの設計法は既に文献 [12] で提案されている。本研究では、文献 [12] の設計法を利用して、フィルタ係数を求めている。

## 3. 非可逆ウェーブレット変換の実現

本節では、文献 [18] で示されているオールパスフィルタを用いた非可逆ウェーブレット変換の実現方法について説明する。

前節で示した低域と高域通過フィルタをそのまま利用すると低域と高域フィルタの通過域ゲインはともに  $\sqrt{2}$  となる。低域側で繰り返しウェーブレット分解を行うと低域側のゲインが増幅してしまうため、図1のように低域通過フィルタの通過域ゲインが1となるようなウェーブレットフィルタを構成する。

### 3.1 サブバンドの処理過程

入力信号  $x(n)$  の長さを  $L_S$  とし、対称拡張法により拡張した信号を  $\tilde{x}(n)$  とする。このとき、 $\tilde{x}(n)$  は、周期  $2L_S$  の周期信号である。また、 $\tilde{x}(n)$  の  $z$  変換を  $\tilde{X}(z)$  とする。以下、小文字は時間信号、大文字はその  $z$  変換として表し、上付チルダは周期信号を意味する。次に、 $L_S = 8$ 、遅延器の次数  $K = 0$  の場合を例にして、図2を用いてサブバンド分解過程について説明する。

まず、 $\tilde{x}(n)$  をダウンサンプリングし、周期  $L_S$  を持つ周期信号  $\tilde{u}_0(n)$  と  $\tilde{u}_1(n)$  を得る。 $\tilde{u}_0(n)$  と  $\tilde{u}_1(n)$  は  $x(n)$  の偶数番目と奇数番目を並び替えるだけで得られるため、

$$\tilde{u}_0(n) = \tilde{u}_1(L_S - 1 - n) \quad (8)$$

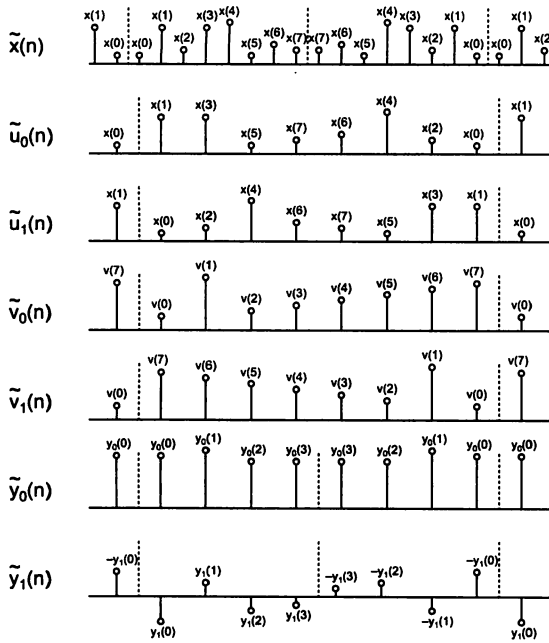


図2 サブバンド分解過程

すなわち、

$$\tilde{U}_0(z) = z^{-L_S+1} \tilde{U}_1(z^{-1}) \quad (9)$$

の対称関係がある。また、 $K \neq 0$  の場合、 $K$  が偶数なら信号の偶数番目を、 $K$  が奇数なら奇数番目を間引く。このとき、対称の中心は異なるが、同様な対称関係が成立する。一般には、 $\tilde{u}_0(n)$  と  $\tilde{u}_1(n)$  をそれぞれ  $A(z)$  と  $A(z^{-1})$  に通して  $\tilde{v}_0(n)$  と  $\tilde{v}_1(n)$  が得られるから、

$$\begin{cases} \tilde{V}_0(z) = A(z) \tilde{U}_0(z) \\ \tilde{V}_1(z) = A(z^{-1}) \tilde{U}_1(z) \end{cases} \quad (10)$$

となる。したがって、式(9)から、

$$\tilde{V}_0(z) = z^{-L_S+1} \tilde{V}_1(z^{-1}) \quad (11)$$

という関係が成立し、

$$\tilde{v}_0(n) = \tilde{v}_1(L_S - 1 - n) \quad (12)$$

となる。サブバンド信号  $\tilde{y}_0(n)$  と  $\tilde{y}_1(n)$  は、

$$\begin{cases} \tilde{y}_0(n) = \frac{1}{2} (\tilde{v}_0(n) + \tilde{v}_1(n)) = \frac{1}{2} (\tilde{v}_0(n) + \tilde{v}_0(L_S - 1 - n)) \\ \tilde{y}_1(n) = -\tilde{v}_0(n) + \tilde{v}_1(n) = -\tilde{v}_0(n) + \tilde{v}_0(L_S - 1 - n) \end{cases} \quad (13)$$

より求められ、 $\tilde{v}_0(n)$  のみに依存するため、 $\tilde{u}_0(n)$  を  $A(z)$  に通して、 $\tilde{v}_0(n)$  を求めるだけで良いことがわかる。合成側では、同様に、これと逆の順序で処理すれば良い。

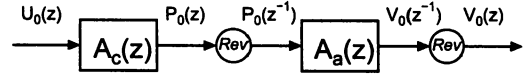


図3 オールパスフィルタの縦続接続構成

### 3.2 フィルタ処理と初期値計算

一般に、極が単位円内外の両方に存在する場合、オールパスフィルタ  $A(z)$  は不安定となる。そこで、次式のように単位円内の極から構成される因果的な  $A_c(z)$  と、単位円外の極から構成される非因果的な  $A_a(z)$  に分解して処理を行う。

$$A(z) = A_c(z) A_a(z) \quad (14)$$

図3のように、不安定な  $A_a(z)$  は、入力信号を反転させてから安定な  $A_a(z^{-1})$  を通して処理を行い、出力信号を再度反転させることにより処理を行う事が出来る。

対称拡張法により拡張された入力信号は無限長の信号である。また、 $A(z)$  は IIR フィルタであるため、フィルタリングの際に初期値の計算が必要となる[18]。 $N_1$  次のオールパスフィルタの入力信号  $x(n)$  と出力信号  $y(n)$  の関係は、

$$y(n) = x(n - N_1) + \sum_{i=1}^{N_1} \alpha_i [x(n + i - N_1) - y(n - i)] \quad (n = 0, 1, \dots, L_s - 1) \quad (15)$$

となる。ここで、 $L_s$  は対称拡張法を用いる前の入力信号の長さである。よって、 $y(0)$  は次式で得られる。

$$y(0) = x(-N_1) + \sum_{i=1}^{N_1} \alpha_i [x(i - N_1) - y(-i)] \quad (16)$$

ここで、 $y(-1), \dots, y(-N_1)$  は未知数であり、初期値として計算する必要がある。必要な初期値は次のように計算できる。

$$\begin{aligned} y(-L) &= a_{N_1} x(-L) \\ y(-L+1) &= a_{N_1} x(-L+1) + a_{N_1-1} x(-L) - a_1 y(-L) \\ &\vdots \\ y(-1) &= x(-N_1 - 1) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{N_1} \alpha_i [x(i - N_1 - 1) - y(-i - 1)] \end{aligned} \quad (17)$$

つまり、 $n = -L$  以前の入力信号を打切ることである。ここで、 $L$  は理論的には無限大であるが、実際的には  $L = 20$  程度で誤差が十分小さくなる事が実験結果からわかる。

## 4. 可逆ウェーブレット変換の実現

この節では、ロスレス符号化のために、前節で示したオールパスフィルタによるウェーブレットフィルタバンクの可逆構成を示す。

### 4.1 可逆構成

入力画像は一般に整数信号であるが、図1に示されたフィルタバンク構成の中には、乗算係数が  $1/2$  の乗算器が含まれ、また、オールパスフィルタの係数が実数である事により出力信号

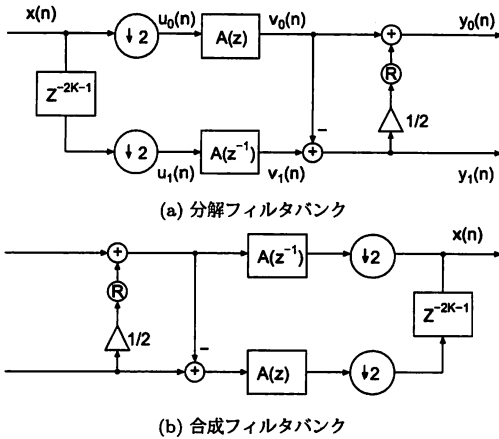


図4 ウェーブレットフィルタバンクの可逆構成

が実数となる。よって、ロスレス符号化には適用できない。

そこで、まずオールパスフィルタ処理に丸め操作を加えることで、信号の整数化を行う。式(15)のフィルタ処理に丸め操作を加えると、整数値の出力信号  $y(n)$  が次式で得られる。

$$y(n) = x(n - N_1) + \left\lfloor \sum_{i=1}^{N_1} a_i [x(n+i - N_1) - y(n-i)] + 0.5 \right\rfloor$$

$$(n = 0, 1, \dots, L_s - 1) \quad (18)$$

ここで、非可逆ウェーブレットと同様の方法で初期値を計算する。また、 $x(n)$  は次式で復元する事が出来る。

$$x(n - N_1) = y(n) - \left\lfloor \sum_{i=1}^{N_1} a_i [x(n+i - N_1) - y(n-i)] + 0.5 \right\rfloor$$

$$(n = L_s - 1, L_s - 2, \dots, N_1) \quad (19)$$

しかし、合成側で初期値  $x(L_s - 1), \dots, x(L_s - N_1)$  は未知数であり、分解側と同様な初期値計算を用いると、丸め操作による誤差が生じ正確に信号が復元できない。そこで、あらかじめこれらの値をサイド情報として合成側に渡す事でこの問題を解決する。

次に、フィルタバンクにリフティング構成を導入する。式(13)より分解側の出力信号  $\tilde{y}_0(n), \tilde{y}_1(n)$  は、

$$\tilde{y}_1(n) = v_1(n) - v_0(n) \quad (20)$$

$$\tilde{y}_0(n) = \frac{1}{2}(v_0(n) + v_1(n)) = v_0(n) + \frac{\tilde{y}_1(n)}{2} \quad (21)$$

である。ただし、 $1/2$ の乗算器があるため、 $\tilde{y}_0(n)$  は実数となる。そこで、式(21)に丸め操作を加えて整数化を行う。

$$\tilde{y}_0(n) = v_0(n) + \left\lfloor \frac{\tilde{y}_1(n)}{2} \right\rfloor \quad (22)$$

合成側も同様に乗算器の後で丸め操作を行うことにより信号を整数で扱うことが可能となる。また、これはリフティング構成であるから完全再構成が保証される。

以上より、図1のフィルタバンクを図4の構成に変形する事で可逆ウェーブレットを実現する。

表1 サイド情報による bpp の増加  
(512×512 画像の場合)

フィルタ次数	1	2	3
原情報	0.06921	0.13843	0.20764
差分未圧縮	0.01538	0.03076	0.04614
RLE	0.00478	0.00741	0.02511
Range Coder	0.00356	0.00554	0.01871
エントロピー	0.00330	0.00523	0.01837

#### 4.2 サイド情報量の低減

上述のとおり、可逆構成において、ロスレス符号化を行うにはサイド情報の伝送が必要となる。

8bit グレースケール画像では、初期値データは-256~254の値をとるため1個あたり9bitが必要となる。また、サイド情報として必要なデータ数  $D_s$  は、オールパスフィルタ  $A(z)$  の次数  $N$ 、符号化の対象となる画像の縦横の画素数  $L_y, L_x$ 、画像のウェーブレット分解レベル  $M$  により、次式で表せる。

$$D_s = 2N(L_x + L_y) \left(1 - \frac{1}{2^M}\right) \quad (23)$$

例えば、512×512 画像を分解レベル  $M = 6$  で分解する場合、2016N 個の初期値が必要となるため、サイド情報の量は無視できず、データ量の増加は圧縮性能を低下させる原因となるのは明白である。

そこで、復号時の初期値計算を符号化の段階で一度行い、本来必要となる初期値との差分値をとりサイド情報として伝送する。復号するときと同様な初期値計算を行い、伝送されてきた差分情報との和を取ることによって本来必要な初期値を取り出すことが可能となる。

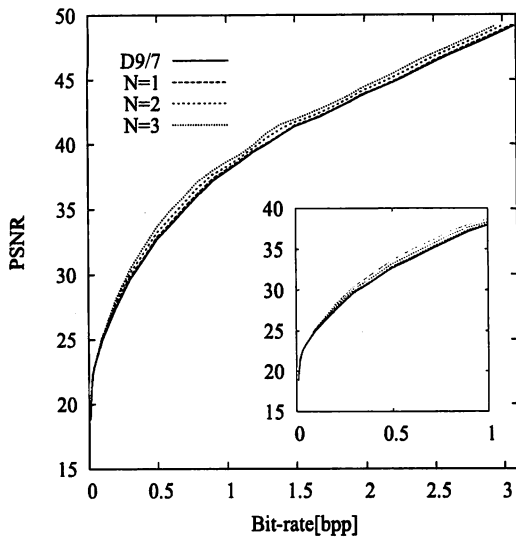
可逆構成における入出力は整数値であり、量子化誤差が発生しないため、初期値計算の誤差は丸め操作にのみ依存する。実際の値との差は高々±1 となることは実験的に確かめられる。差分値の大部分が0 となることから、この差分値列に対しさらにデータ圧縮を行い冗長性を取り除く。

8bit の512×512 グレースケール画像10枚を用いて6レベルの分解を行う場合を例として、サイド情報をそのまま記録した場合と差分を取り圧縮した場合のbppの増加を表1にまとめる。参考までにエントロピーの値も掲載している。圧縮には実装が容易なランレングス符号化(RLE)と、算術符号と同系統で比較的高速演算が可能であるRange Coder[21]によりデータ圧縮を行っている。ランレングス符号化でも十分にデータ量が減少していることが判るが、画像圧縮時にはもっとも性能の良いRange Coderにより圧縮されたサイド情報を画像データに付加して利用することとする。

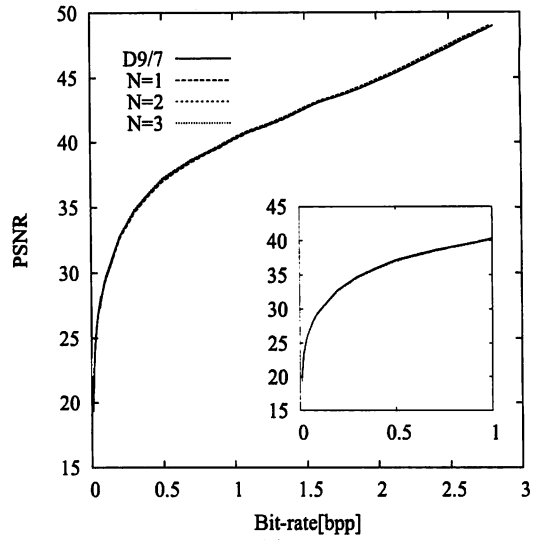
#### 5. 画像圧縮性能の調査

本節では提案したウェーブレットフィルタのロスレス、ロシー圧縮性能を調査した結果をまとめる。

提案フィルタは各々、( $N = 1, K = 1$ ), ( $N = 2, K = 3$ ), ( $N = 3, K = 1$ )である。各フィルタの係数を表2にまとめる。3次のフィルタのみ非因果的部分を持つためフィルタを分解

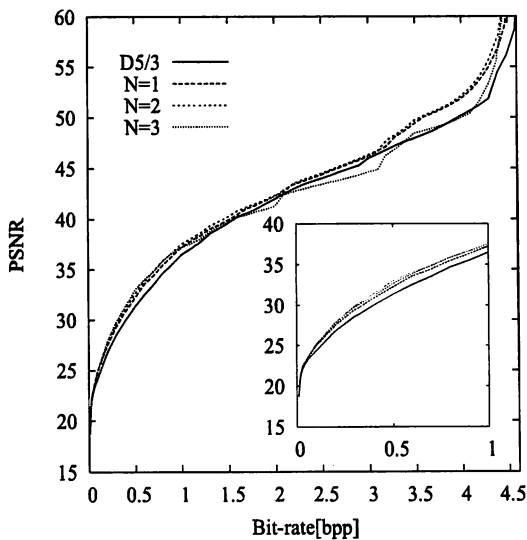


(a) Barbara

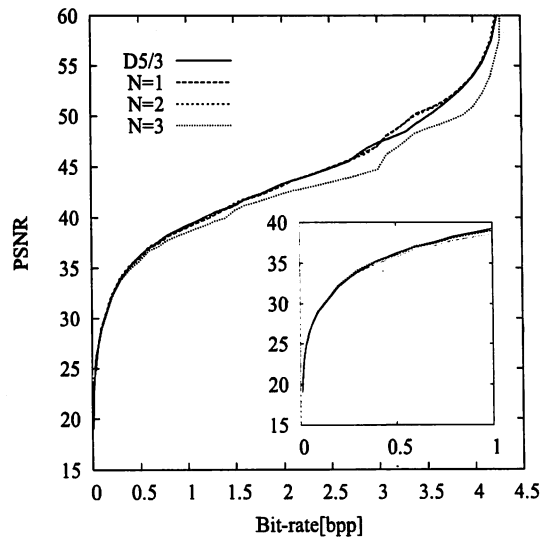


(b) Lena

図5 非可逆ウェーブレットによる画像圧縮性能の比較



(a) Barbara



(b) Lena

図6 可逆ウェーブレットによる画像圧縮性能の比較

表2 使用するフィルタの係数

フィルタ次数	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$N = 1$	0.16402		
$N = 2$	0.18182	-0.01818	
$N = 3$	0.82208	0.16827	0.00350

して処理を行う。

提案フィルタを JPEG 2000 に適用して、Daubechies 9/7, Daubechies 5/3 ウェーブレットフィルタ (以降、従来法と呼ぶ) と比較した。使用したテスト画像は 8bpp, 512 × 512 のよく利

用されるグレースケール標準画像であり、ウェーブレット分解レベルは 6 とした。

### 5.1 可逆ウェーブレットによるロスレス圧縮性能

まず、提案した可逆ウェーブレットフィルタを JPEG 2000 に適用し、画像ロスレス圧縮性能を調査した。評価は Barbara, Lena など 10 種類の標準画像を圧縮して生成された画像のビットレートで行った。その実験結果を表 3 に示す。太字の値は各画像に対して最も良い性能を示したものである。オールパスフィルタの各次数  $N$  を比較すると、Barbara は  $N = 3$ 、それ以外の画像では  $N = 2$  のとき最も良い性能を示した。

表 3 JPEG 2000 によるロスレス圧縮性能 [bpp]

画像	オールパスフィルタの次数			D5/3
	1	2	3	
barbara	4.589	4.536	<b>4.527</b>	4.694
boat	4.440	<b>4.427</b>	4.482	4.438
crowd	4.255	<b>4.220</b>	4.336	4.234
goldhill	4.895	4.887	4.917	<b>4.871</b>
lena	4.351	<b>4.334</b>	4.378	4.348
man	4.748	4.733	4.785	<b>4.730</b>
mandrill	6.143	<b>6.135</b>	6.139	6.149
peppers	4.663	4.656	4.706	<b>4.653</b>
woman	3.368	3.352	3.471	<b>3.345</b>
zelda	3.995	<b>3.971</b>	4.012	4.019
average	4.545	<b>4.525</b>	4.575	4.548

文 献

10 種類の画像に対するビットレートの平均を見ると、 $N = 2$  が最も良いロスレス圧縮性能が得られることが分かる。

また、JPEG 2000 の可逆フィルタとして採用されている Daubechies 5/3 ウェーブレットフィルタと比較すると、6 種類の画像で提案法が上回り、平均をみても提案法がわずかに良い性能を示していることがわかる。

5.2 非可逆ウェーブレットによるロシー圧縮性能

非可逆ウェーブレットフィルタ ( $N = 1, 2, 3$ ) と JPEG 2000 の標準非可逆フィルタである Daubechies 9/7 ウェーブレットフィルタのロシー符号化の性能に関して PSNR(Peak Signal-to-Noise Ratio) による比較を行った。Barbara と Lena の 2 種の評価画像の結果を図 5 に示す。画像 Barbara ではすべての次数で従来法を上回り、次数が上がるほどその性能も良くなっていくのがわかる。画像 Lena の場合、 $N = 1$  の時はわずかに従来法に劣るが、 $N = 2, 3$  では同等以上の性能となった。

5.3 可逆ウェーブレットによるロシー圧縮

次に、可逆ウェーブレット ( $N=1,2,3$ ) と JPEG 2000 標準可逆フィルタである Daubechies 5/3 ウェーブレットのロシー符号化性能を前小節と同様に画像 Barbara と Lena を用いて PSNR で各々評価した。その実験結果を図 6 に示す。 $N = 1, 2$  の場合、Barbara では従来法より良い性能、Lena で同程度の性能を示した。しかし、 $N = 3$  のフィルタは非可逆変換とは違い良い性能が得られていない。これは、 $N = 3$  のフィルタが非因果的で、可逆変換で行う丸め操作の回数  $N = 3$  では 1 回多いため、その丸め誤差の影響と考えられる。

6. ま と め

本稿では、直交条件と完全直線位相を同時に満たす手法として、まずオールパスフィルタで構成される非可逆ウェーブレット変換の実現法について述べ、これを用いた可逆ウェーブレット変換の実現法を提案した。提案したウェーブレットフィルタを JPEG 2000 に適用し、画像の圧縮性能を評価した結果、従来の Daubechies 5/3 ウェーブレットフィルタと比べて、ロシー・ロスレス共に同等以上の圧縮性能が得られることを示した。

- [1] I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*, SIAM, Philadelphia, 1992.
- [2] M. Vetterli and J. Kovacevic, *Wavelets and Subband Coding*, Prentice Hall PRT, New Jersey, 1995.
- [3] A. N. Akansu and M. J. T. Smith, *Subband and Wavelet Transforms: Design and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1996.
- [4] G. Strang and T. Nguyen, *Wavelets and Filter Banks*, Wellesley Cambridge Press, Wellesley, 1996.
- [5] D. S. Taubman and M. W. Marcellin, *JPEG2000: Image Compression Fundamentals, Standards and Practice*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2002.
- [6] M. J. T. Smith and S. L. Eddins, "Analysis/ synthesis techniques for subband image coding", *IEEE Trans. ASSP*, Vol.38, No.8, pp.1446-1456, Aug. 1990.
- [7] M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu and I. Daubechies, "Image coding using wavelet transform", *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.1, No.2, pp.205-220, 1992-04.
- [8] C. Herley and M. Vetterli, "Wavelets and recursive filter banks", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol.41, No.8, pp.2536-2556, 1993-08.
- [9] S. M. Phoong, C. W. Kim, P. P. Vaidyanathan and R. Ansari, "A new class of two-channel biorthogonal filter banks and wavelet bases," *IEEE Trans. Signal Process*, vol.43, no.3, pp.649-665, March 1995.
- [10] A. Said and W. A. Pearlman, "An image multiresolution representation for lossless and lossy compression", *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.5, No.9, pp.1303-1310, 1996-09.
- [11] C. D. Creusere, and S. K. Mitra, "Image coding using wavelets based on perfect reconstruction IIR filter banks," *IEEE Trans. Circuits & Systems for Video Technology*, vol.6, no.5, pp.447-458, Oct. 1996.
- [12] W. Sweldens, "The lifting scheme: A custom-design construction of biorthogonal wavelets", *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, Vol.3, No.2, pp.186-200, 1996.
- [13] W. Sweldens, "The lifting scheme: A construction of second generation wavelets", *SIAM J.Math. Anal.*, Vol.29, No.2, pp.511-546, 1997.
- [14] I. Daubechies and W. Sweldens, "Factoring wavelet transforms into lifting steps," *J.Fourier Anal. Appl.*, vol.4, pp.247-269, 1998.
- [15] A.R. Calderbank, I. Daubechies, W. Sweldens and B. L. Yeo, "Wavelet transforms that map integers to integers", *Appl.Comput. Harmon. Anal.*, Vol.5, No.3, pp.332-369, 1998.
- [16] M. D. Adams and F. Kossentini, "Reversible integer-tointeger wavelet transforms for image compression: Performance evaluation and analysis", *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.9, No.6, pp.1010-1024, 2000-06.
- [17] X. Zhang, T. Mugeruma and T. Yoshikawa, "Design of orthonormal symmetric wavelet filters using real allpass filters", *Signal Processing*, Vol.80, No.8, pp.1551-1559, 2000-08.
- [18] 上村, 張, 吉川, "全域通過フィルタを用いた画像ウェーブレット符号化", *電子情報通信学会論文誌 (A)*, Vol.J84-A, No.1, pp.13-21, 2001-01.
- [19] X. Zhang, K. Kawai, T. Yoshikawa and Y. Takei, "Lossy to Lossless Image Compression Using Allpass Filters", *Proceedings of ICIP 2005*, 2005-09, (Genova, ITALY).
- [20] ISO/IEC 15444 "Information Technology-JPEG 2000 Image Coding System", 2000.
- [21] Range encoder Homepage, <http://www.compressconsult.com/rangecoder/>