

統計的静的遅延解析による指定良品率を達成する 最大遅延見積もり手法

古屋 宏基[†] 小平 行秀^{††} 高橋 篤司^{††}

[†] 東京工業大学 工学部 情報工学科 〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1-S3-58

^{††} 東京工業大学大学院 理工学研究科 集積システム専攻 〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1-S3-58

E-mail: †{furuya,yukoh,atsushi}@lab.ss.titech.ac.jp

あらまし 近年、集積回路の微細化にともない、製造プロセスや回路の運用に伴う素子遅延のバラツキが大きくなっており、最悪の場合を想定した従来のパス遅延解析では、過剰な設計マージンにより所望の性能を持つ回路を設計できなくなっている。そのため、統計的静的遅延解析手法が盛んに研究されているが、従来の解析で用いられている回路遅延の平均と分散の見積もりでは回路遅延を過小に見積もる傾向にあり、必ずしも想定する歩留まりを達成できるとは限らない。本研究では、回路遅延の見積もりに用いる MAX 演算に着目し、従来の MAX 演算では最大遅延が過小に見積もられる条件を示す。また、MAX 演算を修正することで、回路の歩留まりがより想定に近づく回路の最大遅延見積もり手法を提案する。また、提案手法により得られた最大遅延での良品率は、従来手法よりも想定良品率に近付いていることを、モンテカルロシミュレーションによる実験で示す。

キーワード 統計的静的遅延解析 (SSTA), 最大遅延, MAX 演算, 良品率, 正規分布

A fast maximum delay estimation method for specified yield by statistical static timing analysis

Hiroki FURUYA[†], Yukihide KOHIRA^{††}, and Atsushi TAKAHASHI^{††}

[†] Department of Computer Sciences, Tokyo Institute of Technology
2-12-1-S3-58 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

^{††} Department of Communications and Integrated Systems, Tokyo Institute of Technology
2-12-1-S3-58 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

E-mail: †{furuya,yukoh,atsushi}@lab.ss.titech.ac.jp

Abstract As VLSI technology advances, the variation of an element delay caused by manufacturing and circuit operation increases. Under such circumstance, it becomes difficult to obtain a high performance circuit by using the conventional worst case delay analysis because the excessive design margin is required. Therefore, Statistical Static Timing Analysis (SSTA) becomes a popular method. However, the circuit delay estimated by using conventional SSTA in which the average and variance of distribution are estimated is often underestimated, and the specified circuit yield often cannot be achieved. In this paper, we focus on MAX-operation used in delay estimation, and show the condition that the conventional MAX-operation underestimates the maximum delay. Then, we propose a maximum delay estimation method for specified yield in which MAX-operation is modified. In experiments, by Monte-Carlo simulation, it is shown that the circuit yield by the maximum delay estimated by the proposed method approaches the specification compared to that by the conventional method.

Key words Statistical Static Timing Analysis (SSTA), Maximum delay, MAX-operation, Yield, Gaussian distribution

1. はじめに

集積回路の微細加工技術の進歩にともない、回路の製造プ

ロセスや、運用にともなう素子遅延のバラツキが大きくなっている。

このような状況下で、回路の最大遅延を信号パス上の各素子

の最大遅延の和として見積もる従来の遅延解析法を用いると、パス上のすべての素子が同時に最大遅延をとる可能性は低いいため、パス遅延の見積もりが過度に悲観的になる。そのため、従来の遅延解析法を用いて所望の性能を持つ回路を設計することが困難となっており、素子の遅延値や信号が素子に到着する時刻を確率変数として扱う統計的静的遅延解析 (SSTA) が近年盛んに研究されている [1] [2] [3] [4]。

SSTA では、信号はある確率分布でパスを伝搬すると考える。SSTA により回路遅延を解析するためには、素子同士が直列に接続している状況で用いる素子遅延の和演算と、素子同士が並列に接続している状況で用いる素子遅延の MAX 演算が単位演算として必要となる。それら単位演算を容易におこなうため、それら単位演算への入出力は正規分布と仮定されることが多い。しかし、正規分布を入力とする和演算の出力は正規分布となるが、正規分布を入力とする MAX 演算の出力は一般に正規分布にはならないため、なんらかの近似が必要となる。そのため、MAX 演算の出力を正規分布に近似するための様々な手法、特に遅延の相関を考慮した近似手法が提案されている [5]。しかし、それらの手法の多くは、近似に用いる正規分布の平均と分散を、実際の遅延分布の平均と分散に近付けることを目的にしている。そのため、それらの手法により得られる見積もり最大遅延を用いた場合、良品率が想定より悪いことが多い。すなわち、それらの手法を用いた場合は、回路の最大遅延の見積り値が過小となることが多い。

本稿ではまず SSTA による最悪回路遅延解析における遅延の従来の平均と分散の見積り法では、ある素子の遅延分布の分散が回路内にある他の素子の遅延分布の分散に比べて極端に大きい場合に遅延見積りが過小となり、回路の歩留まりが下がることを示す。また、そのような条件下で MAX 演算の出力の平均と分散の見積りを修正する手法を提案する。さらに、提案手法により得られた最大遅延での良品率は、従来手法よりも想定良品率に近付いていることを、モンテカルロシミュレーションによる実験で示す。

2. 準備

2.1 諸定義

遅延分布 $f(x)$ の平均 μ と標準偏差 σ から $f(x)$ の最悪遅延を $\mu + n\sigma$ と定める方法を $n\sigma$ 法と呼ぶ。以下では、

$$\alpha(f) = \mu + n\sigma \quad (1)$$

と定義し、これを $f(x)$ の $n\sigma$ 法による α 点と呼ぶ。また、遅延分布 $f(x)$ に対し遅延が k 以上である確率

$$F^*(k) = \int_k^{\infty} f(x) dx \quad (2)$$

を k 点における $f(x)$ の上側確率と呼ぶ。回路の遅延分布 $f(x)$ および遅延の許容値 k が与えられたとき、 $F^*(k)$ は回路の不良品率となる。以下では、 $f(x)$ の α 点における上側確率 $F^*(\alpha(f))$ を単に F^* と書く。例えば、正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ の確率密度関数 $q(x)$ に対し 3σ 法では、 $Q^* = 0.0014$ となる。また、指定不良品率を A としたとき、

$$F^*(k) = A \quad (3)$$

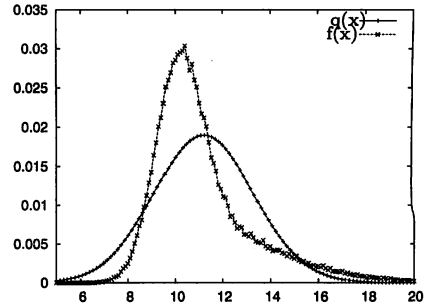


図1 同じ平均と分散を持つ分布例

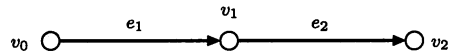


図2 枝同士が直列の場合

を満たす k を $f(x)$ の指定良品率を達成する最悪値とする。特に、正規分布 $q(x)$ に対し、

$$F^*(k) = Q^* \quad (4)$$

を満たす k を $f(x)$ の β 点と呼び、 $\beta(f)$ で表す。このとき、 $f(x)$ が正規分布であれば

$$\alpha(f) = \beta(f) \quad (5)$$

が成り立ち、 $f(x)$ の平均及び標準偏差が与えられれば $\beta(f)$ は簡単に決定することができる。しかし、一般の分布 $f(x)$ に対しては、 $\alpha(f)$ と $\beta(f)$ は一般に異なる。

図1の分布 $f(x)$ と正規分布 $q(x)$ は同じ平均と分散を持つ。したがって $\alpha(f)$ と $\alpha(q)$ は等しい。しかし、 $\alpha(f)$ と $\alpha(q)$ の上側確率は異なり、図1の場合では 3σ 法において $F^* > Q^*$ である。このような状況では、 $\alpha(f)$ を $f(x)$ の最悪値とした場合、 $f(x)$ の上側確率が Q^* より大きく、分布 $f(x)$ の最悪値を過小に見積もってしまう。

2.2 統計的静的遅延解析の単位演算

統計的静的遅延解析はタイミンググラフと呼ばれる無閉路有向グラフ $G = (V, E)$ を用いて行なう。 G のソース $v_0 \in V$ とシンク $v_n \in V$ を除く各点 $v_i \in V$ は回路素子の入力端子または出力端子に対応し、各点を結ぶ有向枝 $(u, v) \in E$ は回路素子内または配線を通る信号に対応する。各枝は回路素子または配線の遅延を確率変数として持ち、その分布は正規分布に従うとする。回路の遅延を解析するには、回路のソース v_0 およびシンク v_n を決定し、タイミンググラフを構築してソースからシンクに向かって統計的演算を行なう。統計的静的遅延解析の単位演算は、統計的和演算と統計的 MAX 演算の2つの演算で構成される。

まず、遅延分布 $f(x)$ と $g(x)$ の統計的和演算について考える。図2のように枝が直列に接続している場合、 e_1 の遅延分布 $d(e_1) = N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 、 e_2 の遅延分布 $d(e_2) = N(\mu_2, \sigma_2^2)$ をそれぞれ正規分布とし、 e_1, e_2 に相関がないとすると、このパスの遅延分布 $d(v_0, v_2)$ は、信号の到着する時刻を t としたとき、

$$d(v_0, v_2) = d(e_1) + d(e_2)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(t-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(t-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} e^{-\frac{(t-(\mu_1+\mu_2)/2)^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} \quad (6)
\end{aligned}$$

となり、正規分布 $N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ となることが知られている。すなわち、入力が正規分布ならば統計的演算は正規分布となる。

次に、遅延分布の統計的 MAX 演算について考える。遅延分布 $f(x)$ と $g(x)$ の統計的 MAX 演算の出力を $\max(f(x), g(x))$ とする。図 3 に示すように枝が並列に接続している場合において、 e_1 の遅延分布を $d(e_1)$ 、 e_2 の遅延分布を $d(e_2)$ をそれぞれ正規分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2)$ とし、2つの枝に相関がない場合、ソース v_0 からシンク v_1 までの遅延分布 $d(v_0, v_1)$ は、 $D(e_1), D(e_2)$ をそれぞれ $d(e_1), d(e_2)$ の累積確率密度関数とすると、

$$\begin{aligned}
d(v_0, v_1) &= \max(d(e_1), d(e_2)) \\
&= D(e_1) \times d(e_2) + D(e_2) \times d(e_1) \quad (7)
\end{aligned}$$

となる [6]。式 (7) より、 $d(e_1), d(e_2)$ が正規分布であっても $\max(d(e_1), d(e_2))$ は正規分布ではなくなる。しかし、分布間の相関が相関係数として容易に考慮できることや、その他の確率密度関数を用いるよりも必要な演算が少ないといった理由から、統計的 MAX 演算の出力 $\max(d(e_1), d(e_2))$ は正規分布に近似されることが多い。

文献 [5] [6] では、正規分布 $f(x) : N(\mu_1, \sigma_1)$ と正規分布 $g(x) : N(\mu_2, \sigma_2)$ との相関係数を ρ としたときに、 $\max(f(x), g(x))$ を正規分布 $M(f, g) : N(\mu_{\max}, \sigma_{\max}^2)$ で近似する。ただし、 μ_{\max} と σ_{\max} は以下のように定める。

$$\mu_{\max} = \mu_1 \cdot \Phi(\beta) + \mu_2 \cdot \Phi(-\beta) + \alpha \cdot \phi(\beta) \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\max}^2 &= (\mu_1^2 + \sigma_1^2) \cdot \Phi(\beta) + (\mu_2^2 + \sigma_2^2) \cdot \Phi(-\beta) \\
&\quad + (\mu_1 + \mu_2) \cdot \alpha \cdot \phi(\beta) - \mu_{\max}^2 \quad (9)
\end{aligned}$$

ただし、

$$\alpha = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho}} \quad (10)$$

$$\beta = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\alpha} \quad (11)$$

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right] \quad (12)$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{y^2}{2}\right] dy \quad (13)$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 \neq 0 \text{ かつ } \rho \neq 1 \quad (14)$$

である。

これらの式により、素子の持つ遅延のパラメータとして平均 μ 、標準偏差 σ 、相関係数 ρ が与えられれば逐次計算を繰り返すことにより回路遅延を正規分布として見積もることが可能となる。

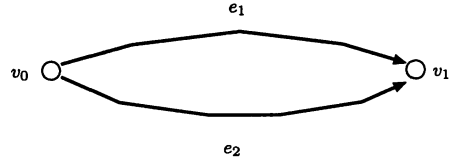


図 3 枝同士が並列の場合

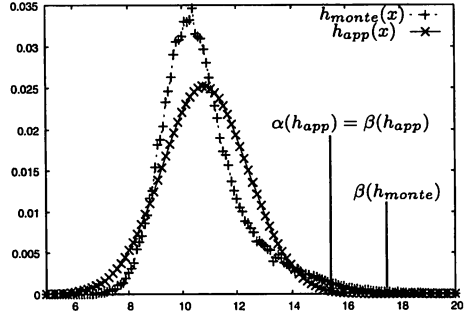


図 4 $h_{monte}(x)$ の分布と $h_{app}(x)$ 分布

3. 近似手法の精度

回路の遅延を解析するにあたって、[5] による統計的 MAX 演算の近似では、平均と分散を見積もることができても遅延分布の形を正確に見積もることが一般には困難である。近似式によって得られた遅延分布を正規分布と見做す場合、実際の分布と近似分布の誤差が分布のどの部分に出てくるかが歩留まりを考える上で問題になる。 ns 法により遅延分布の最悪値を決めるとすると、誤差が分布の裾野の部分に出てくると、想定していた良品率が達成できないということが考えられる。

正規分布 $f(x) : N(10, 1)$ と正規分布 $g(x) : N(9, 4)$ の統計的 MAX 演算による分布 $h(x)$ を考える。図 4 にはモンテカルロシミュレーションにより求めた分布 $h_{monte}(x)$ と近似分布 $h_{app}(x) = M(f, g)$ の二つの分布を示す。この 2 つの分布の特徴を表 1 にまとめる。

表 1 $h_{monte}(x)$ と $h_{app}(x)$ の比較

パラメータ	$h_{monte}(x)$	$h_{app}(x)$
平均	10.48	10.47
分散	1.26	1.27
標準偏差	1.12	1.12
α 点 (3σ)	13.86	13.86
H^* % (3σ)	0.748	0.745
β 点 (3σ)	14.96	13.86

表 1 より、平均及び分散、標準偏差は $h_{app}(x)$ と $h_{monte}(x)$ でほとんど差はない。しかし、 $h_{app}(x)$ の 3σ 法による α 点は $h_{monte}(x)$ の β 点と離れており、 $h(x)$ を $h_{app}(x)$ で近似すると 3σ 法による不良品率は 0.745% になる。すなわち、図 4 ではグラフの裾野の部分に差があり、このまま $h_{app}(x)$ を用いて 3σ 法で $h(x)$ の最悪値を見積もった場合、過小見積もりになってしまう。

同様に、正規分布 $f(x) : N(10, 1)$ に対し、相関を持たない

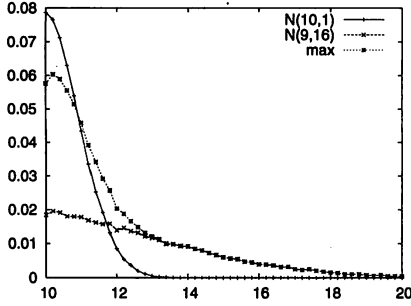


図5 裾野が広がる様子

くつかの正規分布 $g(x) : N(\mu, \sigma^2)$ との統計的 MAX 演算による分布 $h(x)$ を考える。 $h(x)$ の近似分布 $M(f, g)$ の 3σ 法による α 点における上側確率 H^* を求め、モンテカルロシミュレーションによる結果と比較し、表 2 にまとめる。

表 2 $M(N(10,1), N(\mu, \sigma^2))$ の上側確率 H^* (%)

$\sigma^2 \backslash \mu$	7	8	9	10	11	12
1	0.152	0.183	0.247	0.249	0.261	0.191
4	0.217	0.438	0.716	0.816	0.556	0.343
9	1.131	1.380	1.383	1.146	0.804	0.545
16	1.842	1.901	1.661	1.354	0.915	0.725

遅延分布が正規分布であれば、 3σ 法による α 点における上側確率は約 0.14% である。したがって、表 2 においてもおおよそ 0.14% であれば、統計的 MAX 演算の分布を正規分布 $M(f, g)$ に近似しても想定した良品率を達成できると考えられる。しかし、表 2 では 0.14% を越えており、その傾向は $g(x)$ の分散と $f(x)$ の分散の差が大きいほど顕著になる。また、 $g(x)$ の平均が $f(x)$ の平均 $-\sigma$ 程度以下の場合により大きくなる。これは、図 5 のように、分散の大きい入力分布の裾野が統計的 MAX 演算の分布の裾野に影響を及ぼすからである。

2 つの正規分布の平均が離れている場合、つまり、お互いの分布がほとんど重ならないような状況では、統計的 MAX 演算の性質上、統計的 MAX 演算の分布は平均の大きい分布とほぼ一致する。また、お互いの分散が小さかったり、分散の大きい分布の平均が他方の平均よりも大きい場合には統計的 MAX 演算分布の裾野に対する影響が小さい。しかし、次の条件の時に統計的 MAX 演算の分布を近似すると統計的 MAX 演算分布の裾野に対する影響が大きくなり、良品率が悪化する。

【性質 1】 2 つの正規分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2)$ の統計的 MAX 演算に対し、

$$\mu_1 - \sigma_1 \leq \mu_2 \leq \mu_1 \text{ かつ } \sigma_1 < \sigma_2 \quad (15)$$

であると、 $M(f, g)$ による近似では良品率が悪化する。

4. 最悪回路遅延の見積り

3 節では 2 つの遅延分布を入力とし、その統計的演算または統計的 MAX 演算の考察を行ってきたが、現実問題に応用するためにはそこで得られた出力分布を再び入力分布とする必要がある。しかし、従来手法による統計的 MAX 演算の見積り

では裾野の見積りが甘く、実際に何段も重ねて計算すると誤差が蓄積してさらに悪影響を及ぼす可能性がある。そこで、裾野の部分に対する見積りを反映させた手法を提案する。

4.1 提案手法

従来の SSTA では、2 つの遅延分布 $f(x) : N(\mu_1, \sigma_1^2), g(x) : N(\mu_2, \sigma_2^2)$ の統計的 MAX 演算により得られる遅延分布 $h(x)$ を、式 (8), (9) により平均 μ_{\max} と標準偏差 σ_{\max} を求め、正規分布 $M(f, g) : N(\mu_{\max}, \sigma_{\max}^2)$ に近似する。また、 $M(f, g)$ の α 点を $h(x)$ の最悪遅延値と見積もる。しかし、このまま従来手法の α 点を $h(x)$ の最悪遅延値と見積もると α 点は $\beta(h)$ より小さく、上側確率 H^* が $H^*(\beta(h))$ より大きくなる。したがって、指定良品率を達成するためには、 α 点が $\beta(h)$ に近い分布を得る必要がある。そこで、提案手法では $\beta(h)$ を

$$\beta'(h) = \max(\alpha(f), \alpha(g)) \quad (16)$$

と見積もる。次に、求められた $\beta'(h)$ から逆算して $M(f, g)$ の平均 μ_{\max} または標準偏差 σ_{\max} を以下のように修正する。

$$\mu'_{\max} = \beta'(h) - 3\sigma_{\max} \quad (17)$$

$$\sigma'_{\max} = \frac{\beta'(h) - \mu_{\max}}{3} \quad (18)$$

このようにして求められた平均または標準偏差を用いて、 $f(x)$ と $g(x)$ の統計的 MAX 演算分布 $h'(x)$ を提案手法 1 では

$$h'(x) : N(\mu'_{\max}, \sigma'^2_{\max})$$

とし、提案手法 2 では

$$h'(x) : N(\mu_{\max}, \sigma'^2_{\max})$$

とする。

5. 実験

提案手法の有効性を確かめるために ISCAS89 ベンチマーク回路のうち 46 回路に提案手法を適用する。また、遅延は回路のゲートに起因するとし、配線遅延およびレジスタによる遅延、ゲート間の相関は考えない。表 3 に実験で使用したパラメータを載せる。

表 3 実験に使用したパラメータ

ゲート	NOT	AND	NAND	OR	NOR
平均	10.0	16.0	12.0	16.0	12.0
標準偏差	1.25	2.0	1.33	2.0	1.33

各回路のレジスタ間最大遅延の分布を 10 万回のモンテカルロシミュレーションで求め、その遅延分布を真の分布と仮定し、その分布の β 点を指定良品率を達成する遅延値 β_m とする。提案手法の有効性を確かめる指標として、従来手法および 2 つの提案手法により得られた遅延分布の α 点を求め、 β_m と比較する。

適用した 46 のベンチマーク回路において、従来手法では 41 回路で β_m に比べて α 点が小さくなった。それに対し、平均を修正する提案手法 1 では 21 回路、標準偏差を修正する提案手法 2 では 23 回路で α 点が小さくなった。また、提案手法 1 で

表 4 s382 と s9234.1 の実験結果

回路 手法	s382				s9234.1			
	モンテカルロ	従来手法	提案手法 1	提案手法 2	モンテカルロ	従来手法	提案手法 1	提案手法 2
平均	112.586	113.787	115.216	114.007	741.049	749.316	747.507	748.877
標準偏差	3.530	2.606	2.636	2.953	8.627	6.042	6.042	5.81874
α 点	123.177	121.605	123.125	122.866	766.931	767.442	765.633	766.333
β 点	123.500	121.60	123.125	122.866	768.500	767.442	765.633	766.333
$H^*(\alpha(h))(\%)$	-	0.526	0.212	0.236	-	0.257	0.361	0.351

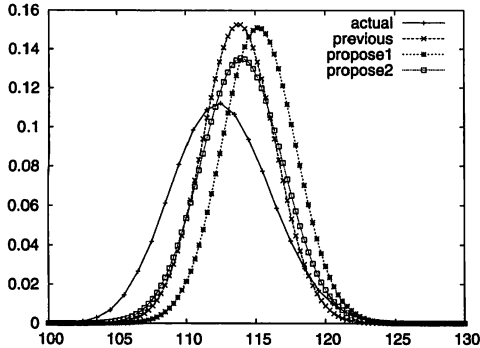


図 6 s382 の遅延分布

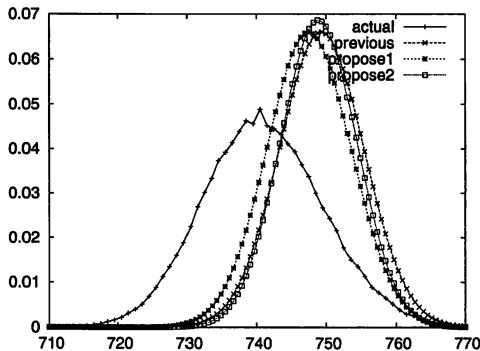


図 7 s9234.1 の遅延分布

は 29 回路、提案手法 2 では 31 回路で従来手法より α 点が β_m に近付いた。このうち、提案手法 1 では 17 回路、提案手法 2 では 18 回路の α 点が β_m をより小さく最悪値の見積もりがまだ過小であった。逆に、 α 点が β_m より大きくなり、最悪値の見積もりが過大となった回路はそれぞれ 12 回路、13 回路であった。図 6 に従来手法よりも α 点が β_m に近付いた遅延分布の一例を示す。また、図 7 に従来手法よりも α 点が β_m から離れた遅延分布の一例を示す。また、実験により見積もった遅延値の詳細を表 4 に載せる。

図 6 ではいずれの提案手法も裾野の部分がシミュレーション結果に近くなっており、提案手法による効果が出ていることがわかる。図 7 で歩留まりが悪化する原因はいくつか考えられる。式 (17)、(18) による平均と分散の見積もりは、 $\mu'_{max} < \mu_{max}$ または $\sigma'_{max} < \sigma_{max}$ となる場合があり、このような状況が重なる $\alpha(h') < \alpha(h)$ となり歩留まりが悪化する恐れがある。また、統計的 MAX 演算分布の裾野以外の部分における誤差が与

えられたパラメータによっては影響を及ぼす可能性がある。

6. まとめ

本研究では、指定良品率を達成するという観点から統計的 MAX 演算の従来手法における近似精度を評価し、指定良品率を達成できなくなる条件を確認した。また、指定良品率をなるべく達成する統計的 MAX 演算の見積もり手法を提案し、モンテカルロシミュレーションの結果と従来手法および提案手法の結果を比較して提案手法の有効性を示した。

今後の課題としては、提案手法が従来手法よりも不良品率が大きくなる回路構造の解析、回路素子の相関を考慮した実験などが挙げられる。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、御助言を下さった研究室の諸氏に感謝する。なお、古屋は現在東京工業大学大学院社会理工学研究科人間行動システム専攻に所属している。発表の機会を下さった同専攻の丸山剛生先生に感謝する。

文 献

- [1] 築山修治” 統計的タイミング解析:概論” 回路とシステム軽井沢ワークショップ, pp533-538, 2005.
- [2] 小林宏行, 小野信任, 佐藤高史, 岩井二郎, 橋本昌宣” 統計的 STA の精度検証手法” 回路とシステム軽井沢ワークショップ, pp553-558, 2006.
- [3] 築山修治, 田中正和, 福井正博” 組合せ回路におけるクリティカルパス遅延ばらつき見積もり手法” 回路とシステム軽井沢ワークショップ, pp131-136, 2000.
- [4] 本間克己, 新田泉, 渋谷利行” パスベース遅延解析におけるチップ内・チップ間パラツキを考慮した遅延分布計算” 信学技報, pp93-98, 2007.
- [5] C.Clark. “The greatest of a finite set of random variables.” *Operations Research*, Vol. 9, pp. 145-152, 1961.
- [6] Michel Berkelaar. “Statistical Delay Calculation, a Linear Time Method.”, Proc. Int. Workshop on Timing Issues in the Specification and Synthesis of digital Systems (TAU97) pp.15-24. ACM, 1997.