

ローカル・エリア・ネットワークにおける 受信バッファサイズについて

滝根 哲哉、松本 豊、高橋 豊、長谷川 利治

京都大学工学部

1. まえがき

近年のLANの発達には目覚ましいものがあるが、今後は、利用形態の多様化、通信の広域化とともに、従来孤立していた個々のLANをより上位層のLANあるいは公衆網で接続したいという要求が高まるものと予想される。この接続に際しては、異種LAN間のプロトコル、結合形態、フォーマット、回線速度等における相違により生じる問題を解決するために、ブリッジあるいはゲートウェイのような中間媒体を用いる必要がある。A.S.DANTHINE [1] は、この相互接続における一般的諸問題に関して概説している。一方、平松 [2] は公衆網による相互接続の検討を行ない、W.BUX [3] はブリッジを介して接続されたトークンリングの性能を評価している。

本研究では、この中間媒体（以下では、ゲートウェイと総称する）の確率的特性を待ち行列理論を用いて解析し、必要とされるバッファサイズに関して考察を行なう。相互接続されるLANの伝送方式としては、CSMA/CDおよびトークンリング両方式を取り扱う。また本解析結果は、LANのホスト機能を有する各ターミナルにおける受信バッファの確率的振る舞いを解析する際にも直接適用できる。

まず2章では、トークンリング方式を用いたLANにおける回線上へのパケットの出力時間間隔分布を求め、3章では、CSMA/CD方式の場合の出力時間間隔分布を明らかにする。4章でゲートウェイの確率的特性を解析し、5章にその数値結果を示す。

2. トークンリングにおける出力時間間隔分布

2. 1. モデル

トークンリング方式によりM個の端末が接続されている。各端末でのジョブの到着は、パラメータ λ (パケット/秒) のポアソン過程に従い、各ジョブは一つの固定長パケットから成るものとする。各端末は、高々1パケットしか保持できず、パケットを完全に送信し終えるまで新しいパケットを受け付けないものとする。トークンが回って来た時、もしパケットがあれば送信する。この1パケット送信時間は、T秒である。パケットを有しない場合、あるいはパケットを完全に送信し終えた場合は、直ちに次の端末へトークンを送出する。このトークンの転送に要する時間はY秒である。従ってある端末にトークンが来てから、次の端末にトークンが着くまでの時間は、もし送信すべきパケットがあれば、T+Y秒であり、もしなければY秒となる。

2. 2. 解析

パケットの送信回線上への出力時間間隔分布を以下で求める。まず、ある端末で1パケットが送信されて、次の端末へトークンが送み出される瞬間を、隠れマルコフ点とする。この時点におけるシステムの状態 X を $X = (X_0, X_1, X_2, \dots, X_{M-1})$ で記述する。 X_0 は、その時点においてトークンを送出しようとしている端末の状態を表わし、 X_1, \dots, X_{M-1} は、順次この端末からトークンの進む方向に位置する端末の状態を表現している。各 $X_i (i=0, \dots, M-1)$ は、各端末が、その時点から見て最後にトークンを受け取った時に、パケットを送信したならば1、もしそうでなければ0であるとする。従って X_0 は常に1である。つぎに状態遷移を考える。今、システムがある状態 $X = (X_0, X_1, \dots, X_{M-1})$ に

あり、送出されたトークンが、次にはじめて、送信されるべきパケットを持つ端末に受け取られるまでに $k-1$ ($1 \leq k \leq M-2$) 局のパケットを持たない端末を通過したとする。この時、次のパケット送信後の隠れマルコフ点における状態 $X' = (X_0', X_1', \dots, X_{M-1}')$ は、 $(1, X_{k+1}, \dots, X_{M-1}, 1, 0, \dots, 0)$ となる。また k が $M-1$ の時は、 $X' = (1, 1, 0, \dots, 0)$ に、 k が M 以上の時は、 $X' = (1, 0, \dots, 0)$ に遷移する。出力時間間隔を解析する際、 X_0, X_1 の項は冗長である。よって各状態 $X = (X_0, X_1, X_2, \dots, X_{M-1})$ を、 $i = \sum_{j=2}^{M-1} 2^{j-2} \cdot X_j$ で再定義する。さらに、上で述べた k を用いて、状態 i から k 番目の端末で次の送信が行なわれる確率を q_{ik} とすると、 q_{ik} は以下の式により、繰り返し求めることができる。

$$\begin{aligned} q_{i1} &= 1 - \exp[-\lambda\{MY + T(1 + \sum_{j=2}^{M-1} X_j)\}] \\ q_{ik} &= (1 - \sum_{j=1}^{k-1} q_{ij}) (1 - \exp[-\lambda\{MY + T(1 + \sum_{j=k+1}^{M-1} X_j)\}]) \quad (2 \leq k \leq M-2) \\ q_{iM-1} &= (1 - \sum_{j=1}^{M-2} q_{ij}) (1 - \exp[-\lambda(MY + T)]) \\ q_{ik} &= (1 - \sum_{j=1}^{M-1} q_{ij}) (\exp[-\lambda MY])^{k-M} (1 - \exp[-\lambda MY]) \quad (M \leq k) \end{aligned} \quad (2.1)$$

次に状態 i から状態 j への遷移確率 P_{ij} は、 q_{ik} を用いて次の様に表わされる。

$$P_{ij} = \begin{cases} q_{ik} & (j = i/2 + 2^{M-k-2}, k=1, 2, \dots, M-2) \\ 1 - \sum_{k=1}^{M-2} q_{ik} & (j=0) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad (2.2)$$

式(2.1), (2.2) により状態遷移確率 P_{ij} が決定されるので、 $[P]_{ij} = P_{ij}$ とすると、

$$\pi = \pi \cdot P \quad (2.3)$$

を解くことにより、定常状態確率 π が求まる。

出力時間間隔を、あるパケットの送信が終了した時点から、次にパケットの送信が終了した時点までと定義する。このとき状態 i から確率 q_{ik} で遷移した時の出力時間間隔は、 $T + k \cdot Y$ となるので、 $[\pi]_{ij} = \pi_{ij}$ とすると、出力時間間隔分布のラプラス変換形 $D(S)$ は、以下の式であたえられる。

$$D(S) = \sum_{k=1}^{\infty} (\exp[-(T+kY)S]) \sum_{i=0}^{2^{M-2}} \pi_i q_{ik} \quad (2.4)$$

3. CSMA/CDにおける出力時間間隔分布

3.1. モデル

バス状の回線に、 M 個の端末が接続している。アクセス方式は、non-persistent CSMA/CD に従うものとする。各端末におけるジョブの発生、及びバッファについての仮定は、トークンリングの場合と同様である。すなわち、新しいジョブの発生はパラメータ λ (パケット/秒) のポアソン過程に従い、各ジョブは一つの固定長パケットから成るものとする。さらにその伝送遅延、及び伝播遅延は、各々 T 秒、 D 秒であるとする。回線をセンスした時、送信が行なわれていれば、パラメータ γ の指数分布に従う時間だけ待って、再度、回線をセンスする。また、もし送信中に衝突を検出すれば送信を中止するが、このとき、送信を開始してから中止するまでの時間は t_c 秒であるとする。

3.2. 解析

以下の解析は、F.A.TOBAGI [4] の手法を連続時間に拡張したものである。

回線が空になった瞬間を隠れマルコフ点とする。この時点でのシステムの状態を、送信待ちのパケットを持っている端末の数で定義する。ある隠れマルコフ点での状態が i であったとする。この時点から、回線が空である期間の分布関数のラプラス変換形を $I_i(S)$ とすると、

$$I_i(S) = \frac{\lambda(M-i) + \gamma i}{S + \lambda(M-i) + \gamma i} \quad (3.1)$$

であたえられる。

この期間が終わると、送信が開始されるが、この送信は、成功するか、失敗するかによって、2通りの場合がある。まず、送信が成功する場合の状態遷移確率 P_{ij}^s を求める。新しく発生したジョブによって、送信が開始されそれが成功したときの状態遷移確率 P_{ij}^{s1} は以下の式で与えられる。

$$P_{ij}^{s1} = \text{Prob} \{ \text{新しいジョブで送信開始} \mid \text{送信開始} \} \\ \times \text{Prob} \{ \text{伝播遅延 } D \text{ の間にセンスされない} \} \\ \times \text{Prob} \{ T \text{ の間に、} M-i-1 \text{ 個の端末から } j-i \text{ 個のジョブが発生する} \} \\ = \frac{\lambda(M-i)}{\lambda(M-i)+\gamma i} \binom{M-i-1}{j-i} \exp[-\{\lambda(M-i-1)+\gamma i\} \cdot D] \cdot \exp[-\lambda(M-j-1)T] \cdot (1-\exp[-\lambda T])^{j-1} \quad (3.2)$$

また、送信待ちのジョブによって送信が開始されるときの状態遷移確率 P_{ij}^{s2} は、以下の式で与えられる。

$$P_{ij}^{s2} = \text{Prob} \{ \text{送信待ちのジョブで送信開始} \mid \text{送信開始} \} \\ \times \text{Prob} \{ \text{伝播遅延 } D \text{ の間にセンスされない} \} \\ \times \text{Prob} \{ T \text{ の間に } M-i \text{ 個の端末から } j-i-1 \text{ 個のジョブが発生する} \} \\ = \frac{\gamma i}{\lambda(M-i)+\gamma i} \binom{M-i}{j-i-1} \exp[-\{\lambda(M-i)+\gamma(i-1)\} \cdot D] \cdot \exp[-\lambda(M-j-1)T] \cdot (1-\exp[-\lambda T])^{j-i+1} \quad (3.3)$$

よって、送信が成功する場合の状態遷移確率 P_{ij}^s は、

$$P_{ij}^s = P_{ij}^{s1} + P_{ij}^{s2} \quad (3.4)$$

で与えられる。

次に送信が失敗した場合の状態遷移確率 P_{ij} を求める。まず、新しく発生したジョブによって送信が開始されたとする。このとき送信が開始されてから、伝播遅延 D の間に新しいジョブが発生したかどうかによって、2つの場合に分かれる。伝播遅延 D の間に新しいジョブが発生したときと、発生しなかったときの状態遷移確率を、各々 P_{ij}^{f1} 、 P_{ij}^{f2} とすると、これらは以下の式で与えられる。

$$P_{ij}^{f1} = \text{Prob} \{ \text{新しいバケットで送信開始} \mid \text{送信開始} \} \\ \times \sum_{k=1}^{j-1} (\text{Prob} \{ D \text{ の間に } k \text{ 個の新しいジョブが発生} \} \\ \times \text{Prob} \{ T_c \text{ の間に } j-i-k-1 \text{ 個の新しいジョブが発生} \}) \\ = \frac{\lambda(M-i)}{\lambda(M-i)+\gamma i} \binom{M-i-1}{M-j} \exp[-\lambda(M-i-1)D] \cdot \exp[-\lambda(M-j)T_c] \cdot [(\exp[\lambda D] - \exp[-\lambda T_c])^{j-i-1} \\ - (1-\exp[-\lambda T_c])^{j-i-1}] \quad (3.5)$$

$$P_{ij}^{f2} = \text{Prob} \{ \text{新しいバケットで送信開始} \mid \text{送信開始} \} \\ \times \text{Prob} \{ D \text{ の間に新しいジョブが発生しない} \} \\ \times \text{Prob} \{ D \text{ の間に送信待ちのジョブが少なくとも1つセンスする} \} \\ \times \text{Prob} \{ T_c \text{ の間に } j-i-1 \text{ 個の新しいジョブが発生} \} \\ = \frac{\lambda(M-i)}{\lambda(M-i)+\gamma i} \exp[-\lambda(M-i-1)D] \cdot (1-\exp[-\gamma i D]) \cdot \binom{M-i-1}{j-i-1} \exp[-\lambda(M-j)T_c] \cdot (1-\exp[-\lambda T_c])^{j-i-1} \quad (3.6)$$

次に、送信待ちのジョブによって送信が開始されたとする。このときも、 D の間に新しく発生したジョブの有無により、2通りの場合が考えられる。新しいジョブが発生したときと、発生しなかったときの状態遷移確率を、各々 P_{ij}^{f3} 、 P_{ij}^{f4} とすると、(3.5)、(3.6)と同様に、以下の式で与えられる。

$$P_{ij}^{f3} = \frac{\gamma i}{\lambda(M-i)+\gamma i} \binom{M-i}{j-i} \exp[-\lambda(M-i)D] \exp[-\lambda(M-j)T_c] \cdot [(\exp[\lambda D] - \exp[-\lambda T_c])^{j-i} \\ - (1-\exp[-\lambda T_c])^{j-i}] \quad (3.7)$$

$$P_{ij}^{f4} = \frac{\gamma i}{\lambda(M-i) + \gamma i} \cdot \exp[-\lambda(M-i)D] \cdot (1 - \exp[-\gamma(i-1)D]) \cdot \left(\prod_{j=i}^{M-1} \exp[-\lambda(M-j)T_c] \right) \cdot (1 - \exp[-\lambda T_c])^{j-i} \quad (3.8)$$

よって、送信が失敗する場合の状態遷移確率 P_{ij}^f は、

$$P_{ij}^f = P_{ij}^{f1} + P_{ij}^{f2} + P_{ij}^{f3} + P_{ij}^{f4} \quad (3.9)$$

で与えられる。

出力時間間隔を、成功した送信の終了時点から、次に成功した送信の終了時点までと定義する。さらに、 $ID_i(S)$ をある隠れマルコフ点において状態が i であったとき、最初に送信が成功し終えるまでの時間分布のラプラス変換形とする。 $ID_1(S)$ は、もし最初の送信が成功ならば、

$$ID_1(S) = I_1(S) \exp[-(T+D)S] \quad (3.10)$$

であり、最初の送信が失敗し、次に回線が空になったとき、状態が j であるならば、

$$ID_j(S) = I_j(S) \exp[-(T_c+D)S] ID_j(S) \quad (3.11)$$

となる。1 回の送信により状態は高々 1 つしか減らないので、以下の等式が成り立つ。

$$ID_1(S) = \sum_{j=i-1}^M (P_{ij}^s I_i(S) \exp[-(T+D)S] + P_{ij}^f I_i(S) \exp[-(T_c+D)S] ID_j(S)) \quad (3.12)$$

また、(3.12) は次の様に書ける。

$$ID(S) = P_s(S)H + P_f(S)H \quad (3.13)$$

ただし、

$$ID(S) = (ID_0(S), ID_1(S), \dots, ID_M(S))^T$$

$$[P_s(S)]_{ij} \triangleq P_{ij}^s I_i(S) \exp[-(T+D)S]$$

$$[P_f(S)]_{ij} \triangleq P_{ij}^f I_i(S) \exp[-(T_c+D)S]$$

H は総ての要素が 1 である $(M+1)$ 次の縦ベクトル

(3.13) を $ID(S)$ について解くと

$$ID(S) = [I - P_f(S)]^{-1} P_s(S)H \quad (3.14)$$

を得る。

次に、送信が成功した直後の時点列 (t_d^1, t_d^2, \dots) を考える。その遷移確率は、

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{t_d^{N+1} \text{ 状態が } j \mid t_d^N \text{ 状態が } i\} \\ = [I - P_f]^{-1} P_s]_{ij} \end{aligned} \quad (3.15)$$

ただし、

$$[P_s]_{ij} \triangleq P_{ij}^s, \quad [P_f]_{ij} \triangleq P_{ij}^f$$

で与えられる。この定常確率分布を Δ とすると、 Δ は、

$$\Delta = \Delta (I - P_f)^{-1} P_s \quad (3.16)$$

の解で与えられる。

この Δ と、(3.13) で与えられた $ID(S)$ を用いて出力時間間隔分布のラプラス変換形 $ID(S)$ は、

$$ID(S) = \Delta ID(S) \quad (3.17)$$

で与えられる。

4. ゲートウェイの確率的特性

4.1. モデル

ゲートウェイに滞在できるバケットの数は、高々 N 個であるとする。LAN において送信に成功したバケットは、各々独立に確率 p で外部のネットワークへ出ていくものと仮定する。外部へ出て行くバケ

ットは、ゲートウェイに到着したとき、バッファに空きがあればバッファ内に入ることができ、空きがないときは、棄却されるものとする。各パケットは、パラメータ μ の独立な指数分布に従うサービスを受け、ゲートウェイから離脱すると仮定する。

4.2. 解析

LANの出力時間間隔分布のラプラス変換形を $\mathbb{D}(S)$ とすると、ゲートウェイに到着するパケットの到着時間間隔分布 $G(t)$ のラプラス変換形 $G(S)$ は、次の式で与えられる。

$$G(S) = \frac{p \mathbb{D}(S)}{1 - (1-p) \mathbb{D}(S)} \quad (4.1)$$

$\mathbb{D}(S)$ は独立な分布ではないので、 $G(S)$ は独立とはならないが、ここでは $G(S)$ が独立な分布であると仮定して解析する。

以上の仮定よりゲートウェイは、 $G/M/1/N$ の待ち行列システムとみることができる。 $G/M/1/N$ における到着時点での系内人数分布を、

$$\mathbf{q} \triangleq (q_0, q_1, \dots, q_N) \quad (4.2)$$

ただし、

$$q_i = \text{Prob}\{\text{客が到着したとき、システム内に } i \text{ 人見いだす確率}\}$$

とすると、 \mathbf{q} は以下の平衡状態方程式を満たす。

$$\mathbf{q} = \mathbf{q} \begin{bmatrix} 1-b_0 & b_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1-\sum_{k=0}^1 b_k & b_1 & b_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1-\sum_{k=0}^{N-1} b_k & b_{N-1} & b_{N-2} & \cdots & b_0 \\ 1-\sum_{k=0}^{N-1} b_k & b_{N-1} & b_{N-2} & \cdots & b_0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

ただし、

$$b_k \triangleq \int_0^{\infty} \frac{e^{-\mu t} (\mu t)^k}{k!} dG(t) = \frac{\mu^k}{k!} (-1)^k \cdot \frac{d^k}{ds^k} G(s) \Big|_{s=\mu}$$

よって、(4.3)を解くことにより、到着時点における系内人数分布を求めることができる。なお、呼損率は、 q_N で与えられる。

5. 数値結果

トークンリングにおける、LAN間転送確率 p に対する呼損率の変化を図1、図2に示す。LAN間転送確率が増加するに伴い、急激に呼損率が増加することがわかる。また、バッファサイズを増加させることにより呼損率が確実に減少することがわかる。図3、図4は、各々CSMA/CD、トークンリングにおける端末での到着率 λ を同一にしたときの、LAN間転送確率 p に対する呼損率の変化を示したものである。ここでの到着率 λ は比較的低い(1パケットの伝送時間 T での全端末の到着率が0.2パケット)ため、よく知られているように、CSMA/CDの方がトークンリングより効率が良いので出力時間間隔は短くなる。よって、バッファにおける到着時間間隔が短くなるため、呼損率が全体に大きくなっている。

6. あとがき

本稿では、トークンリングおよびCSMA/CDの出力時間間隔分布を求め、これを用いて有限バッファを持つゲートウェイの確率的特性を明らかにした。LANの出力時間間隔分布は独立ではないが、端末での到着率が小さいときは独立とみなすことができると思われる。また、実際のシステムにおいて固定長のパケットを扱う場合、ゲートウェイでの処理時間は指数分布より変動の少ない分布に従うもの

と考えられる。よって出力時間間隔分布の相関性を明らかにし、より変動の小さい分布を用いてゲートウェイの確率的振る舞いを解析することが今後の課題である。

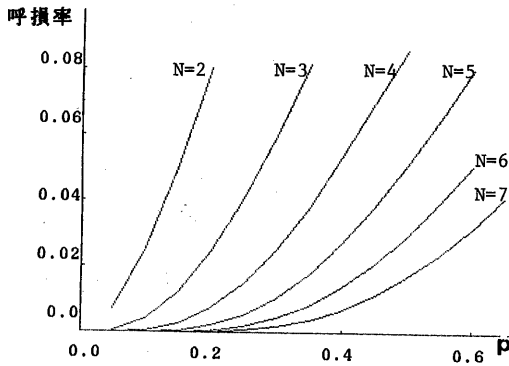


図1. LAN間転送確率 .vs. 呼損率
($T=0.0009375$, $\mu=200$, $\lambda=64$)

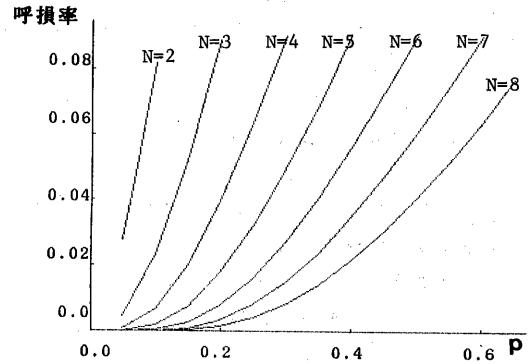


図2. LAN間転送確率 .vs. 呼損率
($T=0.0009375$, $\mu=5$, $\lambda=64$)

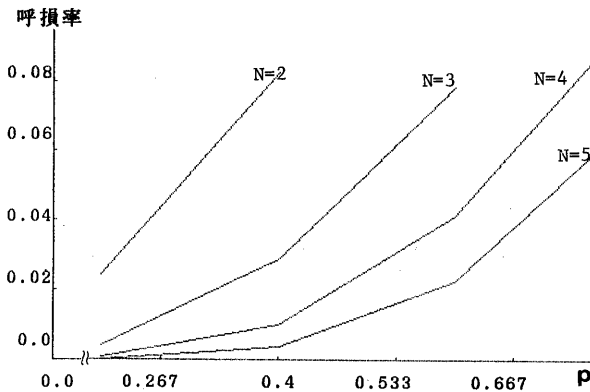


図3. LAN間転送確率 .vs. 呼損率
($T=0.0009375$, $\mu=200$, $\lambda=21.33$)

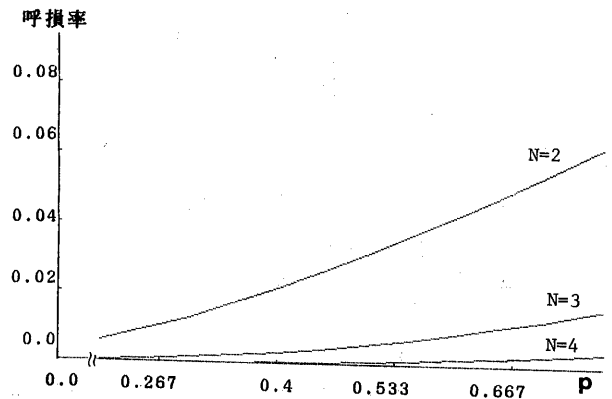


図4. LAN間転送確率 .vs. 呼損率
($T=0.0009375$, $\mu=200$, $\lambda=21.33$)

参考文献

- [1] A.S.Danthine, "Network Interconnection," Local Computer Networks, pp.289-308, North-Holland, Amsterdam, 1982.
- [2] 平松、竹中、高見「LAN相互接続を考慮した公衆パケット交換サービスの検討」LAN/マルチメディアの応用と分散処理シンポジウム論文集、85-92頁、1984.
- [3] W.Bux, "End-to-End Performance in Local-Area Networks of Interconnected Token Rings," INFOCOM '84, pp.60-68, San Francisco, Apr. 1984.
- [4] F.A.Tobagi, "Distributions of Packet Delay and Interdeparture Time in Slotted ALOHA and Carrier Sense Multiple Access," J.ACM., vol.29, pp.907-927, Oct.1982.