

データフロー制御方式における マッチングストア部の性能評価

能上 慎也 , 片山 勁

NTT 電気通信研究所

本論文では、交換システム中の信号処理装置へデータフロー制御方式を適用した場合の性能評価を行う。まず、信号処理装置全体から、サブシステムとしてその一部分（呼の発火待ち合せを行うマッチングストア部）を取り出し、トラヒックモデルとしてモデル化する。さらに、定常状態の存在を仮定し、呼の到着直前で待ち呼数が i である確率 π_i が従う平衡方程式を導出して、それを解くことにより待ち呼数の平均と分散を得る。また、このモデルと等価な他のモデルを考え、それについて待ち時間の解析を行い、その分布の母関数をラプラス変換を用いて表現する。最後に、それらの数値計算例を示し、このシステム特有の現象について考察を加える。

PERFORMANCE EVALUATION OF THE MATCHING-STORE UNIT IN A DATA-FLOW CONTROL SCHEME

Shinya NOGAMI and Tsuyoshi KATAYAMA

NTT Electrical Communications Laboratories, Musashino-shi, 180, Japan

A method of analysis is proposed for evaluating the performance of signal processing equipment in switching systems using a data-flow control scheme. The analysis is based on the following two models of the matching-store unit which is the most significant part of the data-flow system. First, a queueing model is presented, and the mean and variance of the number of waiting calls are derived by solving the equilibrium equations. Second, another equivalent queueing model, which has a state-dependent arrival rate and service rate, is proposed for obtaining the waiting time distribution. Finally, numerical results are shown and the characteristics of the matching-store unit are discussed.

1. まえがき

データフロー制御方式は、並列処理を自然な形で実現でき、また多重処理へも適合性がある等の優れた特長を有することにより、様々な方向から研究が進められている。

例えば、計算機への応用[1], [2] や言語面からのアプローチによる設計[3], [4]、実際のシステムの設計・試作[5], [6] 等が挙げられる。また、近年では交換機への応用[7] ~ [9] も試みられている。しかし、この方式では本質的に、処理が非同期に実行され、しかもその順序は非決定的であることから、理論解析は容易でなくこれまで主にシミュレーションにより行われてきた[10], [11]。理論解析としては、分散処理システムに対して行ったもの[12]、プログラム中の基本作用子に対して行ったもの[13], [14] がある。

本論文では、交換システム中の、信号処理装置へデータフロー制御方式を適用した場合のサブシステムに着目し、その性能評価を行う。このサブシステムとは、信号処理装置内で最も重要かつ特有の性質を示すと思われる部分を取り出したものであり、それをトラヒックモデルとしてモデル化する。さらにこれより解析可能なモデルへの変形を行い、それを数値解析によって評価し、その特性を明らかにする。

本論文の構成は次のようになっている。まず2. で信号処理装置の動作の概要について説明する。3. ではモデル化を行い、平衡方程式を解くことにより、待ち呼数の解析を行う。4. では3. で用いたモデルを等価に置き換えた他のモデルについて待ち時間の解析を行う。5. では数値計算結果の例を示し、若干の考察を加える。

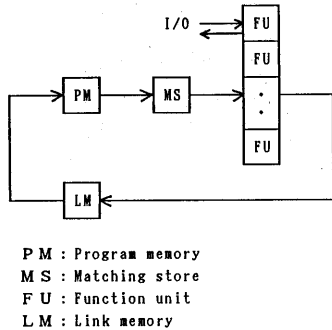


図1 信号処理装置の構成

2. 信号処理装置の概略

データ駆動に従った処理の流れに着目すると、信号処理装置は図1の様に表せる。I/O よりこの装置内に流れ込んだ呼群（一つのデータフロープログラムに対応）は図中の流れに従って処理され、何周かして処理が終わった後に再び I/Oから出て行く。

マッチングストア (MS) 部はこの装置を構成する一部であり、発火の待ち合せ及びマッチングした呼の演算部 (FU群) への転送を行う。その動作の概要は次のようになる (図2)。

- ①MS部に到着した呼はメモリ内でサーチ待ちをする。
- ②連想メモリ内の呼のうち、注目している呼と同じタグ (カラー及びプログラム内の呼の位置を示す情報) を持つものがあるかどうかサーチする。
- ③同じタグのものがなければ注目呼も連想メモリ内に格納される。
- ④同じタグのものがあればその呼といっしょに演算部へ転送される。

実際には、サーチと転送は同時に実行できないため、以上の動作を忠実に表現すれば、図3のモデルIのように、 S_1, S_2 を1人のサーバが移動して処理を行う移動サーバモデルになる (但し、サーチと転送が処理に相当する)。このモデルIで、解析を容易にするために、近似的に S_2 を S_1 といっしょにまとめたのが図4のモデルIIである。ここで興味があるのは、 Q_2 内即ち連想メモリ内の (発火) 待ち呼数分布及び (発火) 待ち時間分布である。そこでモデルIIの一部分 (モデルIII) を取り出し、待ち呼数分布を求める。さらにこれを変形し (モデルIV) 待ち時間の解析を行う。

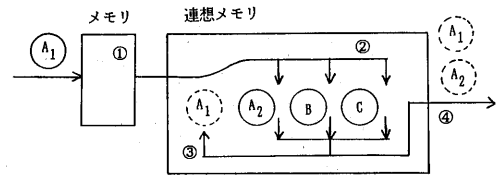


図2 MS部の動作の概要

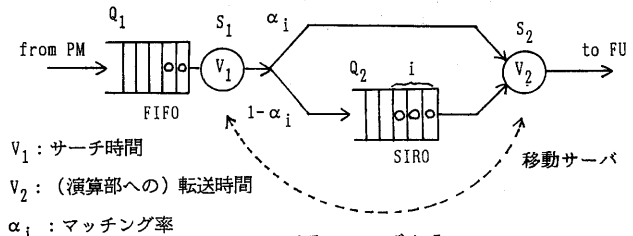


図3 モデルI

3. 発火待ち呼数の解析

図4のモデルIIにおける待ち呼数の分布を求めるために、そのモデルの一部分をさらにモデルIIIとして取り出し、これを解析する。まず、このモデルIIIに対して平衡状態の存在を仮定し、待ち呼数が*i*である確率 π_i が満たす方程式を導出する。さらにマッチング率 α_i をある形に限定して π_i の母関数を決定する。

3.1 モデルの記述

図5のモデルIIIについて、次の仮定をする。

- ①呼の到着間隔分布は、一般分布 $F(t)$ に従う。
- ②待ち行列 Q に i 個の呼がいるとき、到着呼は確率 α_i (=マッチング率) で Q 内の呼をランダムに選び出し、その呼をつれて同時に退去する。また確率 $1 - \alpha_i$ で Q 内に並ぶ。
- ③待ち室の大きさは $M \leq \infty$ とする。

3.2 平衡方程式とその解法

待ち行列 Q 内の待ち呼数に関して平衡方程式が存在すると仮定し、次の定義をする。

π_i : 呼の到着直前の時点で Q 内の待ち呼数が i である定常確率

上図の状態(待ち呼数)が変化するのは呼の到着時点のみであり、この時点における状態遷移を考えると次式が成立する。

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \alpha_1 \pi_1 \\ \pi_i &= \alpha_{i+1} \pi_{i+1} + (1 - \alpha_{i-1}) \pi_{i-1} \quad (i=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{但し、} \quad \alpha_i \begin{cases} = 0 & (i=0) \\ \geq 0 & (i \geq 1) \end{cases}$$

待ち行列の大きさが $M < \infty$ の場合には、正規化条件は、

$$\sum_{i=0}^M \pi_i = 1 \quad (2)$$

となり、この式と式(1)により待ち呼数分布 $\{\pi_i\}$ を決定できる。以下、 $M = \infty$ の場合を考える。まず、次の母関数を導入する。

$$\Pi(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \pi_i z^i \quad (3)$$

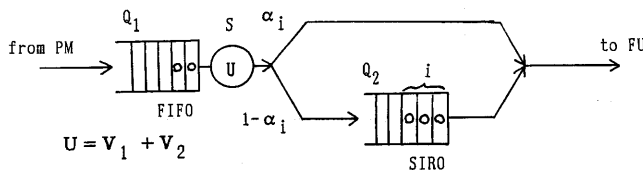


図4 モデルII

$$\Pi^*(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \pi_i z^i \quad (4)$$

このとき式(1)より $\alpha_0 = 0$ を考慮して次式を得る。

$$\Pi(z) = \Pi^*(z) (1+z) / z \quad (5)$$

ここで $\Pi(1) = 1$ を用いると上式より、

$$\Pi^*(1) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \pi_i = 1/2 \quad (6)$$

ここで以下のように α_i の形を仮定して、母関数を決定する。

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & (i=0) \\ 1 - \beta \cdot \alpha^i & (i=1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

但し、 $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq \beta < 1/\alpha$ 。

ここで α , β に関して次のように場合分けして考える。

(I) $\alpha = 1$, $0 \leq \beta < 1$ (一定型確率) の場合

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & (i=0) \\ 1 - \beta & (i=1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

このとき、

$$\Pi^*(z) = (1 - \beta) (\Pi^*(z) - \pi_0) \quad (7)$$

よって、式(4)より、

$$\Pi(z) = \pi_0 (1 - \beta) (z+1) / (-\beta z + (1 - \beta)) \quad (8)$$

また、 $\Pi(1) = 1$ より、

$$\pi_0 = (1 - 2\beta) / (2 \cdot (1 - \beta)) \quad (9)$$

よって、

$$\Pi(z) = (1 - 2\beta) (z+1) / (2(-\beta z + (1 - \beta))) \quad (10)$$

$$\pi_i = \begin{cases} (1 - 2\beta) / (2 \cdot (1 - \beta)) & (i=0) \\ (1 - 2\beta) / (2(1 - \beta)^2) \cdot (\beta / (1 - \beta))^{i-1} & (i=1, 2, 3, \dots) \end{cases} \quad (11)$$

呼の到着時点での待ち呼数の平均 \bar{Q} と分散 σ^2 は次式で与えられる。

$$\bar{Q} = \Pi^{(1)}(1) = 1 / (2(1 - 2\beta)) \quad (12)$$

$$\sigma^2 = 1 / (4(1 - 2\beta)^2) \quad (13)$$

ここで、 $\pi_0 > 0$ となるためには、 $\beta < 1/2$ 。よって平衡状態が存在するための必要条件は、

$$0 \leq \beta < 1/2 \quad (14)$$

(II) $\beta = 1$, $0 < \alpha < 1$ (指数型確率) の場合

$$\alpha_i = 1 - \alpha^i \quad (i=0, 1, 2, \dots)$$

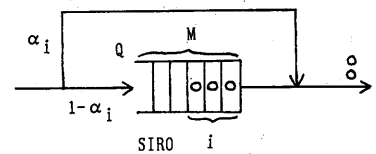


図5 モデルIII

このとき、

$$\Pi^*(z) = \Pi(z) - \Pi(\alpha z) \quad (15)$$

よって、式(5)より次式を得る。

$$(1+z)\Pi(\alpha z) - \Pi(z) = 0 \quad (16)$$

これは $\Pi(z)$ に関する関数方程式であり、以下の様に繰り返し法により解かれる。

まず、任意の $|z| \leq 1$ なる z を選び、これを用いて次の数列 $\{y_i(z)\}$ を定義する。

$$\begin{cases} y_0(z) = z \\ y_{i+1}(z) = \alpha y_i(z) \quad (i=0,1,2,3,\dots) \end{cases} \quad (17)$$

式(16)の z に $y_i(z)$ を代入すれば、すべての i に対して次式が成立する。

$$\Pi(y_i(z)) = \{1 + y_i(z)\} \Pi(y_{i+1}(z)) \quad (18)$$

これを繰り返し用いると、 $\lim_{i \rightarrow \infty} y_i(z) = 0$ を考慮して次式が得られる。

$$\begin{aligned} \Pi(z) &= \prod_{i=0}^{\infty} \{1 + y_i(z)\} \Pi(0) \\ &= \prod_{i=0}^{\infty} \{1 + z \alpha^i\} \pi_0 \end{aligned}$$

ここで $\Pi(1) = 1$ より、

$$\pi_0 = \exp \left\{ - \sum_{i=0}^{\infty} \log(1 + \alpha^i) \right\} \quad (19)$$

よって、

$$\Pi(z) = \exp \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \log \left(\frac{1 + \alpha^i z}{1 + \alpha^i} \right) \right\} \quad (20)$$

$$\bar{Q} = \sum_{i=0}^{\infty} (1 + \alpha^i)^{-1} \quad (21)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i (1 + \alpha^i)^{-2} \quad (22)$$

式(19)において、 $1 + \alpha^i > 1$ であるから、 $0 < \pi_0 < 1$ となり平衡状態が存在する。

(III) $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1/\alpha$ の場合

式(5)より、

$$(1+z)\Pi(\alpha z) - \Pi(z) / \beta = (\beta-1)(1+z)\pi_0 / \beta$$

(II) の場合と同様に、式(17)の数列を定義し、結局次式を得る。

$$\begin{aligned} \Pi(z) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \left\{ \beta^{L+1} \Pi(z \alpha^{L+1}) \prod_{i=0}^L (1+z \alpha^i) \right. \\ &\quad \left. - (1-\beta) \pi_0 \sum_{j=0}^L \beta^j \prod_{i=0}^j (1+z \alpha^i) \right\} \quad (23) \end{aligned}$$

上式をさらに変形すると次式の形に表せる。

$$\Pi(z) = \pi_0 \{1+z+z \sum_{j=1}^{\infty} (\alpha \beta)^j \prod_{i=0}^{j-1} (1+z \alpha^i)\} \quad (24)$$

また、 $z=1$ において、

$$\pi_0 = \left[2 + \sum_{j=1}^{\infty} (\alpha \beta)^j \prod_{i=0}^{j-1} (1 + \alpha^i) \right]^{-1} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q} &= \pi_0 \left(1 + \sum_{j=1}^{\infty} (\alpha \beta)^j \prod_{i=0}^{j-1} (1 + \alpha^i) \right) \\ &\quad \cdot \left[1 + \sum_{i=0}^{j-1} (1 + \alpha^i)^{-1} \right] \quad (26) \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = \Pi^{(2)}(1) + \bar{Q} - \bar{Q}^2 \quad (27)$$

但し、

$$\Pi^{(2)}(1) = \pi_0 \sum_{j=1}^{\infty} (\alpha \beta)^j [2X^{(1)}(1) + X^{(2)}(1)]$$

$$X^{(1)}(1) = \prod_{i=0}^{j-1} (1 + \alpha^i) \sum_{i=0}^{j-1} (1 + \alpha^i)^{-1}$$

$$\begin{aligned} X^{(2)}(1) &= \prod_{i=0}^{j-1} (1 + \alpha^i) \left\{ \left[\sum_{i=0}^{j-1} (1 + \alpha^i)^{-1} \right]^2 \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=0}^{j-1} [(1 + \alpha^i)^{-1}]^2 \right\} \end{aligned}$$

3. 3 到着時点及び任意時点での待ち呼数分布

本節では、モデルIIIへの呼の到着直前、直後及び任意時点での待ち呼数分布についてそれぞれ考察し、それらの関係を明らかにする。

呼の到着直前の時点における待ち呼数の定常分布 π_i は、3.2節の式(1)を満たし、 α_i が一定確率 ($\alpha = 1$) の場合には式(11)のように定まる。

次に、到着直後の待ち呼数分布 r_i について考える。待ち呼数についての一つのサンプルパス(図6)からもわかるように、状態の遷移が生じるのは、到着時点のみであり、その時点で呼数は1だけ増加するか1だけ減少するかのいずれかである。従って、到着の直前、直後の状態はそれぞれ1対1に対応しており、 r_i も π_i と同様に式(1)を満足する。即ち、 $\pi_i = r_i$ が成立する。

次に、任意時点における待ち呼数の定常分布 p_i について考える。この p_i は、平衡状態のlong-run中で、待ち呼数が i である状態が占める時間の割合を表すとも考えられるから、次式が成り立つ。

$$p_i = \pi_i h_i / \left(\sum_j \pi_j h_j \right)$$

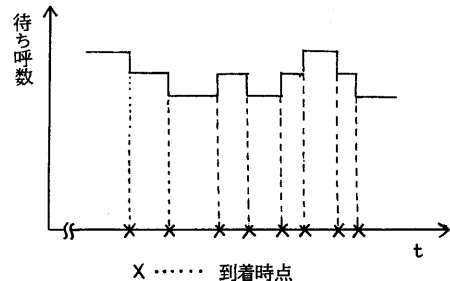


図6 待ち呼数のサンプルパス

但し、 h_i は平衡状態における待ち呼数が i である状態の平均時間長を表す。ここでこの h_i は、状態には無関係で、到着時間間隔の平均を表すことが図からもわかる。従って、次式を得る。

$$p_i = h_i \pi_i / h \sum_j \pi_j = \pi_i$$

結局、このモデルIIIの待ち呼数分布については次の関係が成立する。

$$\pi_i = r_i = p_i$$

4. 発火待ち時間の解析

前章で解析したモデルIIIのままでは待ち時間分布を導出しにくい。ため、モデルIIIからさらに図7のモデルIVを考える。このモデルは、到着する呼のマッチング率を、待ち呼数に依存するサービス率として与えたもので、ここから導かれる待ち時間分布は、モデルIIIにおける系内時間分布に等しい^{*}。

4.1 モデルの記述

図7のモデルIVについて次の仮定をする。

- ① 待ち呼数が i である状態における到着率は $\lambda_i = \lambda(1 - \alpha_i)$ 。但し、 λ はあるポアソン到着の平均到着率。
- ② 待ち呼数が i である状態におけるサービス率は $\mu_i = \lambda \alpha_i$ (即ち、 $\lambda_i + \mu_i = \lambda$)。
- ③ 待ち室は無限容量。
- ④ サービス規律はランダム (SIRO)。
- ⑤ $\alpha_0 = 0$ 、従って $\lambda_0 = \lambda$ 、 $\mu_0 = 0$ 。

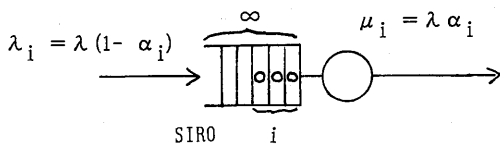


図7 モデルIV

4.2 平衡方程式とその解法

このモデルの待ち時間の分布関数を求める。まず、次の条件付確率を定義する。

$$W^c_n(x) \quad (n \geq 0, x \geq 0)$$

: 着目呼が生じたとき、待ち呼が n 個であるという条件の下で、その呼の待ち時間が x 以上である確率。

^{*} このモデルでは、サービス施設内には常に1個の呼が存在し、系内時間や系内呼数は特に意味のない量になっている。

これは次式を満たす。

$$dW^c_n(x)/dx = (n/(n+1)) \mu_{n+1} W^c_{n-1}(x) + \lambda_{n+1} W^c_{n+1}(x) - \lambda W^c_n(x) \quad (n \geq 0, x \geq 0) \quad (28)$$

ここで次の定義をする。

$$W(z, x) = \sum_{n=0}^{\infty} W^c_n(x) z^n \quad (29)$$

式(29)を用いて整理すると、式(28)は次のように表現できる。

$$(z d^2/dx dz + d/dx) W(z, x) = \tilde{W}(z, x) \quad (30)$$

但し、

$$\begin{aligned} \tilde{W}(z, x) &= \sum_{n=0}^{\infty} F(z, n) W^c_n(x) z^n \\ F(z, n) &= (n+1) z \mu_{n+2} + n z^{-1} \lambda_n - (n+1) \lambda \end{aligned} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (31)$$

ここで次の定義をする。

$$\begin{aligned} W^*(z, s) &= \int_0^{\infty} e^{-sx} W(z, x) dx \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} W^*_n(s) z^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{W}^*(z, s) &= \int_0^{\infty} e^{-sx} \tilde{W}(z, x) dx \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} F(z, n) W^*_n(s) z^n \end{aligned}$$

これらを用いると、式(30)は次のように表せる。

$$(z d/dz + 1) \{s W^*(z, s) - W(z, 0^*)\} = \tilde{W}^*(z, s)$$

ここで、

$$W(z, 0^*) = \sum_{n=0}^{\infty} W^c_n(0) z^n = (1-z)^{-1}$$

に注意して整理すると、次式を得る。

$$(sz d/dz + s) W^*(z, s) - (1-z)^{-2} = \tilde{W}^*(z, s) \quad (32)$$

ここで、この系に生起する呼全体の待ち時間分布を $W^c(x)$ とすると、

$$\begin{aligned} W^c(x) &= \Pr[\text{待ち時間が } x \text{ 以上}] \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} g_n W^c_n(x) \end{aligned} \quad (33)$$

但し、 g_n : 到着呼が会おう待ち呼数の確率
以下、 α_i が一定確率の場合を考える。即ち、

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & (i=0) \\ \alpha & (i=1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

このとき上式と式(31)より次式が得られる。

$$\begin{aligned} \tilde{W}^*(z, s) &= (\alpha z^2 - z + 1) \lambda d W^*(z, s) / dz \\ &\quad + (\alpha z - 1) \lambda W^*(z, s) \end{aligned} \quad (34)$$

式(34)を式(32)に代入して整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} & \{\lambda \alpha z^2 - (s + \lambda)z + \lambda(1 - \alpha)\} dW^*(z, s)/dz \\ & + \{\lambda \alpha z - (s + \lambda)\} W^*(z, s) = -(1-z)^{-2} \quad (35) \end{aligned}$$

この非同次微分方程式の解は次のようになる。

$$W^*(z, s) = K(z, s) \exp \left\{ - \int_0^z h(u, s) du \right\} \quad (36)$$

但し、

$$\begin{aligned} K(z, s) = & - \int G(z, s) h(z, s) e^{H(z, s)} dz \\ & + G(z, s) e^{H(z, s)} + C(s) \quad (37) \end{aligned}$$

$$g(z, s) = - (1-z)^{-2} / \{ \lambda \alpha z^2 - (s + \lambda)z + \lambda(1 - \alpha) \} \quad (38)$$

$$h(z, s) = \{ \lambda \alpha z - (s + \lambda) \} / \{ \lambda \alpha z^2 - (s + \lambda)z + \lambda(1 - \alpha) \}$$

$$G(z, s) = \int g(z, s) dz, \quad H(z, s) = \int h(z, s) dz$$

$$C(s) = -z_0(s)^{-D} z_1(s)^{-E} \cdot \int_0^{z_0(s)} (z - z_0(s))^{D-1} (z - z_1(s))^{E-1} / (1-z)^2 dz$$

$$D = (I(s) - z_0(s)) / (z_1(s) - z_0(s))$$

$$E = (I(s) - z_1(s)) / (z_1(s) - z_0(s))$$

$$I(s) = (s + \lambda) / \lambda \alpha$$

幾分長い計算の後、次のように $K(z, s)$ が求まる。

$$\begin{aligned} K(z, s) = & C(s) - [(z - z_0(s))^{A-1} (z - z_1(s))^{B-1} / (1-z) \\ & + Bt^{-B} Y(1, -B; A; ut/v) / \{z_0(s) (z_0(s) - 1)\} \\ & - Bt^A Y(1, A; A+1; ut/v) / \{z_1(s) (z_0(s) - 1)\} \\ & + Aw^{-A} Y(1, -A; B; vw/u) / \{z_1(s) (z_1(s) - 1)\} \\ & - Aw^B Y(1, B; B+1; vw/u) / \{z_0(s) (z_1(s) - 1)\}] \quad (39) \end{aligned}$$

但し、

$$z_1(s), z_0(s) = \frac{s + \lambda \pm \sqrt{(s + \lambda)^2 - 4\lambda^2 \alpha(1 - \alpha)}}{2\lambda \alpha}$$

$$A = z_1(s) / (z_1(s) - z_0(s))$$

$$B = -z_0(s) / (z_1(s) - z_0(s))$$

$$u = 1 - z_1(s), \quad v = 1 - z_0(s)$$

$$t = (z - z_0(s)) / (z - z_1(s)), \quad w = 1/t$$

$$Y(A, B; C; z) = 1 + A \cdot B \cdot z / (C \cdot 1)$$

$$+ A(A+1) \cdot B(B+1) \cdot z^2 / (C(C+1) \cdot 1 \cdot 2)$$

$$+ \dots : \text{超幾何関数}$$

4. 3 リトルの公式を用いた平均待ち時間の導出

前節において、マッチング率が一定型確率である場合のモデルIVの待ち時間分布を母関数、ラプラス変換を用いて表現した。しかし、そのままの形では数値計算により平均や分散を求めることは困難であると思われる。

そこで本節では、3.3節で得られた結果をもとに、さらにリトルの公式を適用することにより平均待ち時間を導出する。

モデルIIIの任意時点での平均待ち呼数は、3.3節の結果より、到着直前における平均待ち呼数 \bar{Q} に等しいので、リトルの公式を用いることにより、呼が待ち行列Qに到着してから退去するまでの平均待ち時間が以下のように求まる。

図5の系への呼の到着率 λ は、到着間隔分布 $F(t)$ より次式で表される。

$$1/\lambda = \int_0^\infty t dF(t) \quad (40)$$

また、図中で待ち行列Qへの到着率 λ^* は、式(6)を用いて次式のようになる。

$$\begin{aligned} \lambda^* &= \sum_{i=0}^\infty \lambda(1 - \alpha_i) \pi_i \\ &= \lambda \sum_{i=0}^\infty \pi_i - \lambda \sum_{i=0}^\infty \alpha_i \pi_i = \lambda/2 \quad (41) \end{aligned}$$

よって、平均待ち時間 W は、

$$W = \bar{Q} / \lambda^* = 2\bar{Q} / \lambda \quad (42)$$

この式に式(12)、(21)、(26)を代入することにより、 α_i のそれぞれの型に対する平均待ち時間が得られる。

5. 数値例

図8に、モデルIIIにおける待ち呼数が0である確率 π_0 を示す。この π_0 はこの系への平均到着率 λ には無関係であり、 α, β の値により定まる。 α が0に近づく、 β の値にかかわらず、 π_0 は0.5に近づく。これは、 α_i が、 $\alpha_0 = 0, \alpha_i = 1$ ($i=1, 2, 3, \dots$) である場合に相当するからである。言い換えると、Q内に呼がないときにはQ内に並び、Q内に呼があると必ずマッチングするという場合に相当し、待ち呼数が0, 1, 0, 1, \dots という状態をとるからである。また、 $0 < \pi_0 < 0.5$ では、 $\alpha = 1$ のとき $\pi_0 > 0$ であるのに対し、 $\beta > 0.5$ では $\pi_0 = 0$ になる。これは、 $\alpha = 1$ では、 α_i が一定型確率 $\alpha_0 = 0, \alpha_i = 1 - \beta$ ($i=1, 2, 3, \dots$) になり、 $\beta > 0.5$ ではマッチングする確率が半分より小さく、従って、定常状態が存在せず、行列長が発散してしまうからである。

図9、10にモデルIIIにおける待ち呼数の平均と分散を示す。図9において、 $\alpha = 1.0$ はマッチング率 α_i が一定型、 $\beta = 1.0$ は指数型に相当し、それぞれ図10の一般の準指数型 $\alpha_i = 1 - \beta \cdot \alpha^i$ の特別な場合である。図10において、 $0 < \beta < 0.5$ では、 α が1に近づいても平均、分散は共に有限値をとるが、 $\beta > 0.5$ では発散してしまう。これは図8の π_0 の場合と同様

の理由からである。 $\beta > 1$ の場合でも、 α が $1/\beta$ に近づくと発散すると考えられるが、その前に計算不能になり値が得られなかった。実際の数値計算は、例えば平均の場合は、式(26)において j の値を 1 から増加させ、得られた \bar{Q} の値と前の $j-1$ のときの値との差が 10^{-10} 以下になるまで加えてそれを解とするのであるが、これが収束しなくなったものと考えられる。

図11、12には、モデルIIにおける平均総系内時間 θ_t (ある呼が、 Q_1 内に到着してから、マッチングして Q_2 から退去するまでの時間) と、 Q_2 内にお

る平均待ち時間 θ_2 (=モデルIIIにおける平均待ち時間) を示した。 θ_2 は、4.3 節でリトルの公式により得られた式(42)を計算したものであり、 θ_t はそれに Q_1 での平均系内時間 θ_1 (M/M/1の平均系内時間) を加えたものである(即ち、 $\theta_t = \theta_1 + \theta_2$)。但し、 $\mu = 1.0$ とした。図11は $\alpha = 0.55$ 、図12は $\beta = 1.0$ にそれぞれ固定した場合の値である。いずれの場合にも θ_t には最小値が存在することがわかる。これは、次の様に説明できる。高負荷領域においては、 Q_2 ではマッチングする割合が大きくなり待ち時間 θ_2 は小さ

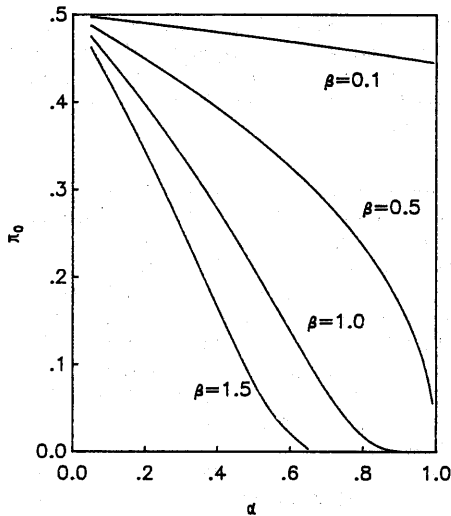


図8 π_0 の値

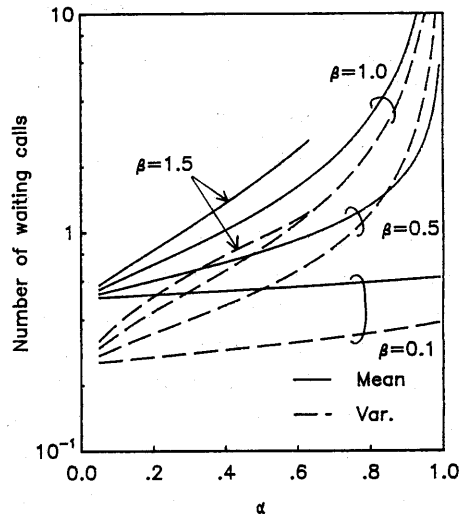


図10 待ち呼数の平均、分散(2)

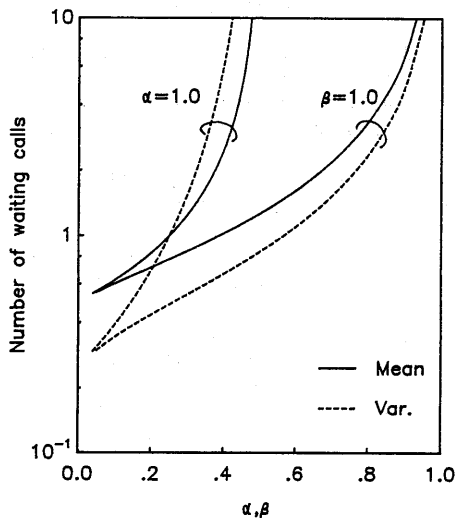


図9 待ち呼数の平均、分散(1)

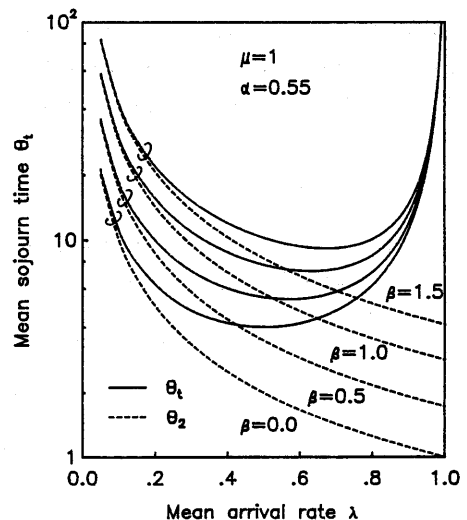


図11 平均系内時間 (α : 固定)

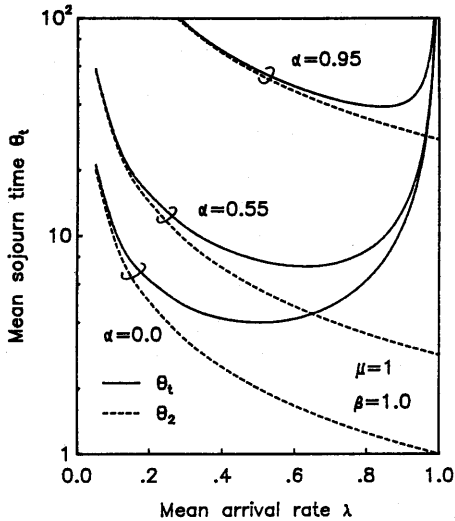


図12 平均系内時間 (β : 固定)

くなるが、 Q_1 での待ち時間 θ_2 が増大する。逆に低負荷領域では、 θ_1 は減少するが、 Q_2 でマッチングするまでに時間がかかり θ_2 が増大する。即ち、この2つの領域で θ_t が増大するから、結局最小値が存在することになる。また、いずれの図においても、 $\alpha = 0.0$ (または $\beta = 0.0$)の値が下限になっており、少なくともモデルIIIを通過するには、この場合の最小値だけの時間がかかることがわかる。このことは、通常の待ち行列においては、待ち時間が0のときには処理時間分だけで通過できることと比較すると、マッチングという機構が必要であるということに起因するデータフロー制御独特の現象であるといえる。また、図11、12でそれぞれパラメータにしている α 、 β の増加に伴い、 θ_t の最小値を与える λ の値が増加していることもわかる。

6. むすび

本論文では、交換システム中の信号処理装置に、データフロー制御方式を適用した場合のMS部のトラヒック特性を数値解析により評価した。待ち呼数の平均と分散に関しては、マッチング率 α_i の形が特性にかなり影響を及ぼすことが明らかになった。実際に α_i がどのような分布になっているかは、今後、ここで得られた数値結果と、実測やシミュレーションの結果とを照合させて決定することになる。また、待ち時間の分布を母関数、ラプラス変換を用いて表現し、リトルの公式により、その平均を導出した。その結果、

MS部の系内時間の最小値を与えるような到着率 λ の値が存在することがわかった。また、このシステムでは、マッチングのための待ち合せを行うので、処理時間の他に少なくともある程度待たなければならない時間が存在することも明らかになった。

今後の課題としては、

- ①本論文で得られた結果と、実測値、シミュレーション値との比較
- ②信号処理装置全体の近似解析
- ③呼の到着過程が相互に独立でない場合の解析が挙げられる。

謝辞 本研究を進めるにあたり、有益な御助言を頂いた当所処理方式研究室協村慶明主幹研究員をはじめ関係各位に深謝致します。また、日頃から熱心に御討論頂くトラヒック研究室川島幸之助室長をはじめ、トラヒック研究室、橋田特別研究室の諸氏に深謝致します。

《文献》

- [1] Amamiya M., Hasegawa R., Nakamura O., Mikami H. : " A list-processing-oriented data flow machine architecture ", NCC, pp.143-151 (1982).
- [2] Dennis J.B., Misnas D.P. : " A preliminary architecture for a basic data-flow processor ", The 2nd Annual Symposium on Computer Architecture, pp.126-132 (1975).
- [3] 奥平, 曾和 : " データフロー処理向きの言語の一設計 ", 信学会データフローワークショップ, pp.111-117 (1986).
- [4] 寺田, 西川, 浅田 : " D^{AL}による図的言語処理体系とその一実現法について ", 信学会データフローワークショップ, pp.119-126 (1986).
- [5] 山口, 平木, 弓場 : " データ駆動型シングルチップ・プロセッサによる並列計算機の構想 ", 信学会データフローワークショップ, pp.9-15 (1986).
- [6] 戸倉, 清水, 原, 嶋, 他 : " データ駆動型プロセッサQ-Pのアーキテクチャ ", 情処第32回(昭61前期)全大, 5R-4, pp.213-214.
- [7] 山下, 秋山 : " データフロー制御交換方式 ", 信学技報, SE81-77, pp.25-32 (1981).
- [8] 永瀬, 二神, 増尾 : " データフロー制御方式の実時間多重処理への適用 ", 信学会データフローワークショップ, pp.159-165 (1986).
- [9] 二神, 山口, 永瀬, 増尾 : " データフロー制御を適用したIインタフェースの信号処理 ", 信学技報, SE86-12, pp.31-36 (1986).
- [10] 浅田, グェン, 堀, 斉藤, 猪瀬 : " データフロー計算機における故障検出の一方式 ", 情処分散処理システム研究会, 1-4, pp.1-10 (1979).
- [11] 大山, 浅田, 斉藤, 猪瀬 : " 分散型データフロー計算機のプログラムモデルを用いた性能評価 ", 信学技報, EC80-14, pp.37-48 (1980).
- [12] 大山, 斉藤, 猪瀬 : " 分散型データフロー計算機の待ち行列モデルを用いた理論解析 ", 信学論(D), J67-D, 4, pp.413-420 (昭59-4).
- [13] 能上, 片山 : " データフロー制御方式における待ち行列モデルの一考察 ", 昭61信学通信全大, 111.
- [14] 能上 : " データフロー制御方式とそのトラヒックモデルについて ", OR学会第21回SSOR, pp.36-39 (1986).