

## 高精度スペクトル推定のための並列処理

## アーキテクチャ

Parallel Processing Architecture  
for High Precision Spectrum Estimation

宮永 喜一, 永井 信夫, 永田 邦一,  
Yoshikazu Miyanaga, Nobuo Nagai, Kuniichi Nagata,

北海道大学 応用電気研究所, 北海道大学 工学部,  
Res. Inst. of Appl. Elec. Hokkaido Univ., Faculty of Engineering Hokkaido Univ.

## 1. まえがき

複雑な信号処理を並列演算で行うことにより処理の高効率を得る方式について最近関心が高まってきている。<sup>(2)~(7)</sup>

並列処理はすでに様々なアーキテクチャにより設計・実現され、多くの形態を見る事ができる。<sup>(4)</sup> この形態の中には、汎用的な処理方式を持つものと専用のな処理方式を持つものに分けられる。汎用的な処理方式は多くの処理アルゴリズムに対し有効であり、各アルゴリズムについてそれなりの並列性が保持される。一方専用のな処理方式は、限られたアルゴリズムにしか有効ではない、しかしその処理速度は可能な限り理想化され汎用的処理形態では得られない高効率を持つ。<sup>(3)</sup>

専用のな処理を行うアーキテクチャの中にVLSIによる実現を目的とする方式がある。<sup>(3)~(7)</sup> 実現の形態がVLSIとなれば、アーキテクチャについての制約はさらに厳しくなる。すなわち、ピン数、コスト、インター及びイントラコネクション、同期・非同期上の制約等々が存在する。しかし、VLSIで設計可能となれば、小型で高効率かつ高速度の専用処理を行う装置が多量に実現できる。

VLSIによる実現の場合、対象となる信号処理は入力、出力に関する要素数や転送数に比べ、要素の計算量が膨大であり、かつ規則性のある計算が行える処理でなければならないであろう。

本稿で提案するアーキテクチャは、高精度スペクトル推定を目指した並列処理アーキテクチャである。

対称となる処理は、スペクトル推定の分野で高精度な処理が可能とされている方式で、自己回帰移動平均

モデル(ARMAモデル)による分析を用いた。ARMAモデルの係数推定にはいくつかの手法が提案されているが、<sup>(8)~(9)</sup> 本稿では、アルゴリズム上で従来の計算量をARMA係数の個数の3乗に比例する計算量より2乗に比例する計算量に減少させた高速算法を用いる。<sup>(11)</sup> このアルゴリズムをシストリックアレイにより実現すれば、計算量を次次に比例する量に減少させることが可能であることを示す。

シストリックアレイを実現するためいくつかの条件を考え、その条件を満足するようにアルゴリズムを変形させ、設計を行った。条件の中には、各計算ユニットの単純化と独立性の向上を目的とするものを含めており、アルゴリズムを並列向きの処理に変える条件も考慮している。これらの条件を用いて、基本アルゴリズムを並列処理向きに拡張し、さらにシストリックアレイ用にそれらのアーキテクチャの設計を行う。

さらに従来の手法、高速算法及び本稿で提案する処理法の比較を行うため、計算効率を求め、従来の手法に比べ、2桁以上の計算効率向上を得る事を示す。

2. 高精度スペクトル推定<sup>(11)</sup>

本章では信号のスペクトルを精度よく推定する手法について考察する。高精度なスペクトル推定は、自己回帰移動平均過程(Autoregressive and Moving-Average process 以下略してARMA過程と称す。)により可能となる。ARMA過程は線形モデルの1つであり、スペクトルのエネルギー集中(共振)と分散(反共振)を表現できる。すなわち、モデルの入力と出力を各々  $u(k)$  及び  $y(k)$  とする時、

$$y(k) = -\sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{j=0}^m b_j u(k-j) \quad (1)$$

と表現される。ここで  $a_i$  ( $i=1, \dots, n$ ),  $b_j$  ( $j=1, \dots, m$ ) はARMA係数である。式(1)の両辺をZ変換すると、

$$Y(z^{-1}) = H(z^{-1}) U(z^{-1}) \\ = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (2)$$

を得る。従って、式(1)の線形モデルはスペクトル上の共振と反共振が表現可能である。

線形モデルは線形処理を行う場合に有効なモデルである。一方非線形処理を行い信号のスペクトルを求める方法もある。<sup>(12)</sup>

本稿では線形処理にもついで高精度スペクトル推定を考える。これは、線形処理が並列処理向けに表現でき、並列処理アーキテクチャが可能となるからである。以下では、式(1)に対する係数推定法を示す。<sup>(9)~(11), (13)</sup>

式(1)の入力を

$$E[u(k)] = 0 \\ E[u(k)u(l)] = \delta_{k,l} \sigma_u^2 \quad (3)$$

なる性質の白色ガウス過程とする。さらに観測信号を  $y(k)$  とすれば、モデルのARMA係数を推定する事は観測信号のスペクトルを求めることと一致する。

さて、式(1)に対する推定モデルを

$$\hat{y}(k) = -\sum_{i=1}^n \hat{a}_i y(k-i) + \sum_{j=0}^t \hat{b}_j u(k-j) \quad (4)$$

としよう。この時次のような評価関数を定義する。

$$V_{s,t} = \frac{\sigma_u^2}{2\pi j} \oint_{|z|=1} |H(z^{-1})\hat{A}(z^{-1}) - \hat{B}(z^{-1})|^2 \frac{dZ}{Z} \quad (5)$$

ここで

$$\hat{A}(z^{-1}) = 1 + \hat{a}_1 z^{-1} + \dots + \hat{a}_n z^{-n} \quad (6)$$

$$\hat{B}(z^{-1}) = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 z^{-1} + \dots + \hat{b}_t z^{-t} \quad (7)$$

とする。

式(5)は図1のブロックダイアグラムより与えられる  $V_{s,t}(k)$  の2乗平均値と考えられる。すなわち

$$V_{s,t} = E[(V_{s,t}(k))^2] \quad (8)$$

ただし、 $V_{s,t}(k)$  は

$$V_{s,t}(k) = y(k) - \hat{y}(k) \\ = y(k) - \{-\hat{a}_1 y(k-1) - \dots - \hat{a}_n y(k-n) \\ + \hat{b}_0 u(k) + \dots + \hat{b}_t u(k-t)\} \quad (9)$$

となる。式(9)に対して

$$\alpha_{s,t}^T = [1 \ \hat{a}_1 \ \dots \ \hat{a}_n \ ; \ \hat{b}_0 \ \dots \ \hat{b}_t] \\ h_{s,t}^T(k) = [y(k) \ \dots \ y(k-s) \ ; \ u(k) \ \dots \\ u(k-t)] \quad (10)$$

なるベクトルを定義すれば、 $V_{s,t}(k)$  は

$$V_{s,t}(k) = h_{s,t}^T(k) \alpha_{s,t} \quad (11)$$

と表現できる。さらに、式(8)を最小とする  $\alpha_{s,t}$  は

$$\alpha_{s,t}^T = E[h_{s,t}(k) h_{s,t}^T(k)] \\ = [V_{s,t}^V \ 0 \ \dots \ 0 \ ; \ 0 \ \dots \ 0] \quad (12)$$

より計算できる。ここで  $V_{s,t}^V$  は  $V_{s,t}$  の最小値、式(12)はARMA係数推定のための正規方程式であり係数が推定された時の  $V_{s,t}$  の最小値 ( $\min V_{s,t}$ ) も同時に求められる。

高精度スペクトル推定は式(12)を解くことで可能となる。しかし、式(12)を解くには一般に  $(s+t+2)$  次の逆行列式を解く必要があり、その時の計算量は  $(s+t+2)^3$  に比例した量となる。そこで、その計算量を  $(s+t+2)^2$  に比例した量に減少させる高速算法がすでに提案されている。<sup>(11)</sup> 以下にその結果のみを示す。

[ラリコ"リズム (a)]

$$\alpha_{s+1,t} = I_{1,a} \alpha_{s,t} + \mu_1 I_{2,a} \beta_{s,t}^a \\ \beta_{s+1,t}^f = I_{1,a} [\beta_{s,t}^f + \mu_2 \beta_{s,t}^g]$$

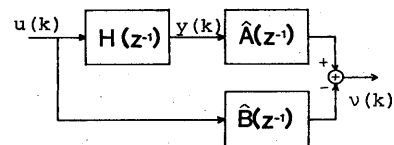


Fig.1 Block diagram for the least-squares estimation problem of Eq. (5).

$$\beta_{s+1,t}^a = \mathbb{I}_{2,a} \beta_{s,t}^a + \mathbb{I}_{1,a} [\mu_3 \alpha_{s,t} + \mu_4 \beta_{s,t}^f + \mu_5 \beta_{s,t}^g] \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mu_1 &= -\tau_1 / V_{s,t}^v, & \mu_2 &= -V_{s,t}^{r\xi} / V_{s,t}^v \\ \mu_3 &= -\tau_1 / V_{s,t}^v, \\ \mu_4 &= (-\tau_2 V_{s,t}^v + \tau_3 V_{s,t}^{r\xi}) / \{(V_{s,t}^{r\xi})^2 - V_{s,t}^r V_{s,t}^v\} \\ \mu_5 &= \mu_2 \mu_4 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} V_{s+1,t}^v &= V_{s,t}^v + \mu_1 \tau_1 \\ V_{s+1,t}^{\xi} &= V_{s,t}^{\xi} + \mu_3 \tau_1 + \mu_4 \tau_2 + \mu_5 \tau_3 \\ V_{s+1,t}^r &= V_{s,t}^r + \mu_2 V_{s,t}^{\xi} \\ V_{s+1,t}^{r\xi} &= \tau_2 + \mu_2 \tau_3 \end{aligned} \quad (15)$$

ただし,

$$\begin{aligned} V_{s,t}^v &= E[(\nu_{s,t}(k))^2], & V_{s,t}^{\xi} &= E[(\xi_{s,t}(k))^2], \\ V_{s,t}^r &= E[(\gamma_{s,t}(k))^2], & V_{s,t}^{r\xi} &= -E[\gamma_{s,t}(k) \xi_{s,t}(k)]. \end{aligned}$$

さらに

$$\begin{aligned} \gamma_{s,t}(k) &= -h_{s,t}^T(k) \beta_{s,t}^f, \\ \xi_{s,t}(k) &= h_{s,t}^T(k) \beta_{s,t}^g \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{I}_{1,a} [w_1 \dots w_{s+1} \mid w_{s+2} \dots w_{s+t+2}]^T &= [w_1 \dots w_{s+1} \ 0 \mid w_{s+2} \dots w_{s+t+2}]^T, \\ \mathbb{I}_{2,a} [w_1 \dots w_{s+1} \mid w_{s+2} \dots w_{s+t+2}]^T &= [0 \ w_1 \dots w_{s+1} \mid 0 \ w_{s+2} \dots w_{s+t+2}]^T, \\ \tau_1 &= E[y(k-s-1) \nu_{s,t}(k)], \\ \tau_2 &= -E[y(k-s-1) \gamma_{s,t}(k)], \\ \tau_3 &= E[y(k-s-1) \xi_{s,t}(k)]. \end{aligned}$$

式 (16) の関係式を用いると、式 (13) は図 2 のようなデジタルフィルタを表現しているとも考えられる。このフィルタはその構造上の特徴より、ラティスフィルタと呼ばれ、特に図 2 は AR 型ラティス逆フィルタ基本区間と呼ばれる。<sup>(11)</sup>

[ アルゴリズム (b) ]

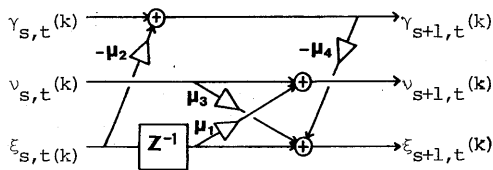


Fig.2 Inverse lattice filter of AR type.

$$\begin{aligned} \alpha_{s,t+1} &= \mathbb{I}_{1,b} \alpha_{s,t} + \eta_1 \mathbb{I}_{2,b} \beta_{s,t}^f \\ \beta_{s,t+1}^f &= \mathbb{I}_{2,b} \beta_{s,t}^f + \mathbb{I}_{1,b} [\eta_3 \alpha_{s,t} + \eta_5 \beta_{s,t}^f + \eta_4 \beta_{s,t}^g] \\ \beta_{s,t+1}^g &= \mathbb{I}_{1,b} [\beta_{s,t}^g + \eta_2 \beta_{s,t}^f] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \eta_1 &= -\tau_1' / V_{s,t}^r, & \eta_2 &= -V_{s,t}^{r\xi} / V_{s,t}^r \\ \eta_3 &= -\tau_1' / V_{s,t}^v, \\ \eta_4 &= (-\tau_3' V_{s,t}^r + \tau_2' V_{s,t}^{r\xi}) / \{(V_{s,t}^{r\xi})^2 - V_{s,t}^r V_{s,t}^v\} \\ \eta_5 &= \eta_2 \eta_4 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} V_{s,t+1}^v &= V_{s,t}^v + \eta_1 \tau_1' \\ V_{s,t+1}^{\xi} &= V_{s,t}^{\xi} + \eta_2 V_{s,t}^{r\xi} \\ V_{s,t+1}^r &= V_{s,t}^r + \eta_3 \tau_1' + \eta_4 \tau_2' + \eta_5 \tau_3' \\ V_{s,t+1}^{r\xi} &= \tau_3' + \eta_2 \tau_2' \end{aligned} \quad (19)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \mathbb{I}_{1,b} [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{s+1} \mid w_{s+2} \ \dots \ w_{s+t+2}]^T &= [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{s+1} \mid w_{s+2} \ \dots \ w_{s+t+2} \ 0]^T \\ \mathbb{I}_{2,b} [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{s+1} \mid w_{s+2} \ \dots \ w_{s+t+2}]^T &= [0 \ w_1 \ \dots \ w_s \mid 0 \ w_{s+2} \ \dots \ w_{s+t+2}]^T \\ \tau_1' &= -E[u(k-t-1) \nu_{s,t}(k)] \\ \tau_2' &= E[u(k-t-1) \gamma_{s,t}(k)] \\ \tau_3' &= -E[u(k-t-1) \xi_{s,t}(k)] \end{aligned}$$

図 3 は MA 型ラティス逆フィルタ基本区間と呼ばれる。図 3 は式 (16) の関係式を式 (17) に用いることにより求められる。<sup>(11)</sup>

アルゴリズム (a) 及び (b) を任意の順序により用いる事で、ARMA の次数が 1 次づつ増加する。従って  $s=t=0$  よりアルゴリズム (a), (b) を用

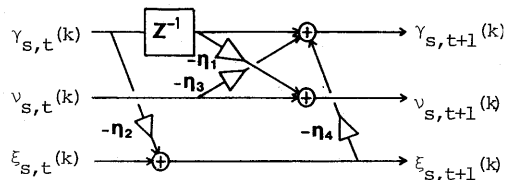


Fig.3 Inverse lattice filter of MA type.

い任意の次数で計算を終了する事が可能となる。この時の初期条件は、 $s = t = 0$  であるから、

$$\begin{aligned} \alpha_{0,0}^T &= [ 1 \quad \vdots \quad \tau_c(0) / \sigma_u^2 ] \\ \beta_{0,0}^{f,T} &= [ 0 \quad \vdots \quad 1 ] \\ \beta_{0,0}^{b,T} &= [ 1 \quad \vdots \quad 0 ] \\ V_{0,0}^v &= \tau_a(0) - \tau_c^2(0) / \sigma_u^2 \\ V_{0,0}^s &= \tau_a(0) \\ V_{0,0}^r &= \sigma_u^2 \\ V_{0,0}^{fs} &= -\tau_c(0) \end{aligned} \quad (20)$$

となる。但し  $\tau_a(i) = E[ y(k) y(k-i) ]$ ,  $\tau_c(i) = E[ y(k) u(k-i) ]$ .

式 (20) の初期条件から任意の次数の ARMA 係数が推定できる。<sup>(11)</sup> 特に、この時の計算量は  $(s+t+1)^2$  に比例した量であり、少ない計算量で式 (12) の  $\alpha_{s,t}$  が求められる。

### 3. 並列計算向きアルゴリズム

前章で述べたアルゴリズムが並列処理向きのアルゴリズムに表現できる事は容易に理解できる。

( $s, t$ ) 次の ARMA 係数を求める演算を行う事は、図 4 の ARMA ラティス逆フィルタの係数を計算することに相当する。これは、アルゴリズム (a)、(b) が図 2, 3 の基本区間を実現していることからわかる。各基本区間の係数を求める事により式 (13)、(17) の各係数ベクトルが計算でき、さらにその基本区間を図 4 のように縦続接続することで所望の次数における ARMA 係数が計算できたことになる。

ここで図 4 の構成を考える。図 4 では、各基本区間が縦続接続によって 1 つのフィルタを実現している。従って各区間の係数計算を独立・同時に行う事が可能である。この性質を利用したシストリックアレイによる並列処理アルゴリズムがすでに提案されている。

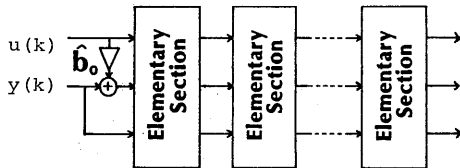


Fig. 4 Inverse ARMA digital lattice filter.

本稿で取り扱う並列処理方式は、従来のものと異なり、次の条件を満足するように設計する。

条件 (c1) 推定モデルの次数も未知であるから、考える全ての次数について同時に計算できるようにする。

条件 (c2) フィルタの基本区間をより単純化し、各係数に関する計算量をさらに減らす。

条件 (c3) 基本区間を設計するにあたり、平方根や対数等の被計算要素に対する正負判定等の処理を行うことを避ける。

条件 (c4) 同時に行える処理を最大限用いる。

条件 (c1) について、図 4 のような構成でシストリックアレイを設計した場合、推定モデルの次数は固定されてしまい、次数検定量を用いた次数推定は不可能である。しかし、一般に観測される信号は、そのモデルの次数も未知であり、係数とともに次数も推定する必要がある。そのため考える範囲での全次数に関する推定が要求される。

条件 (c2) について、図 2, 3 より各基本区間の係数は 4 つあるが、この係数の個数が減少すれば、当然処理系全体がより簡単になる。本稿では、基本区間の係数を 2 つにへらす新しい設計法を示す。

条件 (c3) は、各区間を独立に処理可能とするための条件と考えられる。すなわち、平方根等が存在する場合、その被計算要素の正負判定が必要となるため、処理が複雑になる。さらにその判定で負となった場合は、次のステップでは処理がなくなる。これらの判定がなければ、信号の流れが同期とともに処理され

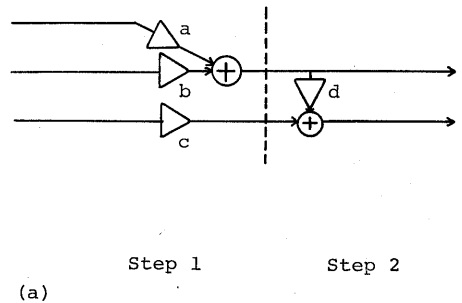


Fig. 5 Digital filter for parallel processing. (a) Two step calculation.

問題が生じない。

条件 (c4) は、並列処理において重要な条件と考えられる。たとえば図 5 のような処理の流れを考えてみよう。図 5 (a) の全体の計算量は図 5 (b) に比べ少ないが、2 ステップを経て結果を得る。一方、図 5 (b) は1つのステップにより結果が求められる。これは、図 5 (b) のフィルタ係数に ad と bd を用いたため、フィルタの構造が並列処理向きになったためである。並列処理向きアルゴリズムを求める場合の問題点とは、どのくらいの時間ステップを必要とするかであり、計算量の空間的分布 (例えば図 5 (b)) はあまり問題にならない。

#### 4. 各基本区間とアダプター

最初に基本区間の簡単化を行う。これは条件 (c3) を考慮しながら条件 (c2) を行うことを意味する。

最初に AR 型ラティス逆フィルタ基本区間について考察しよう。図 2 を見ればわかるように、この基本区間の中で、 $\gamma_{s,t}(k)$  と  $\xi_{s,t}(k)$  の間が2つの

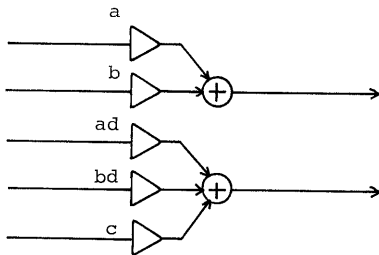


Fig.5 Digital filter for parallel processing.  
(b) One step calculation.

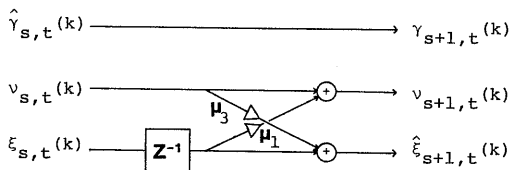


Fig.6 AR order-update section

係数によって関係づけられている。すなわち、図 2 より得られる

$$\begin{aligned} v_{s+1,t}(k) &= v_{s,t}(k) - \mu_1 \xi_{s,t}(k-1) \\ \gamma_{s+1,t}(k) &= \gamma_{s,t}(k) - \mu_2 \xi_{s,t}(k) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \xi_{s+1,t}(k) &= \xi_{s,t}(k-1) + \mu_3 v_{s,t}(k) \\ &\quad - \mu_4 \gamma_{s+1,t}(k) \end{aligned} \quad (22)$$

に用いられている  $\mu_2$ ,  $\mu_4$  である。もしここで式 (21) において  $\xi_{s,t}(k)$  と関連のない新しい信号  $\hat{\gamma}_{s,t}(k)$  と式 (22) において  $\gamma_{s+1,t}(k)$  に関連のない新しい信号  $\hat{\xi}_{s+1,t}(k)$  を導入すれば  $\mu_2 = \mu_4 = 0$  となる。すなわち、

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_{s,t}(k) &= \gamma_{s,t}(k) - \mu_2 \xi_{s,t}(k) \\ \hat{\xi}_{s,t}(k) &= \xi_{s,t}(k) - \mu_2 \gamma_{s,t}(k) \end{aligned} \quad (23)$$

となる 2つの信号を全ての次数について定義すれば

$$\begin{aligned} E[\hat{\gamma}_{s,t}(k) \xi_{s,t}(k)] &= 0 \\ E[\hat{\xi}_{s,t}(k) \gamma_{s,t}(k)] &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

を得る。従って  $\mu_2 = 0$ ,  $\mu_4 = 0$  を得る。ただし、 $\mu_4 = 0$  は  $E[\hat{\xi}_{s+1,t}(k) \hat{\gamma}_{s+1,t}(k)] = 0$  より計算される。この 2つの信号を用いる事により図 2 の基本区間は図 6 となる。

ここで式 (23) の新しい量について考えてみよう。式 (16) で与えられている  $\gamma_{s,t}(k)$  および  $\xi_{s,t}(k)$  は文献 (11) で示されているように

$$\begin{bmatrix} \gamma_{s,t}(k) \\ \xi_{s,t}(k) \end{bmatrix} \perp [y(k) \dots y(k-s+1) \\ u(k) \dots u(k-t+1)] \quad (25)$$

ここで  $\perp$  は直交関係を意味しており、 $\gamma_{s,t}(k)$  と  $y(k)$  が直交するとは  $E[\gamma_{s,t}(k) y(k)] = 0$  を意味する。さらに

$$\begin{aligned} \gamma_{s,t}(k) &= u(k-t) - \hat{u}_b(k-t) \\ \xi_{s,t}(k) &= y(k-s) - \hat{y}_b(k-s) \end{aligned} \quad (26)$$

であって  $\hat{u}_b(k-t)$ ,  $\hat{y}_b(k-s)$  は各々入力と出力の後ろ向き予測誤差を意味している。従って、式 (23), (24) より  $\hat{\gamma}_{s,t}(k)$  は  $\gamma_{s,t}(k)$  と  $\xi_{s,t}(k)$  の線形結合でありかつ  $\xi_{s,t}(k)$  と直交しているので

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_{s,t}(k) &\perp [y(k) \dots y(k-s) \\ &\quad u(k) \dots u(k-t+1)] \end{aligned} \quad (27)$$

を満足している。

さらに  $\hat{\xi}_{s,t}(k)$  も  $\xi_{s,t}(k)$  と  $\gamma_{s,t}(k)$  の線形結合で表現でき、 $\gamma_{s,t}(k)$  と直交しているので

$$\hat{\xi}_{s,t}(k) \perp [y(k) \dots y(k-s+1) \\ u(k) \dots u(k-t)] \quad (28)$$

となる。この2つの信号はARMAラティスフィルタの規格化を行う場合にも重要な役割を果たしている。(13)

次に式(23)の予測誤差を導入して、図3のMA型ラティス逆フィルタ基本区間を単純化しよう。この場合も式(24)が成立するので、式(17)より得られる次の予測誤差式

$$\begin{aligned} \nu_{s,t+1}(k) &= \nu_{s,t}(k) - \eta_1 \gamma_{s,t}(k-1) \\ \gamma_{s,t+1}(k) &= \gamma_{s,t}(k) - \eta_3 \nu_{s,t}(k) \\ &\quad - \eta_4 \xi_{s,t+1}(k) \quad (29) \\ \xi_{s,t+1}(k) &= \xi_{s,t}(k) - \eta_2 \gamma_{s,t}(k) \quad (30) \end{aligned}$$

が次式のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \nu_{s,t+1}(k) &= \nu_{s,t}(k) - \eta_1 \gamma_{s,t}(k-1) \\ \hat{\gamma}_{s,t+1}(k) &= \gamma_{s,t}(k-1) - \eta_2 \nu_{s,t}(k) \quad (31) \end{aligned}$$

従って式(31)より図7のような新しいMA型基本区間が設計できる。

いずれの区間とも条件(c2)と(c3)は満足している。しかし、各区間の入力と出力は一致していないため、この区間の接続方法は各区間を交互に接続するだけであり、同一区間は接続不可能である。従って、任意の次数でARMAモデルを実現することは不可能となる。そこで、同一区間が接続できるようなアダプターを設計すれば、上述の問題点は、解決できる。

本稿の目的は、同時に全ての次数のフィルタの係数

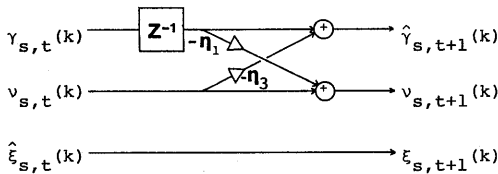


Fig.7 MA order-update section.

を求める事であるから、フィルタの構造を次のように定める。

(i) ARとMA次数の差だけを最初の段階で実現する。

(ii) 次の段階で2つの基本区間を交互に用いて所望の次数のARMAラティスフィルタを実現する。

従って、以下では  $s \geq t$  と  $s < t$  の2つの場合について考察する。

a)  $s \geq t$  の場合

フィルタの実現において  $s-t$ 個のAR型ラティス逆フィルタ基本区間の縦続接続が必要となる。AR型ラティス逆フィルタ基本区間の連続接続には、 $\nu_{s,0}(k)$ ,  $\hat{\gamma}_{s,0}(k)$ ,  $\xi_{s,0}(k)$  を入力し  $\nu_{s+1,0}(k)$ ,  $\hat{\gamma}_{s+1,0}(k)$ ,  $\xi_{s+1,0}(k)$  を出力する必要がある。

式(21)~(23)より

$$\begin{aligned} \nu_{s+1,0}(k) &= \nu_{s,0}(k) + \mu_1 \xi_{s,0}(k-1) \\ \hat{\gamma}_{s+1,0}(k) &= \hat{\gamma}_{s,0}(k) \\ \xi_{s+1,0}(k) &= \xi_{s,0}(k-1) + \mu_3 \nu_{s,0}(k) \\ &\quad - \mu_4 \hat{\gamma}_{s,0}(k) \quad (32) \end{aligned}$$

従って式(23)より

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_{s+1,0}(k) &= \hat{\gamma}_{s,0}(k) - \mu_2 (\xi_{s,0}(k-1) \\ &\quad + \mu_3 \nu_{s,0}(k) - \mu_4 \hat{\gamma}_{s,0}(k)) \\ &= (1 + \mu_2 \mu_4) \hat{\gamma}_{s,0}(k) - \mu_2 \cdot \\ &\quad \xi_{s,0}(k-1) + \mu_2 \mu_3 \nu_{s,0}(k) \quad (33) \end{aligned}$$

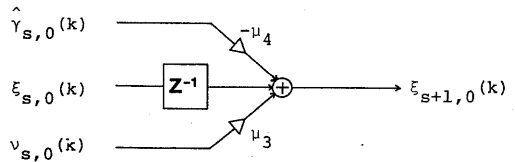


Fig.8 AR type adaptor for  $\xi_{s+1,0}(k)$  (ADP01).

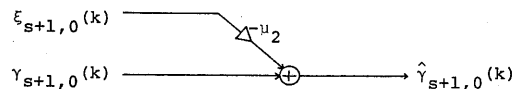


Fig.9 AR type adaptor for  $\hat{\gamma}_{s+1,0}(k)$  (ADP02).

式 (32), (33) よりAR型のアダプターができるが各推定誤差の係数にはいくつかの演算が含まれているため1論理遅れの間次時刻の推定誤差が計算できない。そこで、次のような2つの回帰式に分割する。

$$\begin{aligned} \xi_{s+1,0}(k) &= \xi_{s,0}(k-1) + \mu_3 \nu_{s,0}(k) \\ &\quad - \mu_4 \hat{\gamma}_{s,0}(k) \end{aligned} \quad (34)$$

及び

$$\hat{\gamma}_{s+1,0}(k) = \gamma_{s+1,0}(k) - \mu_2 \xi_{s+1,0}(k) \quad (35)$$

従って2つのアダプターが設計できる。ただし、式(32)の第1,2行はすでに図6の基本区間により実現されているのでここでは必要ない。図8に式(34)のアダプター(ADP01)を、図9に式(35)のアダプター(ADP02)を示す。式(34)の右辺第1,2項は図6の区間の中でも実現されている、しかし条件(c4)より式(34)はあらためてアダプターとして実現した。

b)  $s < t$  の場合

$t-s$ 個のMA型ラティス逆フィルタ基本区間の縦続接続が最初の設計に必要な。従って  $\nu_{0,t}(k)$ ,  $\gamma_{0,t}(k)$ ,  $\hat{\xi}_{0,t}(k)$  を入力し  $\nu_{0,t+1}(k)$ ,  $\gamma_{0,t+1}(k)$ ,  $\hat{\xi}_{0,t+1}(k)$  を出力するようなフィルタの設計が必要となる。

式(29), (30)より

$$\nu_{0,t+1}(k) = \nu_{0,t}(k) - \eta_1 \gamma_{0,t}(k-1)$$

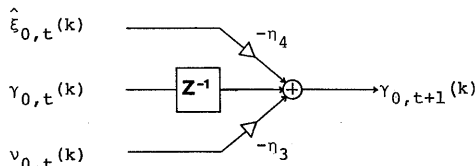


Fig.10 MA type adaptor for  $\gamma_{0,t+1}(k)$  (ADP11).

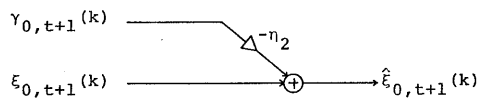


Fig.11 MA type adaptor for  $\hat{\xi}_{0,t+1}(k)$  (ADP12).

$$\begin{aligned} \gamma_{0,t+1}(k) &= \gamma_{0,t}(k-1) - \eta_3 \nu_{0,t}(k) \\ &\quad - \eta_4 \hat{\xi}_{0,t}(k) \end{aligned}$$

$$\xi_{0,t+1} = \hat{\xi}_{0,t}(k) \quad (36)$$

従って式(23)より

$$\begin{aligned} \hat{\xi}_{0,t+1}(k) &= \hat{\xi}_{0,t}(k) - \eta_2 (\gamma_{0,t}(k-1) \\ &\quad - \eta_3 \nu_{0,t}(k) - \eta_4 \hat{\xi}_{0,t}(k)) \\ &= (1 + \eta_2 \eta_4) \hat{\xi}_{0,t}(k) \\ &\quad + \eta_2 \eta_3 \nu_{0,t}(k) + \eta_2 \gamma_{0,t}(k-1) \end{aligned} \quad (37)$$

式(36), (37)よりMA型アダプターができるが、AR型アダプターと同じ理由により、次の2つの回帰式に分割する必要がある。

$$\begin{aligned} \gamma_{0,t+1}(k) &= \gamma_{0,t}(k-1) - \eta_3 \nu_{0,t}(k) \\ &\quad - \eta_4 \hat{\xi}_{0,t}(k) \end{aligned} \quad (38)$$

および

$$\hat{\xi}_{0,t+1}(k) = \xi_{0,t+1}(k) - \eta_2 \gamma_{0,t+1}(k) \quad (39)$$

従って図10, 11のような2つのアダプターが設計される。

以上図6~11の各基本区間を縦続接続することで任意の次数のARMAラティスフィルタを得る。

## 5. 各区間のアーキテクチャ

図6~11の各区間のアーキテクチャを示そう。各区間とも係数を計算するのに予測誤差の相関を計算する必要がある。従って、各区間は、予測誤差の相関を計算する部分と予測誤差を計算する部分の2つに分けられる。

本稿では、この2つの計算部分を交互に行うストリックアレイ形の演算方式を取り扱う。従ってARMA次数がともに零の初期段階において観測信号を  $g^T(k) = [y(k) \ u(k)]$  とする時図12の順で入力する。ここで  $\mathbf{0}$  は零ベクトルである。このような時系列を入力すれば、2つの演算ブロックで一方が演算を行っているとき、もう一方では  $\mathbf{0}$  が入力されているため演算が休止している状態と同じように見なされる。従って計算が交互に行われるストリックアレイ形計算と見なせる。

... g(k-1) 0 g(k) 0 g(k+1) ...

Fig.12 Data stream at an input port

シストリックアレイのアーキテクチャによる演算の特徴は、アーキテクチャでアルゴリズムが実現され、データがアーキテクチャにより決められたバス上を流れるだけで計算が行われる事である。これは考えているアルゴリズムが全てハードウェア化されている事を意味している。また同じ形態の演算ユニットが平面的に並ぶと言う事も考え合わせると、VLSI上で高速な処理が可能である事は容易に予想できる。シストリックアレイの特徴についてはさらに次章で詳しく説明する。

さて最初に信号の内積を計算する部分を実現しよう  
内積計算は次式により行うとする。

$$E[xy]_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i y_i \quad (40)$$

ここで入力系列は図12に与えられるため式(40)は図13のように実現される。

図13の第3番目の入力には0あるいは1が入力される、これは式(40)の1/kを実現するためのものであり、信号が入力された時1が入力され、次のステップで  $x = y = 0$  が入力された時は零が入力される。ただし図中  $Z^{-1}$  は論理遅れを意味し、本稿では掛算1回、割算1回および加算1回に相当する。この時の出力値は

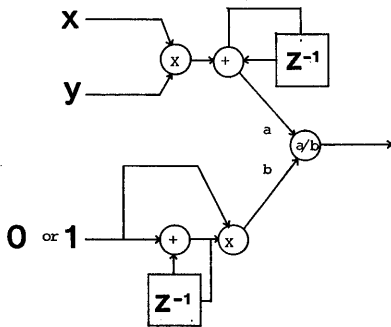


Fig.13 Architecture of inner product.

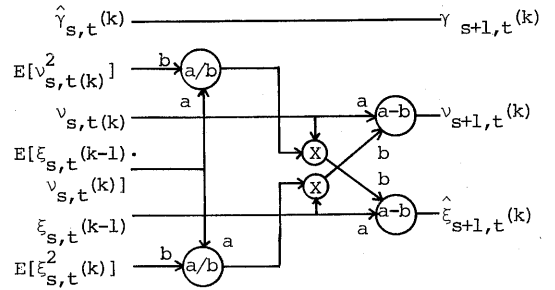


Fig.14 Architecture of AR type lattice section.

... 0 E[xy]\_{k-1} 0 E[xy]\_k 0 ...

となる。この内積演算ユニットを用いてAR型ラティス逆フィルタ基本区間を実現すると図14のようになる  
図中では入力として  $\hat{\gamma}_{s,t}(k)$ ,  $v_{s,t}(k)$  および  $\hat{\epsilon}_{s,t}(k-1)$  の他に各誤差の内積値を用いている。この計算ユニットは図6のAR型ラティス逆フィルタ基本区間に対応しており、構造上も類似している。

さらに、AR型アダプター (ADP-01, ADP-02) を図15, 16に示す。

ここで各計算ユニットの動作について簡単に説明しよう。図17はAR型ラティス逆フィルタ基本区間の計算ユニットであるが、最初に内積計算を求めるユニットがあり、次に図14のユニットが続く、誤差信号が内積計算ユニットに入力された時刻では、その入力信号の前時刻において零入力がすでにフィルタユニットに入力されているので、フィルタユニットは計算が休止

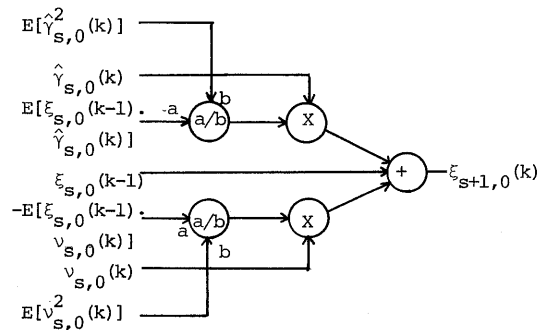


Fig.15 Architecture of AR type ADP-01



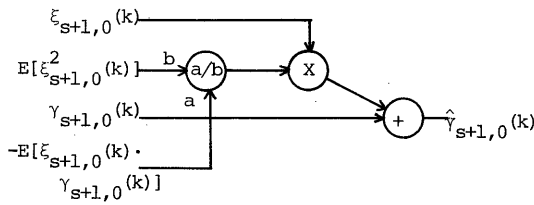


Fig.16 Architecture of AR type ADP-02

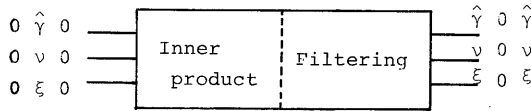


Fig.17 AR type calculation unit.

状態となっている。ここで、フィルタユニットと内積計算ユニットの間には各データバスに遅れ或いは記憶

素子が用いられる。これは、入力された信号が、同時に出力されることを防ぐためであり、1論理遅れに対応して用いられる。ここで、1論理遅れとは、掛算1回、割算1回及び加減算1回に相当する。この論理遅れの間内積計算は終了する。

次のステップでは、内積計算ユニットより新しく計算された値がフィルタユニットに入力される。それと同時に零入力が入積計算ユニットに入力されるため、この時点では内積計算ユニットは休止の状態となる。従って図17の2つのユニットは交互に計算が行われる事になりシストリックアレイアーキテクチャによる計算方式となる。

上に述べたアーキテクチャとその動作はAR型基本区間、AR型ADP-01, ADP-02 についてである。本稿ですでに述べているように、MA型基本区間、MA型ADP-11, ADP-12 については構造がAR型のものと同じであり、入力・出力される誤差信号が異なるだけである。従ってここではMA型の各区間のアーキテクチャは省略する。

全体のアーキテクチャを示すと図18のようになる。このアーキテクチャにより同時に全ての次数の基本区間が求められる。従って3章の条件 (c1) を満足する

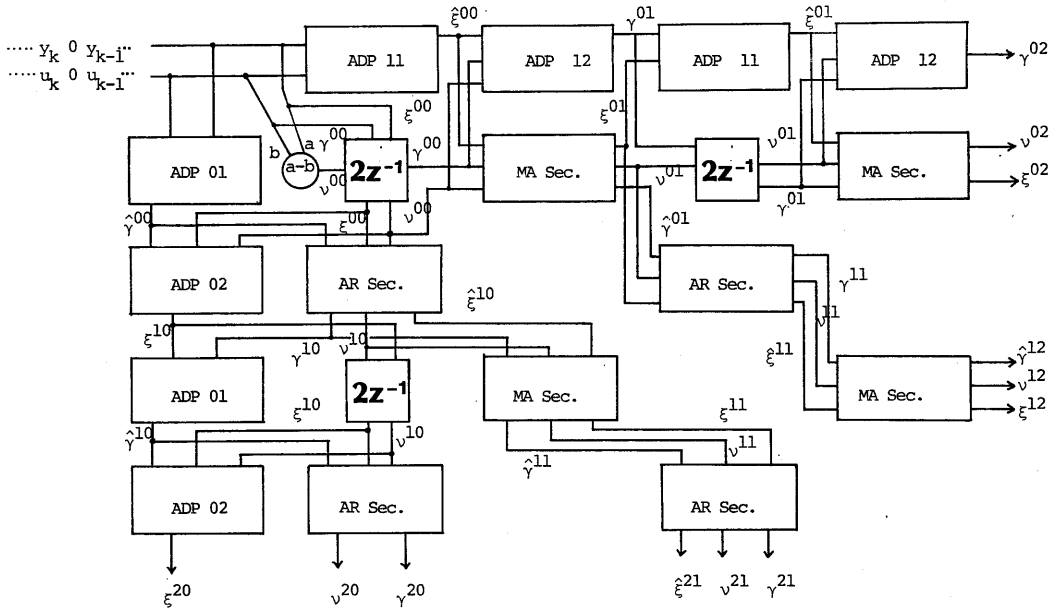


Fig.18 Systolic array architecture for spectrum estimation.

処理方法となっている。

図18の構造は平面的であり、VLSIを用いたシストリックアレイによる処理が可能となっている。

#### 6. シストリックアレイアーキテクチャ

Kung<sup>(3)</sup>によればシストリックアレイアーキテクチャはつぎのように定義される。

(a) ネットワーク化された処理ユニットによるリズミカルな処理形態。

(b) データが少なくとも1論理遅れをもって伝送される。

(c) 計算回数が1桁分の時間効率で減少する。

(d) 規則正しいネットワーク型処理ユニットを持つ。

このアーキテクチャは、データの入力出力に依存する計算 (I/O-bound computations) よりもデータの計算自体に大きく依存するアルゴリズム (Compute-bound algorithms) に対して大きな効率を得ると考えられる。本稿で示しているアーキテクチャでは式 (12) の正規方程式が解かれるが、この方程式では、 $(s+t+2)^2$  に比例した I/O 要素にたいして、計算量は  $(s+t+2)^3$  に比例した量となる ( $O(s+t+2)^3$ )。従ってこの解法をシストリックアレイアーキテクチャでもって行う場合には十分有効な処理効率を得るはずである。

本稿で取り扱っている手法は  $O(s+t+2)^3$  の計算量を必要とする正規方程式の解法を  $O(s+t+2)^2$  の計算で解ける高速算法であり、さらにその高速算法を2次元正方形シストリックアレイにより実現している。従って(c)によれば、この計算量は  $O(s+t+2)$  となる。次章では、実際にその効率について考察する。

#### 7. 効率

与えられた信号を処理する場合の計算効率について考える。本章では処理の演算量を考える。I/O に関しては前章で示したように、演算量に比べ少ないのでその効率を考えていない。

さて、式 (12) の正規方程式を実際に解く場合について考えよう。逆行列を解く演算量は  $O(s+t+2)^3$  であり、さらに3章の条件 (c1) も考慮に入れると、全体の計算量は処理の対象となる次数を  $s \leq N_1$ ,  $t \leq N_2$  とし、 $N = N_1 + N_2 + 2$  なる量を用いれば  $O(N^3)$  となる。一方2章で示した高速算法を用い

れば全体の計算量は  $O(N^2)$  となる。

さて、本稿で提案するシストリックアレイを用いた処理の効率を求めよう。本アーキテクチャは2章の高速算法を並列処理化したものである。従って、6章の性質 (c) より演算量は  $O(N)$  に比例した時間で終了する。すなわち同時に  $N$  の計算が行われるため、全体の処理時間を考えると、シーケンシャル方式に比べ  $O(N)$  の計算量に対応する処理時間で十分となる。実際には図18に示すように図中のアーキテクチャの左上より信号が入力され右方向と下方向に同時に信号が流れる。従って  $N$  の次数に信号が到着する時の論理遅れは、1 論理遅れを  $T$  とすれば  $2NT$  となる。1 論理遅れが掛算、割算、加減算各1 回分に相当するため、この時の処理効率は  $O(N)$  となる。

#### 8. むすび

本稿では、高精度スペクトル推定のためのシストリックアレイアーキテクチャを提案している。このアーキテクチャの特徴は

(c1) 全ての次数に関するモデルの係数が求められる。

(c2) モデルを構成するための各基本区間が簡単化されている。

(c3) 平方根、対数等に必要の正負判定の処理を行っていない。

(c4) 同時に行える処理が最大限用いられている。

である。このシストリックアレイと従来の方法との比較により、高効率を得るアーキテクチャであることを示した。

本稿で示した手法は、線形予測モデルの係数を求める事を目標にしている。実際には予測されたモデルのスペクトルを見ることにより高精度なスペクトルが推定される。しかし本稿では、この推定されたモデルからスペクトルを計算する部分は扱っていない。

今後の課題としては、このアーキテクチャに対応するスペクトル計算方式の実現が必要と考えられる。

#### 謝辞

本研究に関して貴重な御意見、御討論を頂いた、北海道大学応用電気研究所の羽鳥孝三教授、三木信弘助

教授に感謝致します。またラティスフィルタに関して御討論を頂いた北海道大学大学院長谷山美紀さんに感謝いたします。

#### 文献

(1) K. Hwang, F. A. Briggs: "Computer architecture and parallel processing", McGraw-Hill Book Company, 1984.

(2) C. Mead, L. Conway: "Introduction to VLSI systems", Addison-Wesley Publishing Co., 1980.

(3) Sun-Yuan Kung, "On supercomputing with systolic / wavefront array processors", IEEE Proc. vol.72, no.72, pp.867-884, (July 1984).

(4) J.M.Jover, T.Kailath, "On the analysis of systolic arrays", ICASSP-86, Japan, pp.1149-1152, (Apr. 1986).

(5) Teresa H.-Y. Meng, "Implementations of arbitrarily adaptive lattice filters with multiple processing elements", ICASSP-86, Japan, pp.1153-1156, (Apr. 1986).

(6) J.J.Vaccaro, B.L.Johnson, C.L.Nowacki: "A systolic discrete fourier transform using residue number systems over the ring of gaussian integers", ICASSP-86, Japan, pp.1157-1160, (Apr. 1986).

(7) J.C.White, J.V.Mccanny, A.Mccabe, J.Mcwhirter, R.Evans: "A high speed CMOS /SOS implementation of a bit level systolic correlation", ICASSP-86, Japan, pp.1161-1164, (Apr. 1986).

(8) 宮永, 三木, 永井: "ピッチ推定を含めた音声のARMAパラメータの一推定法", 信学論(A), vol.63-A, no.11, pp.737-744, (昭55-11).

(9) 宮永, 渡辺, 三木, 永井: "自己回帰移動平均モデルの係数推定に関する一高速算法", 信学論(A), vol.J66-A, NO.10, PP.1000-1007, (昭和58-10).

(10) 宮永, 三木, 永井: "線形予測理論に基づくARMAデジタルラティスフィルタ", 信学論(A), vol.J67-A, no.5, pp.487-494, (昭和59-5).

(11) 宮永, 永井, 三木: "白色ガウス過程を入力とするデジタルラティスフィルタ", 信学論(A), vol.J67-A, no.12, pp.1270-1277, (昭和59-12).

(12) L.R.Rabiner, R.W.Schafer: "Digital processing of speech signals", Prentice-Hall, Inc., (

1978).

(13) 長谷山, 宮永, 永井, 三木: "ARMAデジタルラティスフィルタの規格化について", 昭和61年信号処理シンポジウム, 熱海, (昭和61-11).

(14) 宮永, 永井, 永田: "並列処理アーキテクチャ向き高精度スペクトル推定手法", 情報処理学会第33回(昭和61年後期)全国大会.