

# ソーシャルネットワーク上での両方向マッチング再考

浜崎 真之亮, 東藤 大樹, 横尾 真<sup>†</sup>  
九州大学<sup>†</sup>

## 1 序論

両方向マッチングは, 学生の学校への割当のように, 2つのグループ間で各参加者が他方のグループに対して好み(選好)を持つ場合の, 適切なペアの作り方を考える数理モデルである. マーケットデザインと呼ばれる学際的領域では, 学校選択制をはじめ, 様々な応用事例のための両方向マッチングが研究されている.

参加者間の情報伝播を考慮する, ソーシャルネットワーク(SN)上でのマーケットデザイン[3]は, 当該分野における新たな潮流である. このモデルでは, 各参加者はSNにおける隣人を意思決定へ招待可能である. SN上の両方向マッチングについては, 正直が最良の策となる性質である耐戦略性(strategy-proofness, SP)に関する多くの不可能性定理が存在する[2].

本研究では, SN上の両方向マッチングを, 耐戦略性を弱めた性質である操作の非自明性[4]の立場で再考する. 詳細には, 既存のメカニズムが操作の非自明性を満足するための条件を吟味し, その耐戦略性との差を示す.

## 2 準備

学生の集合を  $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ , 学校の集合を  $C = \{c_1, \dots, c_m\}$  とする. モデレータと呼ばれる特別な参加者  $o$  は, 有向グラフで表現される学生間SNの根である. 所与の学生間SNにおける学生  $s$  の隣人集合を  $r_s \subseteq S$ , 学校  $c$  が受入れ可能な学生数を  $q_c$  と表す. 学校  $c$  の選好

$\succ_c$  (学生  $s$  の選好  $\succ_s$ ) は, 集合  $S \cup \{\emptyset\}$  (集合  $C \cup \{\emptyset\}$ ) 上の線形順序である. 記号  $\emptyset$  はマッチしないことを示す. マッチング  $m$  は, 学校  $c$  (学生  $s$ ) とマッチする学生の集合(学校)を  $m(c) \subseteq S \cup \{\emptyset\}$  ( $m(s) \in C \cup \{\emptyset\}$ ) と与える.

各学生  $s$  は選好と隣人集合の組からなるタイプ  $\theta_s = (\succ_s, r_s)$  を持ち,  $s$  以外の学生全体のタイプを  $\theta_{-s}$  と表す. マッチングメカニズム  $f$  は学生からのタイプの申告を受け, マッチングを返す. タイプ  $\theta_s$  を持つ学生が申告可能なタイプの集合を  $R(\theta_s)$  とし, 任意の  $\theta'_s = (\succ'_s, r'_s) \in R(\theta_s)$  について,  $r'_s \subseteq r_s$  を仮定する. 学生  $s$  が申告したタイプを  $\theta'_s$ ,  $s$  以外の学生が申告したタイプの集合を  $\theta'_{-s}$ , モデレータの隣人集合を  $r_o$  とするとき, メカニズム  $f$  が返すマッチングを  $f(\theta'_s, \theta'_{-s}, r_o)$ , そのマッチングのもとで学生  $s$  がマッチする学校を  $f_s(\theta'_s, \theta'_{-s}, r_o)$  と表す.

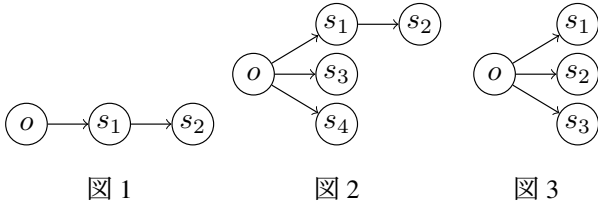
**定義 1.** メカニズム  $f$  が情報伝播戦略の非自明性 (*non-obvious manipulability on diffusion, NOM-D*) を満たすとは,  $\forall s, \forall r_o, \forall \theta_{-s}, \forall \theta_s = (\succ_s, r_s)$  に関して,  $\{[B_{f,s}(\theta_s) \succ_s B_{f,s}(\theta'_s)] \wedge [W_{f,s}(\theta_s) \succ_s W_{f,s}(\theta'_s)]\}$  が成立することである.

$B_{f,s}(\theta_s)$  は,  $s$  の申告  $\theta_s$  を固定し,  $s$  以外の学生のタイプを変化させた場合の,  $s$  がマッチ可能な  $\succ_s$  の下での最良の学校を示す. 同様に,  $W_{f,s}(\theta_s)$  は  $\succ_s$  の下での最悪の学校である.

**定義 2.** メカニズム  $f$  が相互最適性 (*mutually-best, MB*) を満たすとは, お互いに最も好み合う学生と学校を常にマッチさせることである.

次に, よく知られたマッチングメカニズムである, Top-Trading-Cycles (TTC) [1] を紹介する.

<sup>†</sup> S. Hamasaki, T. Todo, M. Yokoo. Kyushu University



**定義 3.** *TTC* において、未マッチの各学生は、空席のある学校のうち最も好むものを指す。空席のある各学校は、最も好む未マッチの学生を指す。このとき最低1つのサイクルが構築され、サイクル内の各学生は自身が指す学校とマッチする。この手順を、全学校の空席がなくなる、又は、全学生がマッチするまで繰り返す。

### 3 不可能性定理と従来研究との差異

まず、既知の不可能性定理 [2] の一つが、*SP* を *NOM-D* に緩和しても成立することを示す。

**定理 1.** *NOM-D* と *MB* を同時に満たすマッチングメカニズムは存在しない。

**証明** 学生  $s_1, s_2$  と学校  $c_1$  (定員  $q_{c_1} = 1$ ) が存在し、学生間 *SN* は図1で与えられる。両学生は選好  $c_1 \succ \emptyset$  を、学校は選好  $s_2 \succ s_1 \succ \emptyset$  をそれぞれ持つ。両学生が正直にタイプを申告すると、*MB* より  $s_2$  は  $c_1$  とマッチする。これは  $s_1$  にとっての最悪ケースであり、 $W(\theta_{s_1}) = \emptyset$  となる。一方、 $s_1$  が  $s_2$  を招待しない(すなわち、 $r'_{s_1} = \emptyset$  と申告する) と、*MB* より  $s_1$  が  $c_1$  とマッチする。このとき、 $s_2$  の戦略は  $s_1$  のマッチに影響せず、 $W(\theta'_{s_1}) = c_1$  となる。  $W(\theta_{s_1}) \prec_{s_1} W(\theta'_{s_1})$  より、*NOM-D* に違反する。 □

以下の例では、*TTC* は *SP* に違反するが *NOM-D* を満たす。*TTC* は *MB* を満たすことも知られており、*SN* 構造の制限による *NOM-D* と *MB* の両立可能性が示唆される。

**例 1.** 学生  $s_1, s_2, s_3, s_4$  と学校  $c_1, c_2$  (定員  $q_{c_1} = q_{c_2} = 1$ ) が存在し、学生間 *SN* は図2で与えられる。選好は以下の通りである：

$$c_1 : s_4 \succ s_2 \succ s_3 \succ s_1 \quad c_2 : s_4 \succ s_2 \succ s_1 \succ s_3$$

$$s_1, s_2, s_3, s_4 : c_1 \succ c_2$$

この入力に *TTC* を適用すると  $s_1$  はマッチできないが、もし  $s_1$  が  $s_2$  を招待しなければ学校  $c_2$  とマッチできるため、*TTC* は *SP* に違反する。

次に *NOM-D* を考える。最良ケースについて、 $s_1$  が正直な場合の最良ケースは、他の全学生が  $\emptyset \succ c_1, c_2$  を申告する時で、 $B(\theta_{s_1}) = c_1$  となるため、任意の申告  $\theta'_{s_1} \in R(\theta_{s_1})$  について  $B(\theta_{s_1}) \succeq_{s_1} B(\theta'_{s_1})$  が成立する。最悪ケースについて、学生  $s_4$  が  $c_2 \succ c_1$  と選好を変更したとすると  $W(\theta'_{s_1}) = \emptyset$  となる。したがって、 $W(\theta_{s_1}) \succeq_{s_1} W(\theta'_{s_1})$  が成立する。

紙幅の都合により詳細は割愛するが、図3のように各学生が直接モデレータと繋がっている場合には、*TTC* は *SP* を満足する。

### 4 結論

本論文では、*SN* 上の両方向マッチングにおいて、既存の不可能性を強める定理を得た。また、*TTC* についての具体例より、*SP* と *NOM-D* との差を明確化した。*TTC* が *SP* / *NOM-D* を満足するための必要十分条件の解明が望まれる。

**謝辞** 本研究は科研費 JP20H00587 および JP21H04979 の支援を受けたものである。

### 参考文献

[1] A. Abdulkadiroğlu and T. Sönmez. School choice: A mechanism design approach. *Amer. Econ. Rev.*, 93(3):729–747, 2003.

[2] S. Cho, T. Todo, and M. Yokoo. Two-sided matching over social networks. In *Proc. IJCAI-22*, pages 186–193. 2022.

[3] B. Li, D. Hao, D. Zhao, and T. Zhou. Mechanism design in social networks. In *Proc. AAAI-17*, pages 586–592, 2017.

[4] S. Li. Obviously strategy-proof mechanisms. *Amer. Econ. Rev.*, 107(11):3257–87, 2017.