

寮当直に関するシフト割当問題の数理モデル化と タブー探索法による解法

中原 雄基† 浦山 康洋†

高知工業高等専門学校 ソーシャルデザイン工学科†

1. はじめに

高知高専には学生寮が設けられており、高専の教員は毎日交代しながら寮の当直業務を行っている。本業務に対するシフトは、現在人の手によって作成されている。しかしながら、すべての教員の満足度が高いシフトを導出することは決して容易ではなく、シフトの割当作業そのものが大きな業務負担となっている。

そこで、本稿では高知高専における寮当直のシフトを自動生成する方法を提案する。提案法ではシフトを割り当てる問題を整数計画問題として定式化し、タブー探索法を使って近似解を導出する。本稿では提案法の性能を数値シミュレーションで評価し、その結果を数値例で示す。

2. シフト割当問題の数理モデル化

2.1 条件

高知高専の寮当直は、勤務日と勤務時間によって宿直、半直、日直、の三つの勤務体系に分けられる。それぞれの特徴を表1にまとめる。教員が当直を担当するたびに、当該教員には表1に示す点数が加点される。寮当直のシフトを作成する際は、各教員の獲得点数が年間を通じて均一化されるよう配慮がされている。また、女性教員は宿直を担当できない規則となっている。

2.2 整数計画問題

本稿では寮当直のシフトを自動生成する問題を整数計画問題として定式化する。寮当直を行う全教員の集合を P とし、女性教員の集合を W ($W \subseteq P$)とする。さらに、割当が必要なシフトの集合を S とし、宿直の日程のみを抽出したシフトの集合を R ($R \subseteq S$)とする。このとき、本問題は以下の式で与えられる。

$$\min : \frac{1}{|P|} \sum_{i \in P} \left\{ (g_i - \bar{g})^2 + (h_i - \bar{h})^2 + (1/k_i) \right\} \quad \dots (1)$$

表 1 寮当直における勤務体系の違い

| | 勤務日 | 勤務時間 | 点数 | 女性 |
|----|---------|-------------|-----|----|
| 宿直 | 月、金、土、日 | 17:00~8:30 | 1.0 | × |
| 半直 | 火、水、木 | 17:00~21:30 | 0.5 | ○ |
| 日直 | 祝日 | 8:30~17:00 | 1.0 | ○ |

subject to :

$$g_i = \sum_{j \in S} a_{ij} \times b_j, \quad \forall i \in P \quad \dots (2)$$

$$h_i = \sum_{j \in S} a_{ij} \times c_j, \quad \forall i \in P \quad \dots (3)$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (\text{教員}i\text{が}j\text{番目の当直を担当}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad \dots (4)$$

$$b_j = \begin{cases} 1 & (j\text{番目の当直は宿直 or 日直}) \\ 0.5 & (j\text{番目の当直は半直}) \end{cases} \quad \dots (5)$$

$$c_j = \begin{cases} 1 & (j\text{番目の当直は休日}) \\ 0 & (j\text{番目の当直は平日}) \end{cases} \quad \dots (6)$$

$$\sum_{i \in W, j \in R} a_{ij} = 0 \quad \dots (7)$$

ここで、 g_i は教員 i ($i \in P$)の獲得点数であり、 h_i は教員 i が休日に当直業務を行う回数であることに注意する。さらに、 k_i は教員 i の当直シフトにおける最小日程間隔を計算した結果である。また、(7)を満足することにより、女性教員の宿直への割り当てを回避している。

本稿では上記の整数計画問題の近似解をタブー探索法で求めることにより、獲得点数、休日出勤の回数、勤務間隔が全教員間で均一化されたシフトを生成する。

3. タブー探索法

タブー探索法 (Tabu Search Algorithm) とは局所探索アルゴリズムの1つである。その特徴としては、タブーリストと呼ばれる禁止解の集合 T を定義する点が挙げられる。以下に、その流れを示す[1]。

Step1. 初期解 x_{ini} を生成し、 x_{ini} を現在の解 x および暫定解 x_{opt} とする。

Step2. x の近傍 $N(x)$ を M 個生成し、生成した近傍の中で最も良い解を x' とする。

Mathematical Modeling of Shift Scheduling Problem for Dormitory Duty and Solution of That with Tabu Search Algorithm

† Yuki Nakahara and Yasuhiro Urayama, Department of Social Design Engineering, National Institute of Technology (KOSEN), Kochi College

表 2 各種パラメータの設定

| | 条件 1 | 条件 2 | 条件 3 | 条件 4 |
|------------------|------|------|------|------|
| 全教員数 $ P $ | 65 | | | |
| 女性数 $ W $ | 5 | | | |
| 割り当てシフト数 $ S $ | 150 | | | |
| タブー探索法の反復回数 | 200 | | | |
| 生成する近傍数 M | 10 | 50 | 100 | 200 |
| タブーリストのサイズ $ T $ | 10 | 50 | 100 | 200 |

表 3 シミュレーション結果

| | 条件 1 | 条件 2 | 条件 3 | 条件 4 |
|----------|--------|--------|--------|--------|
| 目的関数の最良値 | 6.2584 | 5.5593 | 5.4891 | 5.4891 |
| 目的関数の最悪値 | 7.7967 | 6,2580 | 5.4894 | 5.4892 |
| 目的関数の平均値 | 6.7296 | 5.5593 | 5.4893 | 5.4892 |

- Step3. もし、 $x' \in T$ であったならば Step4.へ進む。さもなければ Step5.に進む。
- Step4. Step2. で生成した近傍 $N(x)$ の中で、次に良い解を x' とし、Step3.に戻る。
- Step5. $T = T \cup x'$ とし、現在の解 x を x' に更新する。また、 x' が暫定解 x_{opt} よりも優れた解であったならば、 x_{opt} を x' に更新する。その後、Step2.に戻る。

タブー探索法では上記の Step を一定回数繰り返したのち、 x_{opt} を解として出力する。ここで、タブーリストに追加された解はアルゴリズム終了までリスト内に残り続けるのではなく、リストに追加されてから一定期間が経過した後、古い解から順に取り除かれることに注意する。

4. 数値例

本章では表 2 に示す 4 つの条件で提案法の数値シミュレーションを行い、どのようなシフトが生成されるのかを調査した。なお、本稿ではシミュレーション用のプログラムを C 言語で作成し、当該プログラムを CPU が Intel Core i7、メモリが 8GB RAM であるノート PC で実行した。

条件 1 から条件 4 のシミュレーションをそれぞれ 15 回ずつ実行し、導出された解における目的関数の最良値と最悪値、平均値を取得した。表 3 にその結果をまとめる。表 3 より、条件 3 と条件 4 の結果に違いはほぼなく、解が収束していることが確認できる。

| 曜 宿 半 日 | | | | 曜 宿 半 日 | | | |
|---------|---|----|----|---------|---|----|----|
| 1 | 月 | 0 | | 16 | 火 | | 17 |
| 2 | 火 | | 1 | 17 | 水 | | 11 |
| 3 | 水 | | 2 | 18 | 木 | | 16 |
| 4 | 木 | | 3 | 19 | 金 | 32 | |
| 5 | 金 | 4 | | 20 | 土 | 48 | |
| 6 | 土 | 57 | | 21 | 日 | 27 | |
| 7 | 日 | 52 | | 22 | 月 | 58 | |
| 8 | 月 | 26 | | 23 | 火 | | 5 |
| 9 | 火 | | 15 | 24 | 水 | | 10 |
| 10 | 水 | | 6 | 25 | 木 | | 20 |
| 11 | 木 | | 8 | 26 | 金 | 30 | |
| 12 | 金 | 13 | | 27 | 土 | 43 | |
| 13 | 土 | 7 | | 28 | 日 | 38 | |
| 14 | 日 | 33 | | 29 | 月 | 24 | |
| 15 | 月 | 44 | | 30 | 火 | | 22 |

図 1 評価最も高かったシフト (30 日分)

最後に、今回行った全シミュレーションのうち、最も良い評価となったシフト割振の前半 30 日分の結果を図 1 に示す。図 1 では各当直の担当教員を番号で表しており、60 番～64 番が女性教員であることに注意する。図 1 より、30 日間で重複している番号は見当たらず、提案法により公平性の高いシフトが生成できていることがわかる。また、日直には女性教員が優先して割り当てられていることに注目する。女性教員は宿直を担当することができないため、獲得点数が低くなる傾向がある。女性教員を点数の高い日直へ積極的に割り当てることで、提案法のシフトでは点数の均一化も図っていることがわかる。

5. まとめ

本稿では高知高専の寮当直に関するシフト割当を自動で生成する方法を提案した。提案法では、シフトの割振りを整数計画問題として定式化し、タブー探索法によって近似解を導出する。提案法の性能はコンピュータプログラムによる数値シミュレーションで評価した。シミュレーション結果より、提案法を用いることで公平性の高いシフトを自動生成できることがわかった。

参考文献

- [1] 野々部宏司, 柳浦睦憲, "局所探索法とその拡張-タブー探索法を中心として," 計測と制御, vol. 47, no. 6, pp. 493-499, Jul. 2008.