

ぴたごらくん： 空間図形問題の理解を促すインタラクティブ教材の研究

山口勇士†¹ 大島登志一†¹

数学の立体図形問題は、2次元平面の問題用紙上で3次元的な空間図形を考えなければならない。そのため、立体図形を苦手とする生徒たちは、問題となっている立体がどのような形状であるか、イメージしにくい場合が多い。そこで本研究では、基本的な立体図形である立方体に注目し、問題文から得られる頂点の名前や長さを入力するだけで、CG空間に立体を再現できるシステムを開発し、実際の問題との連動の難しさを解消することを目指した。

1. はじめに

平成29年告示の中学校学習指導要領 [1] には、第1学年の空間図形について、次の目標が定められている。

「空間における直線や平面の位置関係を知ること」

また、第3学年にもなると、空間図形は相似や三平方の定理といった分野と融合し、さらに複雑な問題として出題されるようになる。

しかし、多くの生徒が空間図形の理解に苦労しているという現状が報告されている [2] [3]。筆者自身、塾講師のアルバイトをしており、立体図形を苦手とする生徒たちは、問題となっている立体がどのような形状であるか、イメージできていないという印象を持っていた。国立教育政策研究所教育課程研究センター(2006) [4] の調査は、以下のよう

に指摘している。「2次元の世界で表現された見取図などを基に、3次元の世界の立体としての確にとらえることができない生徒が多いことが分かる」

このような現状から、空間図形の指導方法を検討する研究や、学習指導に使えるツールの開発など、さまざまな提言がなされてきた [5] [6]。しかし、これまでの研究は学校教育でどのように空間図形を教えるかに焦点を当てており、実際にテストに出てくるような問題との連動性の高い提案はあまりされてこなかった。

そこで本研究では、基本的な立体である立方体に注目し、問題文から得られる頂点の名前や長さを入力するだけで、CG空間に立体を再現できるシステムを開発し、実践的な問題を解く際の補助ツールとして使用することを目指した。従来から使われている Cabri3D [7] や文献 [6] で報告されているソフトウェアでも、立体に線を追加することや切断面を確認することはできるが、複数のメニューから操作方法を選びつつ自ら立体を形作らなければならない。それに対して本研究では、問題文の数値や表現をそのまま入力するだけで立方体を再現できるという点で、より直感的に扱って実問題との親和性が高いことに焦点を当てている。

2. 本インタラクティブ教材の実装

2.1 概要

本システムは、立方体の空間図形問題を対象としている。問題用紙に書かれている内容を入力することで、立方体を3DCGとして再現し、さまざまな角度から観察することができる。入力できる情報は、立方体の1辺の長さ・追加された点・追加された線・切断面の情報である。

2.2 処理の流れ

本システムは、問題文から読み取った情報を入力するための情報入力部と、立方体再現するための立体描画部の2つから構成されている。使用した言語は、情報入力部：Python、立体描画部：C/C++である。立方体の描画にはOpenGLを用いている。

以下、情報入力部と立体描画部の詳細について説明する。

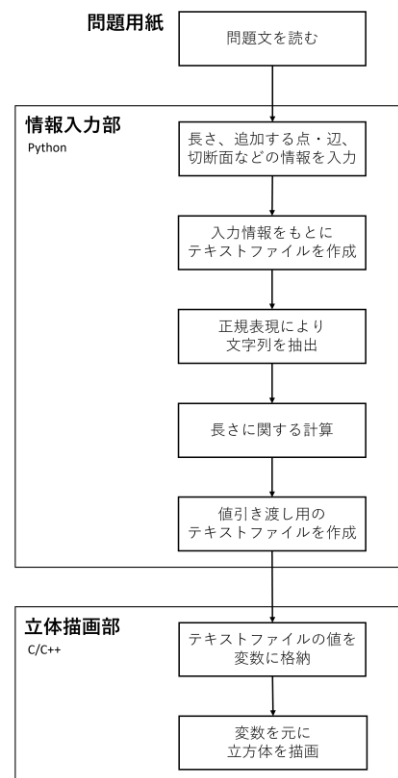


図1 処理の流れ

†1 立命館大学 映像学部
College of Image Arts and Sciences, Ritsumeikan University

2.3 情報入力部

情報入力部は、立方体の1辺の長さ・問題文上で追加された点と辺・切断面の情報を入力する部分である。

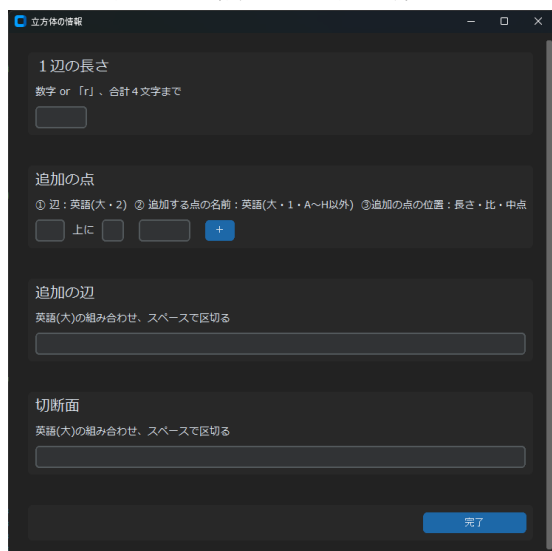


図2 情報入力部のGUI

各テキストボックスには、入力すべき情報に応じた制限が設けられている。制限の内容は、テキストボックス上の説明文に記載されている。例えば、追加の点の1つ目のボックスは、追加したい点がどの辺上にあるか入力する欄なので、大文字のアルファベット2字以外は入力できないようになっている。

立方体を描画するためには、少なくとも1辺の長さを入力する必要がある。1辺の長さのボックスには、整数と平方根を入力することができる。例えば、1辺の長さが $2\sqrt{3}$ の場合、「 $2r3$ 」と入力する。立方体の問題において、1辺の長さが分数や小数となることは稀なので、今回は対応していない。

先にも述べたように、追加の点の1つ目のボックスは、追加したい点がどの辺上にあるか入力する。2つ目のボックスには、追加したい点の名前を入力する。3つ目のボックスには、追加したい点が辺のどの位置にあるか入力する。位置を表す方法は3通りあり、長さがわかっている場合は「 $AP=2$ 」のように、内分する点であれば「 $1:2$ 」のように、中点であればそのまま「中点」と入力する。例えば、辺AB上に $AP=2$ となるように点Pをとる場合、「①AB ②P ③ $AP=2$ 」と入力する。さらに別の点を追加したい場合は、右端にある「+」ボタンを押すと新しい入力列が追加される。その場合、前列の「+」ボタンは「-」ボタンへと切り替わる。「-」ボタンを押すとその入力列が消去される。



図3 「+」ボタンと「-」ボタン

追加の辺のボックスには、立方体を構成する12本の辺以外で立方体に表示させたい辺を入力する。前項で追加した点も使うことができる。複数の辺を追加する場合は、各辺をスペースで区切る必要がある。

切断面を表示させたい場合は、切断に使う3点または4点を入力する。この場合も、追加した点も含めて入力することができる。例えば、点P・点Q・点Hを通る3点で切断したい場合は、「PQH」と入力する

完了ボタンを押すと、その時点での入力をもとに、入力内容を立体描画部へと引き継ぐためのテキストファイル(info.txt)が生成される。同時に、完了ボタンの左側に図形の更新を促すメッセージが5秒間表示される。

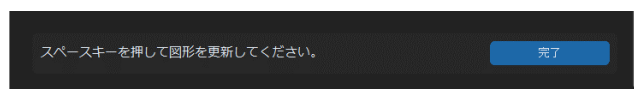


図4 メッセージ画面

2.4 立体描画部

立体描画部は、情報入力部から引き継いだinfo.txtの記述をもとに、問題文の立方体を再現する部分である。

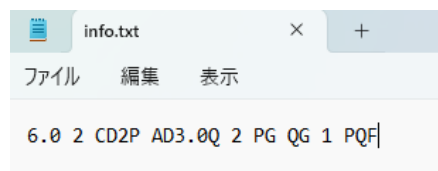


図5 info.txtの一例

図5の記述がどのような立体を示しているのか、左から順に説明する。立方体の1辺の長さは6.0である。追加の点が2つあり、PはCD上に $CP=2$ となるように、QはAD上に $AQ=3.0$ となるようにとる。追加の辺が2本あり、PGとQGである。切断面が1つあり、PQFを通っている。

スペースキーを押すと、info.txtの文字列が立体描画部のプログラムに読み取られ、その値をもとに立方体が描画される。描画された立体を図6に示す。立方体を修正したい場合は、新しい内容を情報入力部に入力し直して完了ボタンを押す。立体描画部上でスペースキーを押すと、描画する立方体を更新することができる。辺を追加した場合、立方体の面上を通る辺は実線で、内部を通る点は破線で表される。切断面は赤色の面で表される。描画された立方体は、「←」キーと「→」キーによって左右に回転させて観察することができる。

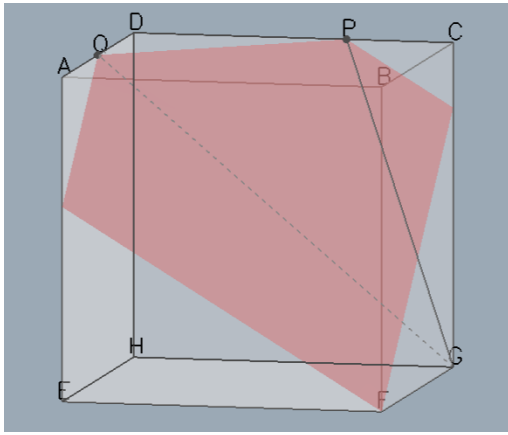


図6 図5をもとに描画された立方体

3. おわりに

現時点での課題は、複数の切断面を描画すると、面を描画する順番で重なり方が決まってしまう、切断面が交差した際に手前の面と奥の面をうまく表せない点である。今後は、面の重なりを表現する方法を検討していきたい。また、本教材は中学生が使用することを想定したものとなっている。中学生を対象に評価実験を実施し、どの程度学習をサポートできるのかについて調査を行いたい。

謝辞 本研究は、JSPS 科研費 21K12004 の助成を受けたものです。

引用・参考文献

- [1] 文部科学省. (2017). 中学校学習指導要領 (平成 29 年告示)
- [2] 近藤裕・熊倉啓之・國宗進・藤田太郎. (2019). 空間図形の理解に関する調査研究 —小・中学生の見取図の理解に関して—. 奈良教育大学紀要. 第 68 巻. 第 1 号. pp.147-156.
- [3] 熊倉啓之・近藤裕・藤田太郎・宮脇真一・國宗進. (2021). 空間図形の理解に関する研究—小・中学生に対する投影的な見方に関する調査を通して—. 日本数学教育学会誌. 第 103 巻. 第 9 号. pp.2-13.
- [4] 国立教育政策研究所教育課程研究センター. (2006). 特定の課題に関する調査 (算数・数学) 調査結果 (小学校・中学校).
- [5] 川名基・池田敏和. (1994). 「空間の想像力」を育成するための指導に関する事例的研究—中学校 1 年「立体の切断」において—. 日本数学教育学会誌. 第 76 巻. 第 3 号. pp.9-17.
- [6] 脇田早紀子・脇田能宏・鈴木賢次郎. (1991). 教育用立体図形シミュレータの開発. 情報処理学会研究報告グラフィクスと CAD. 1991. 第 43 号. pp.83-90.
- [7] Cabri 3D, the interactive special geometry and mathematics software (2023 年 7 月 28 日閲覧)
<https://cabri.com/en/instructor/cabri-3d/index.html>