

D1 特徴線・輪郭線・分割線のプログラムとその応用

榎本 肇, 片山卓也, 鶴見良直, 伊藤正勝 (東京工業大学工学部)

1. まえがき

画像の処理を行う時には、画像中の特徴部分を抽出し、それらについて考察することが重要である。2次元平面上のスカラ関数 $\varphi(x, y)$ を画像と考えた時に、 φ の特徴部分である極大点、極小点、鞍部点を通る線として特徴線が定義されたが、これは尾根線、谷線の一般化になっている。さらに、 φ の輪郭をあらわしていると考えられる輪郭線と、 φ の谷や山の勢力範囲をあらわしている分割線とを導入した。

本論文では、まず、これら諸線の定義・性質、特に線が交叉している特異点での枝分れについて述べ、次に、スカラ関数 $\varphi(x, y)$ が具体的に与えられた時に、これから各線を求め、これらをグラフィックディスプレイ装置上に表示する際のアルゴリズムを述べ、その実例を示した。最後に、これら諸線の応用について考察した。

2. 特徴線、輪郭線、分割線の定義および方程式

〔定義1〕 φ の特徴点とは $\text{grad } \varphi(x, y) = 0$ となる点 (x, y) である。

曲面上の一点 (x, y, z) において、曲面の法ベクトル n と一つの接ベクトル t の定める平面でこの曲面を切ったとき現われる平面曲線のこの点での曲率を一方向の法曲率といい、法曲率が極値となる方向を主方向という。

〔定義2〕 特徴線とは $\text{grad } \varphi$ の方向と1つの主方向が直交しているような点 (x, y) の集合である。

〔定義3〕 輪郭線とは、 $\text{grad } \varphi = 0$ または、力線方向の法曲率が0となるような点 (x, y) の集合である。

〔定義4〕 分割線とは、 $\text{grad } \varphi = 0$ または、等高線方向の法曲率が0となるような点 (x, y) の集合である。

即ち、特徴線とは、等高線間隔が極値となっている点を結んだ線であり、輪郭線とは、力線と grad 方向とで決まる平面でこの曲面を切ったときあらわれる曲線の曲率が0となるような点を結んだ線であり、又、分割線とは等高線の曲率が0となるような点を結んだ線である。

このとき、次が導かれる。(証明については、文献1, 2を参照されたい。)

〔定理1〕

点 (x, y) が特徴線上にある。 \Leftrightarrow

$$F(x, y) = (\varphi_{yy} - \varphi_{xx})\varphi_x\varphi_y - (\varphi_y^2 - \varphi_x^2)\varphi_{xy} = 0$$

〔定理2〕

点 (x, y) が輪郭線上にある \Leftrightarrow

$$G(x, y) = \varphi_x^2\varphi_{xx} + 2\varphi_x\varphi_y\varphi_{xy} + \varphi_y^2\varphi_{yy} = 0$$

〔定理3〕

点 (x, y) が分割線上にある \Leftrightarrow

$$H(x, y) = \varphi_y^2\varphi_{xx} - 2\varphi_x\varphi_y\varphi_{xy} + \varphi_x^2\varphi_{yy} = 0$$

〔定理4〕

等高線方向、力線方向の方向微分を $\partial/\partial v$, $\partial/\partial u$ であらわすと

(i) 特徴線上では, $\frac{\partial}{\partial v} |\text{grad } \varphi| = 0, \frac{\partial}{\partial u} (\varphi_x / \varphi_y) = 0$

(ii) 輪郭線上では, $\frac{\partial}{\partial u} |\text{grad } \varphi| = 0$

(iii) 分割線上では, $\frac{\partial}{\partial v} (\varphi_x / \varphi_y) = 0$

[定理 5]

特徴点は, 特徴線, 輪郭線, 分割線の特異点である。ここで特異点とは, 平面曲線, $K(x, y) = 0$ において, $K_x = K_y = 0$ ならしめるこの曲線上の点のことである。

標準座標系 $x - y$ の特徴点以外の各点において, そこを原点にもち, そこを通る力線方向 (u 方向), 等高線方向 (v 方向) にベクトルをもつ局所座標系 $u - v$ を導入し, この局所座標系での曲面の式を $z = \psi(u, v)$ で表すと各線の方程式は,

$$f(u, v) = (\psi_{vv} - \psi_{uu}) \psi_u \psi_v - (\psi_v^2 - \psi_u^2) \psi_{uv} = 0$$

$$g(u, v) = \psi_u^2 \psi_{uu} + 2 \psi_{uv} \psi_u \psi_v + \psi_v^2 \psi_{vv} = 0$$

$$h(u, v) = \psi_u^2 \psi_{vv} - 2 \psi_{uv} \psi_u \psi_v + \psi_v^2 \psi_{uu} = 0$$

ところが, 局所座標系の原点においては, $\psi_v = 0$ が成立することがわかっているから, 次が成立する。

[定理 6]

点 P が特徴点でないならば, P_0 を原点 $(0, 0)$ とする局所座標系において,

(i) P_0 が特徴線上にある。 $\Leftrightarrow \psi_{uv}(0, 0) = 0$

(ii) P_0 が輪郭線上にある。 $\Leftrightarrow \psi_{uu}(0, 0) = 0$

(iii) P_0 が分割線上にある。 $\Leftrightarrow \psi_{vv}(0, 0) = 0$

3. 特徴線, 輪郭線, 分割線の特異点近傍での分類

一般に平面曲線 $K(x, y) = 0$ の特異点, 即ち $K_x = K_y = 0$ となる点では, 接ベクトルが一意的には定まらなくて, その点が孤立していたり, あるいは何本かの線が交叉していたりする。画像の処理を行うときに, 各線の特異点つまり枝分れの点を考察することは重要である。特に, これらは諸線を Web grammar 等を利用して文法表示しようとする場合は, この枝分れの考察は本質的である。

ここでは, 2本の線の交叉している状況についてその結果についてのみ述べる。その詳細については文献 2 を参照されたい。

3.1 分類の方法

表 1

定理 4 によれば, 例えば点 P が特徴線上にあるならば, この点を通る等高線上で関数		パラメータ表示するもの	評価関数
$\lambda(s) = 1 \text{ grad } \varphi^2$	特徴線	等高線	$\lambda(s) = \psi_u^2(u(s), v(s)) + \psi_v^2(u(s), v(s))$
$= \psi_u^2(u(s), v(s)) + \psi_v^2(u(s), v(s))$	輪郭線	力線	$\lambda(s) = \psi_u^2(u(s), v(s)) + \psi_v^2(u(s), v(s))$
	分割線	等高線	$\lambda(s) = \psi_u(u(s), v(s)) / \psi_v(u(s), v(s))$

(ただし, $(u(s), v(s))$ は等高線のパラメータ表示) は, 極値の種類とそこでの φ の増減をもとにして, 枝分れの分類を行うことができる。輪郭線・分割線についても同様である。(表 1)

以下に分類の結果を示すが, そこにおいて, 記号 $+ \cdot -$, $u \cdot d$ を次の意味で表す。

$u(d)$ ……交点から、その方向に遠ざかるとき、 φ が増加(減少)する。

$+(-)$ ……その線上で、 λ が極小(極大)、即ち、 $d^2\lambda/ds^2 > 0 (< 0)$ 。

3.2 分類結果

表2、表3に分類の結果を示す。

この結果をみると、特徴点以外での枝分れについては、特徴線、輪郭線、分割線の枝分れの様子はほとんど同じ形になるが、任意の平面曲線についても同様の解析が可能である(文献2)。

表2 特徴点でない特異点近傍での分類

線	条 件	交 叉 状 況
特 徴 線	$f_{uv}^2 - f_{uu}f_{vv} > 0, f_{vv} \neq 0$	
輪 郭 線	$g_{uv}^2 - g_{uu}g_{vv} > 0, g_{uu} \neq 0, g_{vv} \neq 0$	
分 割 線	$h_{uv}^2 - h_{uu}h_{vv} > 0, h_{vv} \neq 0$	
特 徴 線	$f_{uv}^2 - f_{uu}f_{vv} = 0, f_{vv} \neq 0$	
輪 郭 線	$g_{uv}^2 - g_{uu}g_{vv} = 0, g_{vv} \neq 0$	
分 割 線	$h_{uv}^2 - h_{uu}h_{vv} = 0, h_{vv} \neq 0$	
特 徴 線	$f_{uu} \neq 0, f_{uv} \neq 0, f_{vv} = 0$	
輪 郭 線	$g_{uu} \neq 0, g_{uv} \neq 0, g_{vv} = 0$	
分 割 線	$h_{uu} \neq 0, h_{uv} \neq 0, h_{vv} = 0$	
特 徴 線	$f_{uu} \neq 0, f_{uv} = 0, f_{vv} = 0$	
分 割 線	$h_{uu} \neq 0, h_{uv} = 0, h_{vv} = 0$	
輪 郭 線	$g_{uu} \neq 0, g_{uv} \neq 0, g_{vv} \neq 0$	
特 徴 線	$f_{uu} = 0, f_{uv} \neq 0, f_{vv} = 0$	
分 割 線	$h_{uu} = 0, h_{uv} \neq 0, h_{vv} = 0$	
輪 郭 線	$g_{uu} = 0, g_{uv} \neq 0, g_{vv} = 0$	
特 徴 線	$f_{uv}^2 - f_{uu}f_{vv} < 0$	孤立特異点
輪 郭 線	$g_{uv}^2 - g_{uu}g_{vv} < 0$	
分 割 線	$h_{uv}^2 - h_{uu}h_{vv} < 0$	

4. 輪線, 分割線を求めるアルゴリズム

文献1で, 特徴部分(特徴線)を求める方向が報告されているが, ここでは同じようにして, 有限領域内にある2次元スカラー空間 φ の輪郭線, 分割線を求めるアルゴリズムを述べる。

輪郭線, 分割線を求めるフローチャートを図7, 図8に示す。以下, フローチャート中の主な操作について説明する。

(i) 基本操作

これは線の両側の2点がわかっている場合に, 線上に収束するための操作である。局所座標系を用いて, 線の上では $\psi_{ii}=0$ (ただし, 輪郭線は $i=u$, 分割線は $i=v$, 以下同様)であるから, 線の両側では ψ_{ii} の正負の符号が異なっている。図1では, $\psi_{ii}(A)<0, \psi_{ii}(B)>0$ となっており, A, B の中点 C における符号を調べ, もし図1のように $\psi_{ii}(C)>0$ ならば $B=C$ とする。このような操作を繰り返して, $|A-B|<\epsilon$ (ϵ は十分小さい)となるまで行なえば, 線上の点は AB 間にあるから, A, B は線の上に収束する。

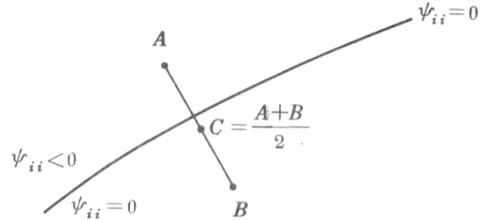


図 1

(ii) 端点およびC点の検出

端点とは, 分割線と有限枠との交点であり, C点とは, 特徴線と輪郭線との交点である。輪郭線は, その性質上一般には閉じてしまい, 有限枠とは交点を持たないので, 特徴線上を探索してC点を見つけるようにしてある。分割線の場合は, 有限枠上で一定間隔 l ごとに ψ_{vv} の符号を調べ, 又輪郭線の場合は, 特徴線上で一定間隔 l ごとに ψ_{uu} の符号を調べ, もし符号が変われば, (i)の基本操作により各線上に収束させる。なお, 間隔 l は, その間に2本の線が入らないように十分小さくする必要はある。

(iii) 端点における割線の検出

(ii)において図2のように $\overline{P_i P_{i+1}}$ の間で端点が検出されたとき, 小さな長方形 $P_i P_{i+1} Q_{i+1} Q_i$ を考えれば, 求める線は辺 $\overline{P_i Q_i}, \overline{Q_i Q_{i+1}}, \overline{P_{i+1} Q_{i+1}}$ のいずれかを必ず通るから, 各頂点における ψ_{ii} の符号を調べ, 符号の異なるなりあった2頂点について(i)の基本操作を行ない, 割線を求める。

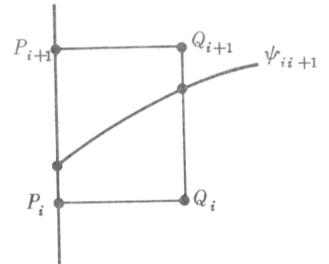


図 2

(iv) 輪郭線, 分割線上への収束

この操作にはいる時は, 図3のように, 輪郭線, 分割線の割線 AB の延長上 C のような位置にあるとする。この時, C 点において AB に垂直な枝を出して, C 点と符号の異なる点 D を見つけ, (i)の基本操作を行ない各線上に収束させる。又, 図4のように急激に曲がっていて, D 点が見つけれないときには, 割線を延長する長さ $|BC|=l$ を小さくする。

(v) 特徴点, 特異点の検出

特徴点, 特異点では ψ_{ii} の符号は図5のようになっているから, これを利用して特徴点, 特異点を検出する。又, 特徴点では $\text{grad } \varphi = 0$ であるから, 割線を延長したときに $\text{grad } \varphi$ の方向が十分変化したら

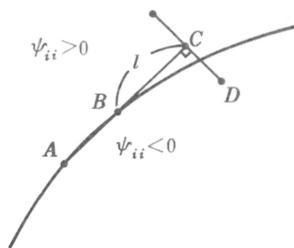


図 3

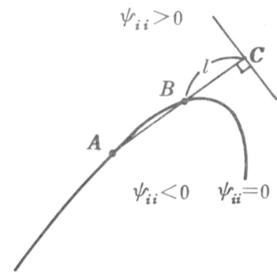


図 4

表 3. 特徴点近傍での分類

線	条 件	交 叉 状 況
特 徴 線	$\varphi_{xy}^2 - \varphi_{xx}\varphi_{yy} > 0$ (鞍部点) かつ $\neg[\varphi_{xx} = \varphi_{yy} \text{ かつ } \varphi_{xy} = 0]$	
輪 郭 線	$\varphi_{xy}^2 - \varphi_{xx}\varphi_{yy} > 0$ (鞍部点)	
分 割 線	$\varphi_{xy}^2 - \varphi_{xx}\varphi_{yy} > 0$ (鞍部点)	
特 徴 点	$\varphi_{xy}^2 - \varphi_{xx}\varphi_{yy} < 0$ (極大・極小点) かつ $\neg[\varphi_{xx} = \varphi_{yy} \text{ かつ } \varphi_{xy} = 0]$	
輪 郭 線 ----- 分 割 線	$\varphi_{xy}^2 - \varphi_{xx}\varphi_{yy} < 0$ (極大・極小点)	孤立特異点
輪 郭 線	$\varphi_{xy}^2 - \varphi_{xx}\varphi_{yy} = 0$ かつ $\neg[\varphi_{xx} = 0 \text{ かつ } \varphi_{yy} = 0 \text{ かつ } \varphi_{xy} = 0]$	
特 徴 線	$\varphi_{xy}^2 - \varphi_{xx}\varphi_{yy} = 0$, または $[\varphi_{xx} = \varphi_{yy} \text{ かつ } \varphi_{xy} = 0]$	3本以上が交叉している。 (さらに高次まで評価する 必要がある。)
輪 郭 線	$\varphi_{xx} = 0$ かつ $\varphi_{yy} = 0$ かつ $\varphi_{xy} = 0$	
分 割 線	$\varphi_{xy}^2 - \varphi_{xx}\varphi_{yy} = 0$, または $\varphi_{xx} = \varphi_{yy} = \varphi_{xy} = 0$	

ば、特徴点を検出したとみなす。

(vi) 特徴点への収束

特徴点の近傍における **gradient** は、2 次以上の項を無視すれば、

$$\text{輪郭線上: } \text{grad } \varphi = \frac{1}{2} \varphi_{xy} x i + \left(\frac{1}{2} \varphi_{xy} x + \varphi_{yy} y \right) j$$

$$\text{分割線上: } \text{grad } \varphi = \left(\varphi_{xx} x + \frac{1}{2} \varphi_{xy} y \right) i + \frac{1}{2} \varphi_{xy} x j$$

となる。ここで i, j は特徴点を原点とする標準座標系の単位ベクトルである。一

方 $\text{grad } \varphi = \varphi_x i + \varphi_y j$ であるから、近傍の点から見て、特徴点は

$$\text{輪郭線上: } r = -x i - y j$$

$$= -2 \frac{\varphi_y \varphi_{xy} - 2 \varphi_x \varphi_{xy}}{\varphi_{xy}^2} i - 2 \frac{\varphi_x}{\varphi_{xy}} j$$

$$\text{分割線上: } r = -x i - y j$$

$$= -2 \frac{\varphi_y}{\varphi_{xy}} i - 2 \frac{\varphi_x \varphi_{xy} - 2 \varphi_y \varphi_{xx}}{\varphi_{xy}^2} j$$

となる。そこで、(V) によって特徴点を検出されたなら、ベクトル r を上式によって合成し、 r 方向に動かし、これを繰り返す。このとき、このベクトルが直前に求めたものに比べて十分変化しているならば、動かす距離を縮め、同様の操作を繰り返し、特徴点に収束させる。

(vii) 特異点への収束……(vi) と同様

(viii) 特徴点、特異点及び C 点のまわりの割線の検出

特徴点、特異点及び C 点を中心にした小円周上を n 等分し、各等分点における ψ_{ii} の符号を順次調べ、もし符号が変わったならば、(i) の基本操作を行なうことにより、すべての割線を求める。(図 6)

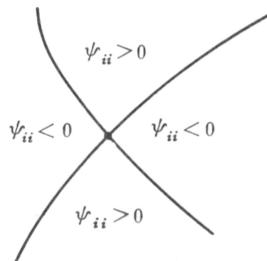


図 5

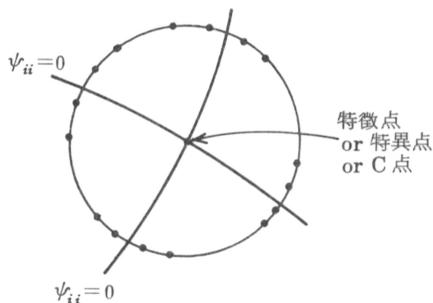


図 6

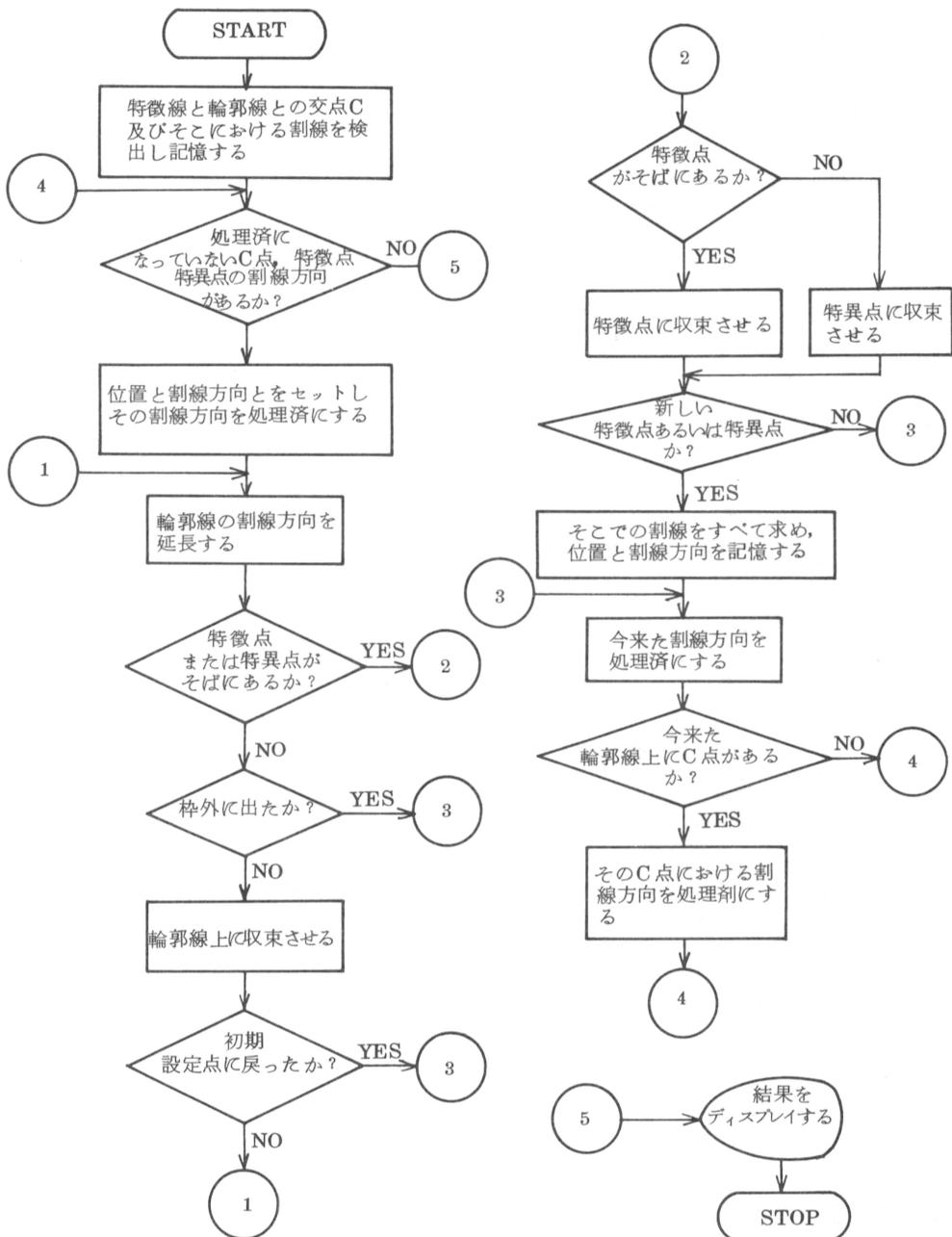


図7 輪郭線を求めるフローチャート

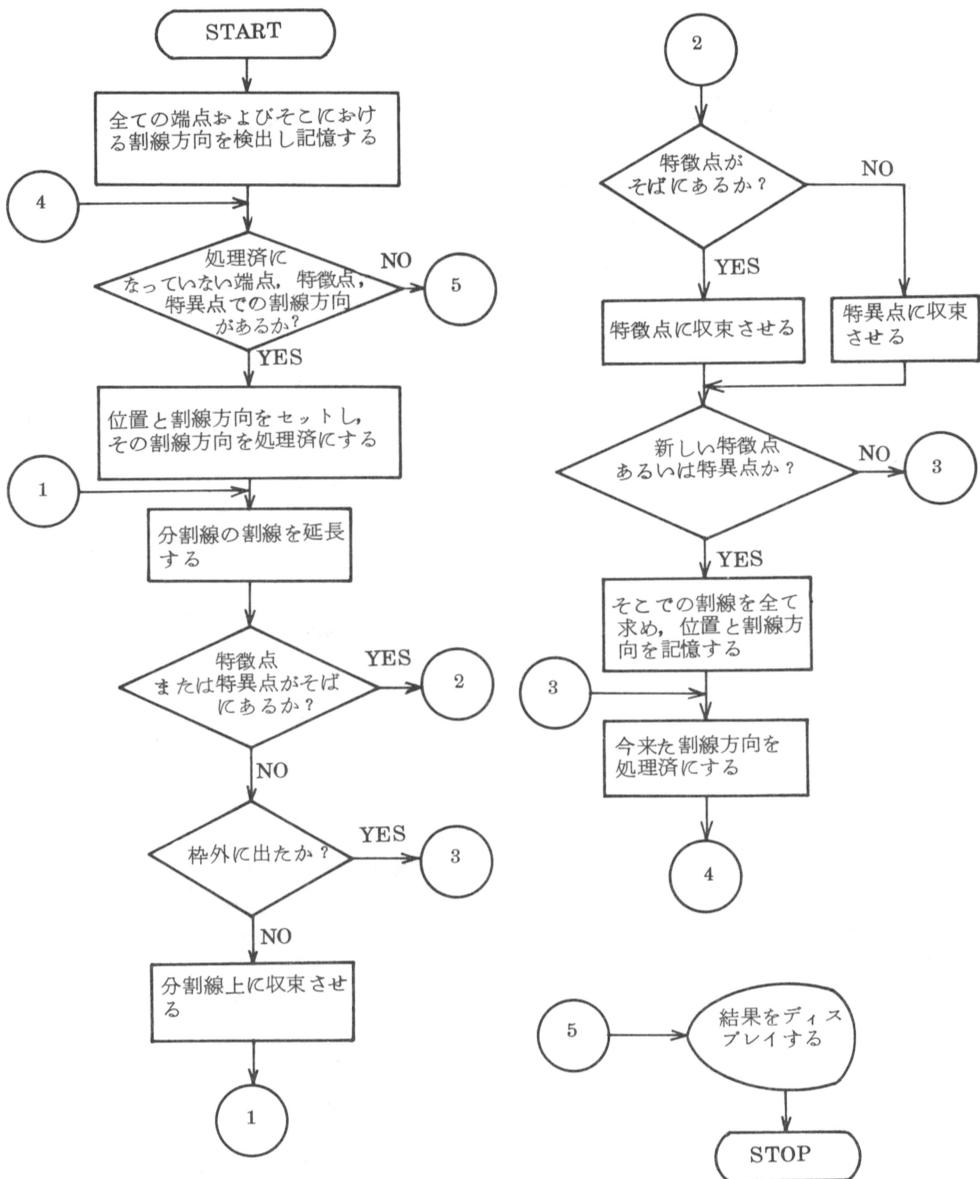


図8 分割線を求めるフローチャート

5. 特徴線, 輪郭線, 分割線の例

特徴線, 輪郭線, 分割線を実際にディスプレイ装置上に表示した例を示す。

実験に用いたスカラー関数 $\varphi(x, y)$ は, 2~4個の正規分布を重ね合わせたものである。

$$\varphi(x, y) = \sum_i h_i \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho_i^2)} \left\{ \frac{(x-m_{xi})^2}{\sigma_{xi}^2} - 2\rho_i \frac{(x-m_{xi})(y-m_{yi})}{\sigma_{xi}\sigma_{yi}} + \frac{(y-m_{yi})^2}{\sigma_{yi}^2} \right\}\right]$$

写真例

特 徴 線	輪 郭 線	分 割 線

6. 特徴線，輪郭線，分割線の応用

これらの諸線は，かなり具体的な内容を表現しているので，色々の応用が考えられるが以下ではこれらについて，
3. 簡単に述べる。

(I) 特徴線

(a) 極値探索の問題は，最適化問題，パターン認識等広い領域で重要であるが，単一モードの場合以外はほとんど研究されていない。これは，全てのモードをもれなく，効率的に求めることが，今まで極めて困難であったからである。一方，特徴線は曲面の全ての極値を通過するから，これを利用すれば効率的に極値探索を行うことができる。これを実行するには，特徴線を求めるアルゴリズムのところでも述べた方法によって有限枠から順に特徴線をたどっていき，枝分れ点で，直ちに進む方向以外のものをプッシュダウン・スタックに記憶しながら進め，途中であらわれる極値を次々に求めていけば良い。

(b) 曲面の表現，再構成

曲面の形を取扱うことが必要な分野，例えばNCによる加工では曲面を効率よく表現することが重要になってくるが，特徴線は全ての谷線，尾根線を含んでいて，曲面の骨組のようなものを与えているので，この分野に応用することが可能である。

勿論，特徴線から元の曲面を一意的に決定することはできないが，適当な条件を付加すれば，これが可能になると考えられるが，これによって大巾な曲面情報の圧縮ができよう。この際，輪郭線，分割線等を併用することも考えられる。これに関して，そのような付加条件及び特徴線からの曲面の再構成の問題が究究されなければならない。

(c) パターンのクラスタ化

特徴線の一部である谷線を利用することによって，パターンのクラスタ化を行うことができる。方法は，与えられたパターンのサンプル集合から適当な方法によって密度関数のようなものを構成し，これを曲面とみなして，この特徴線を求めれば良い。

(d) 以上の他にも，特徴線が何か物理的意味をもっているような分野に応用できると考えられるが，それには，その応用の対象について個々に考える必要があろう。

このような応用が考えられるものに，天気図の解析，地形図の解析等多くのものが考えられる。

(II) 輪郭線

輪郭線そのものの定義が必ずしも明らかでないので，輪郭線が実際の画像の輪郭を表現しているかどうかは，一概には言えない。輪郭線の定義自身は一応もっともなものと考えられるが，写真例でもわかる様に，山の中間部（鞍部点付近）に出きる8の字形のものをどのように解釈すべきか問題はあ

本論文で与えられた輪郭線の定義が実際の輪郭として十分なものであるかどうかは，種々の実例を通して決定されなければならないが，もし，不十分であることが解ったならば，更に別の付加条計，例えば， $\text{grad } \varphi$ の大きさ等，を考慮に入れる必要があ

(III) 分割線

分割線が，等高線の曲率が0となる点を連ねたものであり，したがって，山の勢力範囲を表わしていると考えられるが，これは，実例の写真によってもそのようになっていることがわか

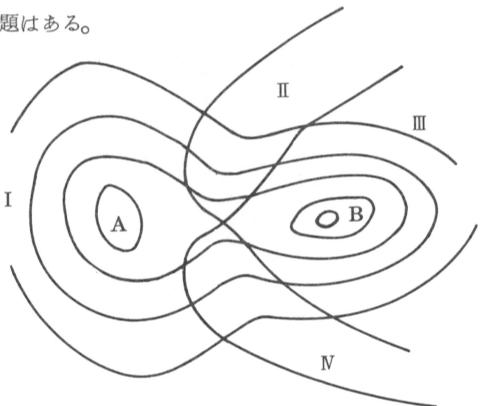


図 9

る。

例えば、図9のような場合には、分割線によって平面は4つの部分に分割されるが、このとき、領域Ⅰは山Aに属し、領域Ⅲは山Bに属し、領域ⅡとⅣはA、Bどちらにも属さないと解釈することができる。この方法によるパターンのクラスタ化が可能であろう。

7. 結 び

画像の特徴を表すものとして、特徴線、輪郭線、分割線を定義し、その性質、特に特異点での枝分れの分類について述べた。次に、それらの線を実際に求めるアルゴリズムを示し、それによって得られた実例の結果を示し、その応用について考察した。

これからの問題としては、各線の大域的な性質について研究し、それらの syntactical な表現について研究すると同時に、実際の応用について考察することが必要であろう。

最後に、本研究を行うにあたり御協力して下さった本研究室の皆様、及び、村上考也、今井隆、氏（現、日立製作所）に感謝いたします。

参 考 文 献

1. 榎本・堂下・村上 “画像の特徴の一考察” オートマトンインホメーション研究会資料 $\frac{A}{IT}$ 71-12 (1971-04)
2. 榎本・片山・鶴見 “特徴線、輪郭線、鞍部線の諸性質” オートマトンと言語パターン認識と学習研究会資料 $\frac{AL}{PRL}$ 72-64 (1972-10)
3. 榎本・堂下・村上 “スカラ空間の特徴部分とその抽出” オートマトンインホメーション研究会資料 $\frac{A}{IT}$ 71- $\frac{32}{33}$ (1971-06)
4. 今井 “二次元スカラ空間の特徴線の表示と接続構造の研究” 東工大46年度卒業研究

本 PDF ファイルは 1965 年発行の「第 6 回プログラミング—シンポジウム報告集」をスキャンし、項目ごとに整理して、情報処理学会電子図書館「情報学広場」に掲載するものです。

この出版物は情報処理学会への著作権譲渡がなされていませんが、情報処理学会公式 Web サイトの https://www.ipsj.or.jp/topics/Past_reports.html に下記「過去のプログラミング・シンポジウム報告集の利用許諾について」を掲載して、権利者の検索をおこないました。そのうえで同意をいただいたもの、お申し出のなかったものを掲載しています。

過去のプログラミング・シンポジウム報告集の利用許諾について

情報処理学会発行の出版物著作権は平成 12 年から情報処理学会著作権規程に従い、学会に帰属することになっています。

プログラミング・シンポジウムの報告集は、情報処理学会と設立の事情が異なるため、この改訂がシンポジウム内部で徹底しておらず、情報処理学会の他の出版物が情報学広場 (=情報処理学会電子図書館) で公開されているにも拘らず、古い報告集には公開されていないものが少からずありました。

プログラミング・シンポジウムは昭和 59 年に情報処理学会の一部門になりましたが、それ以前の報告集も含め、この度学会の他の出版物と同様の扱いにしたいと考えます。過去のすべての報告集の論文について、著作権者（論文を執筆された故人の相続人）を探し出して利用許諾に関する同意を頂くことは困難ですので、一定期間の権利者搜索の努力をしたうえで、著作権者が見つからない場合も論文を情報学広場に掲載させていただきたいと思えます。その後、著作権者が発見され、情報学広場への掲載の継続に同意が得られなかった場合には、当該論文については、掲載を停止致します。

この措置にご意見のある方は、プログラミング・シンポジウムの辻尚史運営委員長 (tsuji@math.s.chiba-u.ac.jp) までお申し出ください。

加えて、著作権者について情報をお持ちの方は事務局まで情報をお寄せくださいますようお願い申し上げます。

期間：2020 年 12 月 18 日～2021 年 3 月 19 日

掲載日：2020 年 12 月 18 日

プログラミング・シンポジウム委員会

情報処理学会著作権規程

<https://www.ipsj.or.jp/copyright/ronbun/copyright.html>