6M-03

ペトリネット構造解析によるホーム状態存在性の判定

Determination of Home State Existence by Petri Net Structure Analysis

三浦　朋己 †　　和崎 克己 ††

Tomoki Miura　Katsumi Wasaki

1　はじめに

ペトリネットは，事象発生の並列性，非同期性，非決定性を有する離散事象システムの振る舞いを表す数学モデルである [1][2]．既存のペトリネットツールの記述性，操作性，再利用性の問題を解決するため，本学で開発されたのが階層化可能なペトリネット設計ツール HiPS（Hierarchical Petri net Simulator） である [3][4].

ペトリネットにおいてホーム状態の判定を行う．ホーム状態とは，すべてのマーキングから戻ることが出来る状態であり，ホーム状態の判定により安定した状態を確認できる．通常，ホーム状態の判定には動的解析が用いられるが，大規模なネットではすべてのマーキングを探査するのはコストがかかる．本研究では動的解析の前処理として構造解析を行うことで，ホーム状態の存在性を判定する．

2　ペトリネット

2.1　可逆性とホーム状態

可逆性: ペトリネット (N, M_0) は $R(N, M_0)$ のすべてのマーキング M に対して，M から M_0 が可達であれば，可逆（reversible）であると呼ばれる．すなわち，可逆なネットにおいては，常に初期マーキングあるいは初期状態に戻ることができる．

ホーム状態: ある（ホーム）状態（home state）に戻ることが出来さえすれば，初期状態にもどる必要はない場合がある．$R(N, M_0)$ のすべてのマーキング M に対して，マーキング M' が M から可達であば，M' をホーム状態と呼ぶ.

準ホーム状態: $k \in \{1, 2, \cdots, n\}$ 個のプレースを持つペトリネットに対し動的解析を行う場合，あるトランジションが発火する度にマーキングを取得している．システムによっては，プレース p_k が持つトークン数 $M(p_k)$ について，トークンの増減を細かく見る必要がない場合がある．また，プレース p_k が持つトークン数を考慮する必要がない場合も存在する．準ホーム状態は，あるプレースのトークン数を抽象化したマーキング M'' に対してマーキング M' が M'' から可達であると定義する．

2.2　保存性

ペトリネット N はすべての (いくつかの) プレース p に対して，すべての $M \in R(M_0)$ および任意の固定された初期マーキング M_0 についてトークンの重み付き総数 ($M^T y = M_0^T y$) が一定であるような正整数解 $y(p)$ が存在すれば (準) 保存的 ((partially) conservative) であると呼ばれる．

2.3　反復一致性

ペトリネット N は，あるマーキング M_0 と，すべての（いくつかの）トランジションが少なくとも 1 回発火系列 σ 内に生起するような M_0 から始まり，M_0 へ戻る発火系列 σ とが存在すれば，（準）準反復一致的である ((partially) consisitent）と呼ばれる．

2.4　ペトリネットのサブクラス

次の記号により，プレースとトランジションの入出力集合を定義する（ここで F は，全てのアーク集合である）．ペトリネットのサブクラスの関係を図 1 に示す [1][2]．SM:状態機械，MG:マークグラフ，FC:自由選択ネット (Free-Choice Net)，EFC:拡張自由選択ネット (Extended Free-Choice Net)，AC:非対称選択ネット (Asymmetric Choice Net)，PN:一般ペトリネットである．

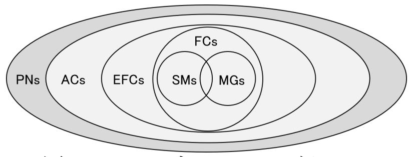

図 1　ペトリネットのサブクラス

$\cdot t = p|(p,t) \in F$：t の入力プレースの集合
$t\cdot = p|(t,p) \in F$：t の出力プレースの集合
$\cdot p = t|(t,p) \in F$：p の入力トランジションの集合
$p\cdot = t|(p,t) \in F$：p の出力トランジションの集合

非対称選択ネット（AC）：非対称選択ネットは次のような性質を持つ正規ペトリネットである．すべての p_1，$p_2 \in P$ に対し，$p_1 \cdot \cap p_2 \cdot \neq \emptyset \rightarrow p_1 \cdot \subseteq p_2 \cdot$ または $p_1 \cdot \supseteq p_2 \cdot$

3　ホーム状態の存在性

従来，ホーム状態解析は動的解析が用いられるが，大規模なネットではすべてのマーキングを探査するのはコストがかかる．ホーム状態は $R(N, M_0)$ のすべてのマーキング M に対して，マーキング M' が M から可達な状態であるため，ホーム状態を持つネットは閉路を持つ．そこで，ホーム状態判定の前処理として，ホーム状態の存在性を判定するために構造解析を行う．しかし，ネットによってホーム状態が存在する条件が異なるため，サブクラスごとに条件を区別する必要がある．

本研究では動的解析の前処理として構造解析により，ホーム状態の存在性の判定を行う．以下に構造解析の処理を述べる．ここで，AC 構造に属するトランジションを AC トランジション，ネット全体が AC 構造のネット

† 信州大学大学院総合理工学研究科, Graduate School of Science and Technology, Shinshu University
†† 信州大学工学部電子情報システム工学科, Department of Electrical and Computer Engineering,Faculty of Engineering, Shinshu University

を AC ネットと呼ぶ．その他サブクラスについても同様に定義する．

3.1　SM 構造，MG 構造，FC 構造における構造解析

ペトリネットが持つ閉路内のトランジションが無限回発火可能であり，閉路のトークンの総和が一定な閉路を持つネットはホーム状態である．つまり，ペトリネットに準保存性かつ準反復一致性を有する閉路群が存在するとき，潜在的なホーム状態の存在性を有する．構造解析では，準保存性，準反復一致性をそれぞれ求解する．取得した準保存性，準反復一致性を有するプレース集合，トランジション集合から準保存性，準反復一致性を共に持つ閉路を求解する．

3.2　AC 構造における構造解析

AC 構造を図 2 に示す．AC ネットは上記の通り，すべての p_1，$p_2 \in P$ に対し，$p_1 \cdot \cap p_2 \cdot \neq \emptyset \rightarrow p_1 \cdot \subseteq p_2 \cdot$ または $p_1 \cdot \supseteq p_2 \cdot$ を満たす．つまり，AC 構造内のプレースの出力トランジションが内包されている．AC ネットにおけるホーム状態の存在性を有する条件を以下に示す．

(i) AC トランジションが準反復一致性を有する

(ii) AC トランジションの入出力プレースを共に含む閉路が準保存性を持つ

AC トランジションが準反復一致性を有する時，AC トランジションは無限回発火可能性を有する．また, AC トランジションの入出力プレースがそれぞれ準保存性であり，それらを含む閉路が存在する時，閉路のトークン数は一定である．この条件を共に満たすネットは潜在的なホーム状態の存在性を有する．

3.3　PN 構造における構造解析

PN 構造を図 3 に示す．PN ネットにおけるホーム状態の存在条件を以下に示す．

(i) PN トランジションが準反復一致性を有する

(ii) PN トランジションの入出力プレースを共に含む閉路が準保存性を持つ

PN ネットは，サブクラスにおいて AC ネット外のペトリネットである．PN ネットにおけるホーム状態存在条件は 3.2 同様，PN トランジションとその入出力プレースを構造的性質を解析し，上記の条件を満たしている時，潜在的なホーム状態の存在性を有する．

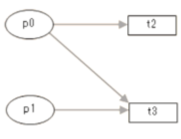

図 2　AC, $\overline{EFC}$

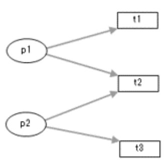

図 3　PN, $\overline{AC}$

4　適用例

図 4 のペトリネットに構造解析を行った適用例を以下に示す．図 4 はネット全体が AC 構造であるため AC ネットである．このネットに構造解析を行い，準保存性を持つプレース集合，準反復一致性を持つトランジション集合を求解する．準保存性を持つプレース集合は，$\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$，$\{p_8, p_9\}$，$\{p_6, p_7, p_9, p_{10}\}$ である．

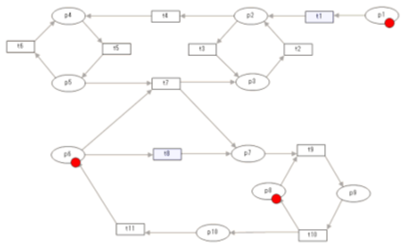

図 4　ペトリネット (AC ネット)

準反復一致性を持つトランジション集合は，$\{t_2, t_3\}$，$\{t_5, t_6\}$，$\{t_8, t_9, t_{10}, t_{11}\}$，$\{t_2, t_4, t_5, t_7, t_9, t_{10}, t_{11}\}$ である．この結果から準保存性かつ準反復一致性を持つ閉路を求める．準保存性かつ準反復一致性を持つ閉路は，$\langle p_2, t_3, p_3, t_2 \rangle$，$\langle p_4, t_5, p_5, t_6 \rangle$，$\langle p_2, t_4, p_4, t_5, p_5, t_7, p_3, t_2 \rangle$，$\langle p_8, t_9, p_9, t_{10} \rangle$，$\langle p_6, t_8, p_7, t_9, p_9, t_{10}, p_{10}, t_{11} \rangle$ である．図 4 のネットにおいて，AC トランジションは $\{t_7, t_8\}$ であり，これらはどちらも準反復一致性であるため，3.2 (i) を満たす．

また，AC トランジションの入出力プレースは $\{p_3, p_5, p_6, p_7\}$ である．$\{p_3, p_5\}$ はそれぞれ t_7 の入力プレース，出力プレースであり，$\{p_3, p_5\}$ を含む閉路 $\langle p_2, t_4, p_4, t_5, p_5, t_7, p_3, t_2 \rangle$ は準保存性を持つ．同様に，t_8 の入力プレース，出力プレースである $\{p_6, p_7\}$ を含む閉路 $\langle p_6, t_8, p_7, t_9, p_9, t_{10}, p_{10}, t_{11} \rangle$ も準保存性であるため，3.2 (ii) を満たす．したがって，図 4 のペトリネットは潜在的なホーム状態の存在性を有する．

5　まとめと今後の課題

本研究では，構造解析によるホーム状態の存在性の判定する方法を考案した．準保存性，準反復一致性を共に有する閉路群を持つペトリネットは，潜在的なホーム状態の存在性を持つため，ホーム状態解析の前処理として構造解析を行い，効率化を図る．

構造解析により，ホーム状態の存在性が確認できたとしても実際にホーム状態が存在するかは，ペトリネットのマーキングに依存する．そのため，動的解析を行い，構造解析で求めた準保存性かつ準反復一致性を持つ閉路群にトークンが入るかを確認する必要がある．例えば，図 4 のペトリネットの p_1，p_6，p_8 の初期トークンを除いた場合，トークンは遷移不可能となるため，ホーム状態は存在しない．今後は，オカレンスネット [5] によるホーム状態の存在性を判定する処理について検討する．

参考文献

[1] Tadao Murata: “Petri Nets: Properties, Analysis and Applications”, Proc of The IEEE, vol.77, No.4, pp.541–580, 1989

[2] 村田忠夫：“ペトリネットの解析と応用”, 近代科学社, 1992

[3] HiPS Tools : https://sourceforge.net/projects/hips-tools/

[4] Yojiro Harie, Yuta Mitsui, Kohei Fujimori, Amit Batajoo, Katsumi Wasaki : “HiPS: Hierarchical Petri Net Design, Simulation, Verification and Model Checking Tool” ; Proceedings of the 6th IEEE Global Conference on Consumer Electronics (GCCE 2017), pp.686-690, 2017

[5] 宮本俊幸：“ペトリネットの可達解析”, Fundamentals Review, Vol.13 No.1 pp.20-27, 2019