

## 交通流モデルのための一方向多粒子量子ウォークの検討

沙々木 祐斉<sup>†</sup>    小島 諒介<sup>‡</sup>    辻本 諭<sup>§</sup>  
 京都大学<sup>†</sup>    京都大学<sup>‡</sup>    京都大学<sup>§</sup>

## 1 はじめに

量子ウォーク (QW) は古典ランダムウォークに対応した量子モデルであり、量子的な性質を用いて探索問題の高速化や自然現象のモデル化など幅広く応用されている [1]. QW は単純なモデルでありながら、その応用の広さから多粒子モデルなど多くの拡張モデルも提案されている [1, 2]. 一方、粒子モデルの中でも交通流モデルは古くから研究され、その性質や関係性もよく研究されている. また、実際の交通流における現象も多く研究されており、全体として渋滞していない自由走行相と渋滞層の存在や車が低速状態と高速状態を繰り返すことで生じる交通振動などの現象が知られている [3].

量子計算は交通流の最適化やその計算の高速化には広く応用されつつあるが、量子モデルによる交通流のモデリングは限定的である. 我々の最終的な目標は交通流モデルを直接 QW を用いてモデル化することである. 本稿では、プロトタイプとしての一方向多粒子量子ウォーク (OMQW) を提案する. 加えて、シミュレーションにより、実験 1 では提案モデルの流量を計算し、実験 2 ではモデルパラメータ推定を行う.

## 2 提案モデル

本稿では、S.Costa らによって導入されたモデル [4] を交通流モデルへと拡張した OMQW

を提案する. 直感的に言うと、OMQW は移動を「前に進む」と「とどまる」という二つの内部自由度をもつ QW により行い、衝突を量子的な相互作用により行うモデルである.

## 2.1 離散時間一方向量子ウォーク

QW は位置空間  $\mathcal{H}_P$  とコイン空間  $\mathcal{H}_C$  のテンソル積  $\mathcal{H}_P \otimes \mathcal{H}_C$  で記述される. ここで、 $\mathcal{H}_P$  は周期境界条件を課した 1 次元格子上の粒子  $i$  の状態の集合  $\{|x_i\rangle : x_i = 0, 1, \dots, N-1\}$  で ( $N$  は正の整数)、 $\mathcal{H}_C$  は  $\{|c_i\rangle : c_i \in \{0, 1\}\}$  で構成される. また、移動を表現する演算子  $S$  は、 $S|x_i, c_i\rangle = |x_i + c_i, c_i\rangle$  のように  $\mathcal{H}_P$  に作用する. 次に、 $\mathcal{H}_C$  に作用する演算子  $C$  は、

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

で定義する. これらの演算子を  $U = S(I \otimes C)$  にまとめると、粒子  $i$  の 1 時刻後の状態は  $U|x_i, c_i\rangle$  と表せる.

## 2.2 一方向多粒子量子ウォーク (OMQW)

$n$  粒子への拡張は、 $i$  番目の粒子のヒルベルト空間を  $\mathcal{H}_i$  として、そのテンソル積  $\mathcal{H}_1 \otimes \dots \otimes \mathcal{H}_n$  で表せる. また、衝突を表す演算子  $U_{int}$  は、各粒子に  $U$  を適用後、全ての粒子の組み合わせに対して作用させる.  $\bar{c} \equiv c + 1 \pmod{2}$  として、粒子  $i$  と  $j$  に対して  $U_{int}$  は以下のように定義する.

$$U_{int}(|x_i, c_i\rangle \otimes |x_j, c_j\rangle) = \begin{cases} |x_i, \bar{c}_i\rangle \otimes |x_j, \bar{c}_j\rangle & \text{if } x_i = x_j, \\ |x_i, c_i\rangle \otimes |x_j, c_j\rangle & \text{else,} \end{cases}$$

## 3 実験 1：流量の可視化

実験 1 では、ランダムな初期位置から時間発展した OMQW に対し、時刻  $t$ 、各位置  $x$  における粒子数の期待値  $E_{x,t}$  の流量  $Q_t$  を量子回路シミュレータで計算した. 時刻  $t$  における流量

A study of one-way multiparticle quantum walk for traffic flow models

<sup>†</sup> Yusei Sasaki, Kyoto University

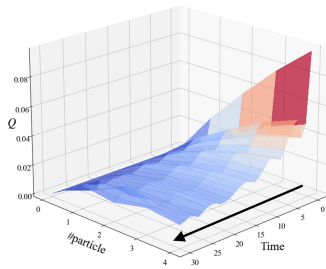
<sup>‡</sup> Ryosuke Kojima, Kyoto University

<sup>§</sup> Satoshi Tsujimoto, Kyoto University

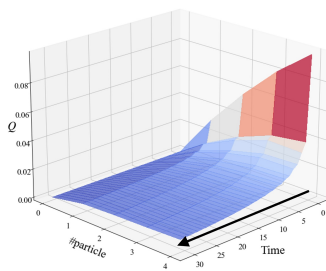
$Q_t$  の計算式を以下に示す.

$$Q_t = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \max(E_{x,t} - E_{x,t-1}, 0)$$

また, 計算資源の都合から 4 粒子までの流量を計算した. 比較のために, 交通流の古典モデルとして 1 次元非対称単純排他過程 (TASEP) の結果も同様に示す.



(a) OMQW



(b) TASEP

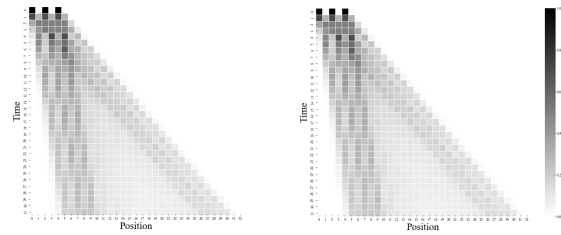
図 1. 各粒子数における平均流量の時間発展

図 1 の結果より, 古典モデルである TASEP と比較して, OMQW の流量は振動していることがわかる. この性質は, 交通振動などの交通流における振動現象のモデル化への応用が期待できる. また, OMQW では時間発展により, 一つの粒子あたり速度の速いピークと遅いピークを持つ分布となる (図 2(a) 参照)

#### 4 実験 2: パラメータ推定

実験 2 では, 3 粒子 OMQW に関して演算子  $C$  をパラメータ化し, 5000 回 ( $t = 32$ ) の観測を行い  $C$  を推定した. 推定方法は正解の分布と観測された分布間の KL divergence を数値微分と勾配降下法を用いて最小化した. 図 2(a) に示した OMQW を推定した結果, 図 2(b) の結果が得られ, 推定した OMQW から得られた期待値が元の期待値と一致していることがわかる.

その学習過程を図 3 に示す.



(a)  $E_{x,t}$

(b) 推定した  $E_{x,t}$

図 2. 粒子数 3 の OMQW の時間発展

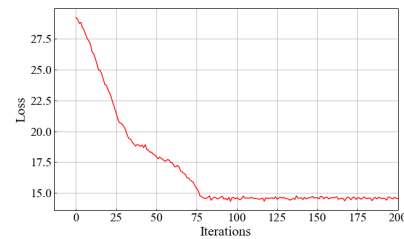


図 3. 学習曲線

#### 5 まとめ

本稿では, QW を交通流モデルへと拡張した OMQW モデルを提案した. シミュレーションにより流量に関する性質を明らかにした. また, 与えられた観測からパラメータ推定が可能であることを確認した. 今後は, より現実に即した応用的なモデルへの拡張を計画している.

#### 6 謝辞

本研究は京都大学モビリティ基盤数理研究ユニット及び JSPS 科研費 No.21H04905 の助成を受けた.

#### 参考文献

- [1] Venegas-Andraca, Salvador Elías. "Quantum walks: a comprehensive review." *Quantum Information Processing* 11.5, 2012.
- [2] Ahlbrecht, Andre, et al. "Molecular binding in interacting quantum walks." *New Journal of Physics* 14.7, 2012.
- [3] Li, Xiaopeng, Fan Peng, and Yanfeng Ouyang. "Measurement and estimation of traffic oscillation properties." *Transportation Research Part B: Methodological* 44.1, 2010.
- [4] Costa, Pedro CS, Fernando De Melo, and Renato Portugal. "Multiparticle quantum walk with a gaslike interaction." *Physical Review A* 100.4, 2019.