

# ナーススケジューリングにおける多様な解の生成

加藤 尚瑛<sup>1,a)</sup> 呉 偉<sup>2,b)</sup> 池上 敦子<sup>1,c)</sup>

受付日 2021年8月2日, 再受付日 2021年9月24日,  
採録日 2021年11月19日

**概要:** ナーススケジューリングでは, 各日各シフトに適切な数のナースを配置するだけでなく, ナースの健康や社会生活を考慮するために多くの制約を満たす必要がある. さらに, 暗黙的な制約や評価尺度を考慮して, 現場で実用できる解を得るためには, 最適解を1つ得るといった単純な最適化方法では不十分だと考えられる. 本研究では, 選択の自由度や効率的な解修正を支援するための情報として, 多様な解を複数提供することを考える. 病院現場でベテランナースの配置を重要視して勤務表が作成されている事実に基づき, ナーススケジューリングの定式化に類出する意思決定変数(特定のナースや日)に着目し, これらの値の違いを解の「違い」として扱うことで, 解の多様性を考える. そして, できるだけ大きな違いを持つ複数の解を同時に得るための多様解生成モデルを提案する. 次に, モデルに基づいて得られた複数解の間の違いや, 違いを大きくしようとすることで各勤務表の品質にどのように影響するかを観察する. また, 変数の重要性を考慮せずに, すべての変数について互いの違いが大きくなる複数解を得た結果とも比較する.

**キーワード:** ナーススケジューリング, モデル化, 多様な解, 計算実験

## Generating Diverse Solutions for Nurse Scheduling

NAOAKI KATO<sup>1,a)</sup> WEI WU<sup>2,b)</sup> ATSUKO IKEGAMI<sup>1,c)</sup>

Received: August 2, 2021, Revised: September 24, 2021,  
Accepted: November 19, 2021

**Abstract:** Nurse scheduling involves creating a schedule that not only has the required number of nurses in each shift each day, but also satisfies many constraints considering the health and social life of each nurse. In addition, due to implicit constraints and unstated criteria, simple optimization techniques that find a single optimal solution do not suffice for obtaining a practical solution. In hospitals, schedules are created with attention given to the work shifts of skilled nurses. Accordingly, in this study, we focus on decision variables concerning skilled nurses which frequently appear in the formulation of optimization models, and we treat the degree of difference in the values of these variables as the “difference” between solutions. We propose a simple model for simultaneously obtaining multiple solutions that differ greatly from each other. We then observe the differences between multiple solutions given by our model and how these differences affect the quality of each schedule. We also compare the results of obtaining multiple solutions that differ greatly from each other for all variables without considering the importance of the variables.

**Keywords:** nurse scheduling, modeling, diverse solutions, computational experiment

### 1. はじめに

日本においては, ナーススケジューリングのためのソフトウェアが30年以上前から多く存在し, コンピュータ上での勤務表編集, 電子的データ管理が可能になっている. しかし, 現場で考慮される制約を適切に扱うことは難しく, 自動スケジューリング機能の有効利用があまり進んでいな

<sup>1</sup> 成蹊大学  
Seikei University, Musashino, Tokyo 180-8633, Japan  
<sup>2</sup> 静岡大学  
Shizuoka University, Hamamatsu, Shizuoka 432-8561, Japan  
<sup>a)</sup> naoaki725@gmail.com  
<sup>b)</sup> goi@shizuoka.ac.jp  
<sup>c)</sup> atsuko@st.seikei.ac.jp

い。病院現場では、依然として、スケジューリング部分を人手で行っており、これらの状況を改善するためには、効率良く解を提供できるスケジューリング機能と、その修正を支援する情報を提供できる機能を持つソフトウェアが必要とされている。

ナーススケジューリングでは、各ナースのスキルレベルだけでなく、健康状態、社会生活を守るための多くの制約を満たしながら、各日の各シフトに適切な数のナースを配置する必要がある。その結果、与えられた制約に対して実行可能解を取得することさえ容易ではない。さらに、暗黙的な制約や評価尺度も存在するため、これらの考慮事項を効率的に反映できるツールと情報が必要である。現場で実用できる解を得るためには、最適解を1つ得るといった単純な最適化方法では不十分だと考えられる。

与えられた解に対し、わずかに修正された解が望まれる場合と、まったく異なる解が望まれる場合があることから、最適解を複数得ようとする際には、それらの多様性と類似性を考慮する必要がある。

長谷部ら [6] は、多数の解を生成する方法を利用して、1つの最適解から 7,000 万を超える類似な最適解を生成することに成功している。しかし、解の近傍が比較的小さかったため、大きく異なる解を得ることはできていない。ナーススケジューリングについては、1990 年代後半頃から、多くのアルゴリズム、特にメタヒューリスティックアルゴリズム [2], [3], [4] が提案されてきたが、最適解もしくは、それに準ずる解を高速に得ることに注力されており、与えられた解（勤務表）を実用できるよう修正するための情報生成方法については確立されていない。

本研究は、与えられた解を修正するために有効な情報を生成することを目的とする。そして、元のナーススケジューリング問題において最適もしくはそれに近い複数の多様解を得ることを目指す。

病院においては、ベテランナースの勤務シフトに注意を払って勤務表が作成されている。よって、本研究では、最適化モデルの定式化に頻繁に登場するベテランナースに関わる意思決定変数に注目し、これら変数の値のの違いの程度を解の間の「違い」として扱う。次に、互いに大きく異なる複数解を同時に得るためのシンプルなモデルを提案する。

提案モデルで得られた複数解の間の違いと、その違いが各解（勤務表）の品質にどのように影響するかを観察する。また、変数の重要性を考慮せず、すべての変数について大きく異なる複数解を得た結果とも比較する。

表 1 は、ナース 25 人の問題例で与えられた勤務表 [7] の例を示す。担当患者により、A チームはナース 1-13、チーム B はナース 14-25 で構成される。勤務表は看護の質に大きな影響を与えることから、勤務表作成においては、各日の各勤務シフトは慎重に決定する必要がある。

表 1 ナース勤務表の例  
Table 1 Example nurse schedule.

Nurse	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30								
ID	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	/	-	e	n	+			
1	e	e	/	/	-	n	n	/	/	-	e	/	/	-	-	/	/	-	-	e	e	/	-	e	n	/	/	-	n	n	/	-	e	n	+			
2	n	/	/	/	-	-	-	/	e	e	/	+	-	n	n	/	/	-	-	-	e	e	/	/	-	n	n	/	-	n	n	/	-	e	n	+		
3	-	/	/	-	/	-	e	e	n	n	/	/	-	n	n	/	/	-	-	e	n	n	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
4	/	-	-	e	/	-	e	n	n	/	/	-	e	/	/	-	e	/	+	-	-	n	n	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
5	-	n	n	/	e	e	/	-	-	-	n	n	/	e	e	/	-	-	n	n	/	/	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
6	/	-	e	n	n	/	/	/	/	-	-	-	-	n	n	/	/	-	-	e	n	n	/	/	-	-	n	n	/	/	-	-	-	-	-	-	-	
7	/	-	-	e	e	/	/	-	-	e	/	n	n	/	/	-	-	/	/	-	-	/	/	-	-	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
8	-	e	/	n	n	/	/	+	-	e	/	/	-	-	/	-	-	n	n	/	/	-	e	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
9	/	/	-	e	/	-	-	e	e	/	/	-	e	/	-	-	e	/	n	n	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
10	+	e	/	-	-	-	e	/	/	/	-	e	/	-	+	-	-	e	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
11	e	/	-	-	/	-	e	/	-	n	n	/	/	+	-	-	e	/	-	-	-	n	n	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	/	-	/	-	/	-	-	/	/	-	-	-	-	-	n	n	/	/	-	-	e	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
13	-	/	n	n	/	+	-	/	/	/	-	-	-	e	e	/	-	-	e	e	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
14	-	e	/	-	n	n	/	/	+	/	/	/	-	-	-	e	e	/	e	e	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
15	-	e	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	n	n	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	/	-	n	n	/	/	-	-	e	e	/	-	+	-	-	-	e	n	n	/	/	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
17	e	/	-	e	e	/	-	-	n	n	/	/	+	-	-	-	e	/	-	-	e	/	-	-	-	n	n	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	/	/	-	-	-	-	e	n	n	/	/	-	-	-	e	n	n	/	/	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
19	-	/	-	-	-	/	+	-	e	/	n	n	/	/	+	e	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	-	e	e	e	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
21	n	n	/	/	-	-	e	/	n	n	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
22	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
23	-	-	/	-	e	/	n	n	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
24	e	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
25	n	n	/	/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
e	9	9	10	11	10	9	8	10	7	8	7	9	7	10	11	8	9	10	8	8	9	10	13	8	9	8	11	11	11	9								
n	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	

-: 日勤, e: 準夜勤, n: 深夜勤, +: その他, /: 休み  
 -: day shift, e: evening shift, n: night shift, +: other work, /: day off

2. ナーススケジューリングモデルの定式化

この章では、本研究で利用するナーススケジューリングのモデル [8] の定式化を示す。この定式化では、意思決定変数として  $x_{ijs}$  を利用する。 $x_{ijs}$  は、ナース  $i$  の日  $j$  にシフト  $s$  を割り当てるとき 1, そうでないとき 0 となるものとする。この  $x_{ijs}$  を利用して、各シフトのナース数やスキルの観点から望ましい看護サービスレベルを維持するために「シフト制約」と、各ナースの勤務負荷（各シフトの数や総勤務時間、勤務希望、シフト並び）を考慮する「ナース制約」が考えられている。

- 記号説明
- $I$ : ナースの集合。
  - $J$ : スケジューリング期間における日の集合。
  - $S$ : シフトの集合。たとえば  $S = \{\text{日勤, 深夜勤, 休み}\}$ ,  $S = \{\text{日勤, 準夜勤, 深夜勤, 休み, その他}\}$  など。本モデルでは、“休み”を1つのシフトとして扱う。
  - $G$ : スキルレベルや担当患者で分けられたナースグループの集合。通常、1 ナースは複数グループに所属。各日の各シフトに対して、担当患者やスキルレベルを考慮して必要数を確保するために意識されているもの。たとえば、産婦人科病棟における「産科患者グループ」「婦人科患者グループ」、スキルレベル的に「ベテラングループ」、「中堅グループ」、「新人グループ」など。
  - $I_g$ : グループ  $g$  に属するナースの集合。
  - $I_{ijs}$ : ナース  $i$  が日  $j$  のシフト  $s$  に出勤するときの指導ナースの集合。 $I_{ijs} = \emptyset$  は指導の必要がないことを表す。

$F_0$ : 割当禁止シフト (ナース, 日, シフト) の集合.

$F_1$ : 割当確定シフト (ナース, 日, シフト) の集合.

$Q_i, J_{iq}$ :  $Q_i$  は, ナース  $i$  のスケジュールにおける出現数が上下限を守るべき連続勤務シフト列の集合.  $J_{iq}$  はシフト列  $q \in Q_i$  を考慮すべき日 (シフト列の最後にあたる日) の集合. シフト列  $q$  は,  $((s_0, k_0), (s_1, k_1), \dots, (s_t, k_t))$  で表され, ここで,  $k_h$  ( $h \in \{0, \dots, t\}$ ) は, シフト列の  $h$  番目がシフト  $s_h \in S$  であるべきことを 1, 禁止することを 0 で表す 0-1 定数である. たとえば, 7 日が土曜である月において,  $q = ((\text{休み}, 1)(\text{休み}, 1))$ ,  $J_{iq} = 7, 14, 21, 28$  は, ナース  $i$  にとって土日にあたる 2 連休の数を考慮できる. この数の下限と上限は, それぞれ, 後に示す  $e_{iq}^{\text{lb}}, e_{iq}^{\text{ub}}$  でコントロールできる.

$a_{gjs}^{\text{lb}}$ : ナースグループ  $g$  から日  $j$  のシフト  $s$  に勤務するナースの合計人数の下限.

$a_{gjs}^{\text{ub}}$ : ナースグループ  $g$  から日  $j$  のシフト  $s$  に勤務するナースの合計人数の上限.

$b_{is}^{\text{lb}}$ : スケジューリング対象期間内にナース  $i$  がシフト  $s$  を行う合計回数の下限.

$b_{is}^{\text{ub}}$ : スケジューリング対象期間内にナース  $i$  がシフト  $s$  を行う合計回数の上限.

$w_i^{\text{lb}}$ : スケジューリング対象期間内にナース  $i$  が勤務する総勤務時間の下限.

$w_i^{\text{ub}}$ : スケジューリング対象期間内にナース  $i$  が勤務する総勤務時間の上限.

$w_s$ : シフト  $s$  の 1 回分の勤務時間.

$c_s^{\text{lb}}$ : シフト  $s$  の連続日数の下限.

$c_s^{\text{ub}}$ : シフト  $s$  の連続日数の上限.

$d_s^{\text{lb}}$ : シフト  $s$  を行ってから次にシフト  $s$  を行うまでの間隔日数の下限 (翌日に同じシフト  $s$  を行う場合は下限制約を考慮しない).

$d_s^{\text{ub}}$ : シフト  $s$  を行ってから次にシフト  $s$  を行うまでの間隔日数の上限.

$e_{iq}^{\text{lb}}$ : シフト列  $q \in Q_i$  を行う合計回数の下限.

$e_{iq}^{\text{ub}}$ : シフト列  $q \in Q_i$  を行う合計回数の上限.

### 変数

$x_{ijs}$ : ナース  $i \in I$  の日  $j \in J$  にシフト  $s \in S$  を割り当てるなら 1, そうでないならば 0 となる意思決定変数.

ただし,  $j < 1$  の場合の  $x_{ijs}$  は前スケジュール期間の日  $j \in \{-(m-2), -(m-3), \dots, -1, 0\}$  の割当てであり, あらかじめ分かっている定数である.  $x_{ijs}$  ( $j < 1$ ) は, ナース  $i$  の日  $j$  にシフト  $s$  が割り当てられていれば 1, そうでなければ 0 で与えられる (前期間からの連続性を考慮するため,  $m$  は,  $c_s^{\text{lb}}, c_s^{\text{ub}}, d_s^{\text{lb}}, d_s^{\text{ub}}, s \in S$ , シフト列  $q \in \cup_{i \in I} Q_i$  の長さ, 中の最大値である必要がある).

$y_{ijq}$ : ナース  $i \in I$  の日  $j - t \in J_{iq}$  にシフト列  $q = ((s_0, k_0), (s_1, k_1), \dots, (s_t, k_t))$  を割り当てるなら 1, そ

うでないならば 0 となる意思決定変数.

$z_{gjs}^{\text{lb}}$ : ナースグループ  $g$  から日  $j$  のシフト  $s$  に勤務する合計人数が下限を満たさない場合の違反度合いを表す非負変数.

$z_{gjs}^{\text{ub}}$ : ナースグループ  $g$  から日  $j$  のシフト  $s$  に勤務する合計人数が上限を超過する場合の違反度合いを表す非負変数.

このモデルでは, ナース制約をすべて満たしながら, シフト制約の一部を満たせない可能性がある勤務表を見つける. また, ナースの各日のシフトに関する希望については, 必ず受け入れる場合とできる限り受け入れる場合に分けて考慮する. したがって, 目的関数では, シフト制約の違反を最小化し, ナースのできる限り受け入れたいシフト希望の実現を最大化する.

このモデルの定式化と, 定式化における各式の意味を以下に示す.

### 定式化

Minimize

$$\sum_{g \in G} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} (\alpha_{gjs}^- z_{gjs}^{\text{lb}} + \alpha_{gjs}^+ z_{gjs}^{\text{ub}}) + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} (\beta_{ijs}^{\text{off}} x_{ijs} + \beta_{ijs}^{\text{on}} (1 - x_{ijs})) \quad (0)$$

subject to

$$a_{gjs}^{\text{lb}} - z_{gjs}^{\text{lb}} \leq \sum_{i \in I_g} x_{ijs} \leq a_{gjs}^{\text{ub}} + z_{gjs}^{\text{ub}}, \quad g \in G, j \in J, s \in S \quad (1)$$

$$x_{ijs} \leq \sum_{i' \in I_{ijs}} x_{i'js}, \quad i \in I, j \in J, s \in S, I_{ijs} \neq \emptyset \quad (2)$$

$$b_{is}^{\text{lb}} \leq \sum_{j \in J} x_{ijs} \leq b_{is}^{\text{ub}}, \quad i \in I, s \in S \quad (3)$$

$$w_i^{\text{lb}} \leq \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} w_s x_{ijs} \leq w_i^{\text{ub}}, \quad i \in I \quad (4)$$

$$x_{ijs} = \tau, \quad (i, j, s) \in F_\tau, \tau \in \{0, 1\} \quad (5)$$

$$\sum_{h=2}^{c_s^{\text{lb}}} x_{i,j-h,s} + (c_s^{\text{lb}} - 1)(x_{ijs} - x_{i,j-1,s}) \geq 0, \quad i \in I, j \in J, s \in S, c_s^{\text{lb}} \geq 2 \quad (6)$$

$$\sum_{h=0}^{c_s^{\text{ub}}} x_{i,j-h,s} \leq c_s^{\text{ub}}, \quad i \in I, j \in J, s \in S \quad (7)$$

$$\sum_{h=2}^{d_s^{\text{lb}}} x_{i,j-h,s} \leq (d_s^{\text{lb}} - 1)(1 + x_{i,j-1,s} - x_{i,j,s}), \quad i \in I, j \in J, s \in S \quad (8)$$

$$\sum_{h=0}^{d_s^{\text{ub}}} x_{i,j-h,s} \geq 1, \quad i \in I, j \in J, s \in S \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 (t+1)y_{ijq} &\leq \sum_{h=0}^t ((2k_h - 1)x_{i,j-t+h,s_h} + 1 - k_h) \\
 &\leq y_{ijq} + t, \\
 i \in I, q &= ((s_0, k_0), \dots, (s_t, k_t)) \in Q_i, \quad j \in J_{iq} \quad (10) \\
 e_{iq}^{\text{lb}} &\leq \sum_{j \in J_{iq}} y_{ijq} \leq e_{iq}^{\text{ub}}, \quad i \in I, q \in Q_i \quad (11) \\
 \sum_{s \in S} x_{ijs} &= 1, \quad i \in I, j \in J \quad (12) \\
 x_{ijs} &\in \{0, 1\}, \quad i \in I, j \in J, s \in S \quad (13) \\
 y_{ijq} &\in \{0, 1\}, \quad i \in I, q \in Q_i, j \in J_{iq} \quad (14) \\
 z_{gjs}^{\text{lb}}, z_{gjs}^{\text{ub}} &\geq 0, \quad g \in G, j \in J, s \in S. \quad (15)
 \end{aligned}$$

ここで、目的関数 (0) に出てくる  $\alpha_{gjs}^-$  と  $\alpha_{gjs}^+$  は、それぞれ、 $z_{gjs}^{\text{lb}}$  と  $z_{gjs}^{\text{ub}}$  に対するペナルティの重みであり、 $\beta_{ijs}^{\text{off}}$  と  $\beta_{ijs}^{\text{on}}$  は、それぞれ、ナース  $i$  の日  $j$  にシフト  $s$  を「割り当てた」場合と「割り当てなかった」場合（勤務希望に合致しなかった場合）に対するペナルティの重みである。

この定式化では、目的関数 (0) が、シフト制約 (1) をともなうことで、各グループの勤務ナース数の上下限に対する重み付けられた違反の総和を最小化するとともに、好ましくないシフト割当てに対するペナルティを最小化する。シフト制約 (1)–(2) とナース制約 (3)–(11) を含む各式の意味は以下のとおりである。

- (1) ナースグループ  $g$  から日  $j$  のシフト  $s$  に勤務する合計人数が  $a_{gjs}^{\text{lb}}$  と  $a_{gjs}^{\text{ub}}$  の間であることが望まれることを表す。違反の度合いを  $z_{gjs}^{\text{lb}}$  と  $z_{gjs}^{\text{ub}}$  を使って表すことで、実行不可能になる解が扱いやすくなる。
- (2) ナース  $i$  が日  $j$  のシフト  $s$  を割り当てられた場合、 $I_{ijs}$  の要素であるナースが（指導者として）少なくとも 1 人、一緒に割り当てられる必要がある。
- (3) ナース  $i$  のシフト  $s$  の勤務回数の上下限を与える。
- (4) ナース  $i$  の総勤務時間の上下限を与える。
- (5)  $(i, j, s) \in F_1$  に対しナース  $i$  の日  $j$  にシフト  $s$  を割り当てる必要があり、 $(i, j, s) \in F_0$  に対しナース  $i$  の日  $j$  にシフト  $s$  を割り当ててはいけない。
- (6) ナース  $i$  のシフト  $s$  の連続日数の下限を与える\*1。
- (7) ナース  $i$  のシフト  $s$  の連続日数の上限を与える。
- (8) ナース  $i$  のシフト  $s$  の間隔日数の下限を与える\*2。
- (9) ナース  $i$  のシフト  $s$  の間隔日数の上限を与える。
- (10) 変数  $y_{ijq}$  は、ナース  $i$  の日  $(j-t)$  からシフト列  $q$  を割り当てたときのみ、値 1 をとる。

\*1 制約 (6) は、日  $(j-1)$  のシフト  $s$  に続いて、翌日  $j$  にそれと異なるシフトを割り当てた場合、その前の  $(c_s^{\text{lb}} - 1)$  日間、つまり、日  $(j - c_s^{\text{lb}})$  から日  $(j-2)$  にシフト  $s$  を割り当てる必要があることを表している。

\*2 制約 (8) は、日  $(j-1)$  にシフト  $s$  を割り当てた、もしくは、日  $(j - d_s^{\text{lb}})$  から日  $(j-1)$  の間に 1 度もシフト  $s$  を割り当てなかった場合のみ、日  $j$  にシフト  $s$  を割り当てることができることを表している。

- (11) 各ナースに、シフト列  $q$  を割り当てる回数の上下限を与える。
- (12) 各ナースの各日にちょうど 1 つのシフト（休みも含む）を割り当てる。
- (13)  $x_{ijs}$  は、0-1 変数である。
- (14)  $y_{ijq}$  は、0-1 変数である。
- (15)  $z_{gjs}^{\text{lb}}$  と  $z_{gjs}^{\text{ub}}$  は非負変数である。

このモデルでは、定数  $x_{ijs}$  ( $j < 1$ ) を用いて、前期間末の勤務表情報を扱い、制約式 (6)–(11) によって前期間とのシフト並びの連続性を考慮した勤務表を作成できるようになっている ( $x_{i,j-h,s}$  や  $x_{i,j-t+h,s}$  は、それぞれ、 $j-h < 1, j-t+h < 1$  の場合、前期間の割り当てを表す)。

### 3. 制約式における意思決定変数の出現頻度

制約式における意思決定変数  $x_{ijs}$  を観察すると、その出現の頻度が、ナースや日、そしてシフトによって異なることが分かる。この節では、2 章で示した定式化を、ある問題例 [1], [5], [7], [9]（多くのナーススケジューリング研究者が取り組んできたもの）に適用したときの、制約式における意思決定変数  $x_{ijs}$  の出現頻度を示す。この問題例（詳細な入力データ）は、論文 [7] やベンチマークサイト [1] で入手可能である。その概要を以下に示す。

この問題例では、3 交替制のナース 25 名（担当患者によって、A チーム 13 名と B チーム 12 名に分かれている）の 30 日間の勤務表を作成する。ナースグループは、全 25 ナース、A チーム（ナース 1–13）、B チーム（ナース 14–25）、A チームのベテラン（ナース 1–6）、B チームのベテラン（ナース 14–18）、B チームのベテラン・準ベテラン（ナース 14–18 と 25）、B チームの準ベテラン・新人（ナース 19–25）、準夜勤と深夜勤で一緒に働くことを避けるペア（ナース 1 と 9）、の 8 つに設定されている。シフト制約としては、各グループのナースの勤務人数の上下限が設定されている。ナース制約としては、休み、各シフト、週末連休の数の上下限や、同一シフトの連続日数や間隔日数の上下限を守り、許されないシフト列を避け、ナースの希望勤務を確定することが設定されている。同一シフトの連続数や間隔数、許されないシフト列は、前期間末（前月末）との関係も考慮しなければならない。この問題例の 1 つの最適解の例は、1 章の表 1 に示してある。

この問題例に対し、意思決定変数  $x_{ijs}$  の出現頻度を調べる。図 1 は、2 章の定式化の制約における、ナース  $i$  のシフト  $s$  に関わる変数  $x_{ijs}$  の出現頻度を累積棒グラフで表し、図 2 は、シフトの違いを区別しないで、ナース  $i$  の日  $j$  に関わる変数  $x_{ijs}$  の出現頻度を勤務表の形で表したグラフである。

図 1 の横軸はナース番号、縦軸は変数の出現頻度を表す。これらの数は、ナースによって異なり、特に、ナース 1, 15, 25 が大きい（ナース 1–6, 14–18 はベテラン、ナース

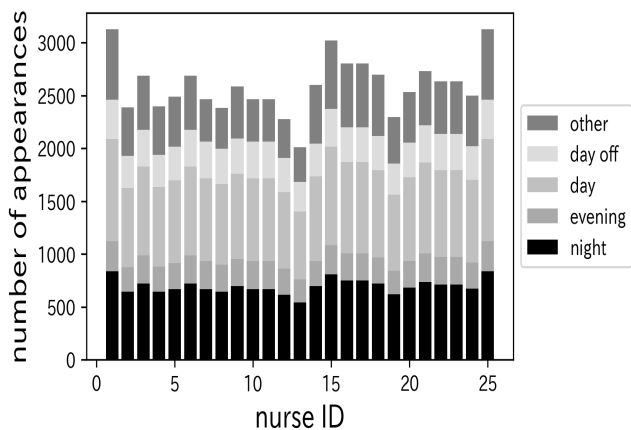


図 1 ナース  $i$  のシフト  $s$  に関わる意思決定変数  $x_{ijs}$  の出現頻度  
**Fig. 1** Number of appearances of decision variable  $x_{ijs}$  related to shift  $s$  of nurse  $i$ .

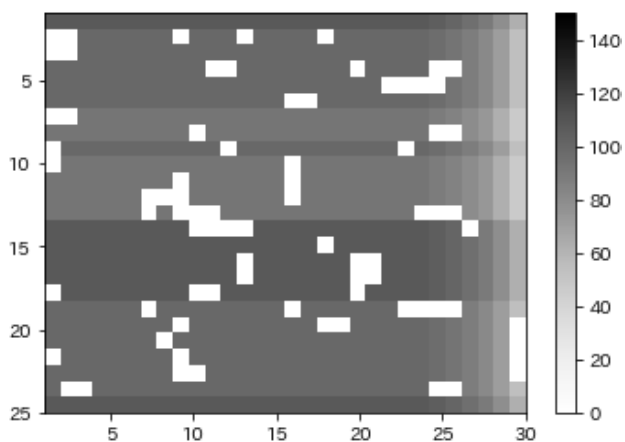


図 2 ナース  $i$  の日  $j$  に関わる意思決定変数  $x_{ijs}$  の出現頻度  
**Fig. 2** Number of appearances of decision variable  $x_{ijs}$  related to day  $j$  of nurse  $i$ .

ス 25 は準ベテランであり、B チームは A チームよりベテランの数が少ない)。ベテランナースや準ベテランナースは、その他のナースに比べて制約が多いことを示す。この傾向は、我々の以前の研究 [7] で扱った問題例でも観察されている。

図 2 では、横軸は日、縦軸はナース番号を表し、各セルに関わる変数の出現頻度は、右に示したバーの濃淡の違いで示している。白いセルは、あらかじめ確定しているシフトがあることを示す。この結果は、図 1 の結果と同様な解釈ができる。ナース 1, 15, 25 は、期間を通して変数の出現頻度が高く、多くの制約に関わっていることが分かる。全体的に、期末における出現頻度が減少するのは、次期間の制約が課せられていないためである。

表 2 は、出現頻度が最多となる 153 の  $x_{ijs}$  が含まれるセルを '#' マークで示したものである。このとき出現頻度最多となった  $x_{ijs}$  の  $s$  はすべて深夜勤であった。つまり、同じナースの同じ日に関わる変数が複数対象となっていなかったため、'#' もちょうど 153 カ所になっている (すでに勤務が確定しているセルは 'F' マークで示してある)。ナース

表 2  $x_{ijs}$  出現頻度最多の  $(i, j)$  セル

**Table 2** Top  $(i, j)$  cells related to the number of appearances of  $x_{ijs}$  in the constraints.

Nurse ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1*	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#
2*	F	F							F			F					F													
3*	F	F																												
4*											F	F							F							F	F			
5*																							F	F	F	F				
6*																	F	F												
7	F	F																												
8										F																				
9	F											F											F							
10	F																F													
11									F								F													
12								F	F	F																				
13								F		F	F	F													F	F	F			
14*	#	#	#	#	#	#	#	#	#	F	F	F	F	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#
15*	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#
16*	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	F	#	#	#	#	#	#	#	#	F	F	#	#	#	#	#	#
17*	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	F	#	#	#	#	#	#	#	F	F	#	#	#	#	#	#	#
18*	F	#	#	#	#	#	#	#	#	F	F	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	F	#	#	#	#	#	#	#	#
19									F								F								F	F	F	F		
20										F									F	F										
21										F																				
22	F									F																				
23											F	F																		
24		F	F																						F	F				
25*	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#

\*: ベテラン ' : 準ベテラン # : 出現頻度最多  $(i, j)$  セル F : 勤務確定セル  
 \*: skilled nurse ' : semi-skilled #: top 153  $(i, j)$  cells F: fixed shift cells

ス 1, 14-18, 25 に集中していることが分かる。

#### 4. キーパーソンを考慮した多様な解の生成

3 章の結果と、病院の勤務表作成者からの情報により、ベテランナースのように、勤務表作成においてキーになるナースがいることが分かった。

そこで、この章では、キーとなるナースの各日のシフトの違いが、勤務表間の「違い」を表すと仮定して、できる限り「違い」が多くなる複数勤務表作成に取り組む。

まず予備実験として、多目的モデルにおける「目的の一部」を制約で扱う方法を利用し、2つの勤務表作成を行う。各解（勤務表）の質をどのレベルまで守るかをパラメタで与え（2章の目的関数 (0) の値  $\leq$  パラメタの値として）、勤務表間の違いを最大化するような複数勤務表作成を目指す。その結果の観察に基づき、本実験では修正モデルを提案して利用する。

具体的には、4.1 節に示す予備実験で、2つの勤務表の間の違いを、前節で得られた出現頻度最多（同率 1 位）である 153 の変数  $x_{ijs}$  の値の違い（異なる値を持った数）で考えることにする。そして、この 153 変数  $x_{ijs}$  に関する  $(i, j, s)$  を対象に、パラメタの値を少しずつ小さくしながら解いたときに、勤務表の質がどのように変化するかを調べる。

予備実験の結果からモデルの問題点を洗い出し、4.2 節に示す本実験では、これを改善したモデルを利用する。また、作成する勤務表の数も、現場の勤務表作成者への情報としてより有効であると考えられる 3 までとする。

4.1 解の質把握のための複数解生成

勤務表の質のレベルを制約で与えるモデルでは、作成する勤務表の集合を  $K = \{1, 2, \dots, k_{\max}\}$  として、制約 (1)–(15) をすべて満たす実行可能な勤務表の集合を  $X$ 、その要素を  $\mathbf{x}^k (x_{ijs}^k, i \in I, j \in J, s \in S)$  とする。ここで、 $x_{ijs}^k$  は、勤務表  $k$  におけるナース  $i$  の日  $j$  がシフト  $s$  の場合 1、そうでないとき 0 となる意思決定変数とする。さらに、出現頻度最多にあたる 153 変数  $x_{ijs}$  に関する  $(i, j, s)$  の集合を  $T$  として、 $x_{ijs}^k = x_{ijs}^h = 1 (k, h \in K, k < h)$  となる  $(i, j, s) \in T$  が存在したときに 1 となる 0-1 変数  $\delta_{ijs}^{kh}$  を導入する。そして、勤務表  $k \in K$  の質 (2 章の定式化の目的関数 (0) の値) を  $f(\mathbf{x}^k)$  とし、各勤務表に必要なとされた質を表すパラメタとして  $\hat{f}$  を導入する。

このモデルの定式化と、定式化における各式の意味を以下に示す。

定式化

Minimize

$$\sum_{\substack{k, h \in K \\ k < h}} \sum_{(i, j, s) \in T} \delta_{ijs}^{kh} \quad (16)$$

subject to

$$\mathbf{x}^k \in X, \quad k \in K \quad (17)$$

$$x_{ijs}^k + x_{ijs}^h \leq 1 + \delta_{ijs}^{kh}, \quad k, h \in K, k < h, (i, j, s) \in T \quad (18)$$

$$f(\mathbf{x}^k) \leq \hat{f}, \quad k \in K. \quad (19)$$

(16) 目的関数は、 $(i, j, s) \in T$  に対して、 $x_{ijs}^k = x_{ijs}^h = 1$  となる場合の数を最小化する。

(17) 勤務表  $k \in K$  は、2 章のナーススケジューリングモデル (定式化) の制約 (1)–(15) のすべてを守る。

(18)  $\delta_{ijs}^{kh}$  は、 $(i, j, s) \in T$  について、 $x_{ijs}^k = x_{ijs}^h = 1$  であれば値 1 をとる。

(19) 勤務表  $k \in K$  の質  $f(\mathbf{x}^k)$ 、つまり 2 章の定式化の目的関数 (0) の値は  $\hat{f}$  以下でなくてはならない。

計算実験

3 章で扱った問題例 (最適値 2) を対象に、 $|T| = 153$ 、 $k_{\max} = 2$  とし、 $\hat{f}$  の値を 10 から 2 まで 1 ずつ減らしながら、それぞれ 2 つの勤務表を求める計算実験を行った。最適化ソルバーとして Gurobi 8.1.0 を利用し、コンピュータ (CPU: Xeon E-2144G at 3.60 GHz; memory: 64 GB) 上で、1 日間 (1,440 分) を制限時間として実行した。

表 3 に実験の結果を示す。左の列から順に、設定した  $\hat{f}$  の値、求解のステイタス、求解時間、目的関数値 ( $x_{ijs}^1 = x_{ijs}^2 = 1, (i, j, s) \in T$  となった場合の数)、そして、1 番右の 2 列は、それぞれ 2 つの解の質  $f(\mathbf{x}^1)$  と  $f(\mathbf{x}^2)$  を示す。実験の結果から、 $\hat{f} \geq 5$  では、重要度の高い部分 (ナース、日、シフト) においてまったく異なる 2 つの勤

表 3 計算実験の結果

Table 3 Results of the computational experiment.

$\hat{f}$	status	time (min)	objective value	quality	
				$f(\mathbf{x}^1)$	$f(\mathbf{x}^2)$
10	optimal	8.1	0	10	10
9	optimal	3.0	0	9	9
8	optimal	3.3	0	8	8
7	optimal	14.1	0	7	7
6	optimal	14.4	0	6	6
5	optimal	15.3	0	5	5
4	no feasible solution	1,440.0	–	–	–
3	no feasible solution	1,440.0	–	–	–
2	no feasible solution	1,440.0	–	–	–

1,440.0: time limit

務表を得ることができた。解の質を守る制約が厳しくなる ( $\hat{f}$  の値が小さくなる) につれ、求解時間が長くなるという関係があるように考えられる。

勤務表の質は、つねに  $\hat{f}$  と等しくなり、 $\hat{f}$  の設定に強く依存することが分かった。これは、制約が緩い ( $\hat{f}$  の値が大きい) 方が、目的関数値を良い値に (最小化しやすく) なるという事実に基づく。つまり、できるだけ  $\hat{f}$  の値を大きくして、目的関数の値を最小化した結果と考える。

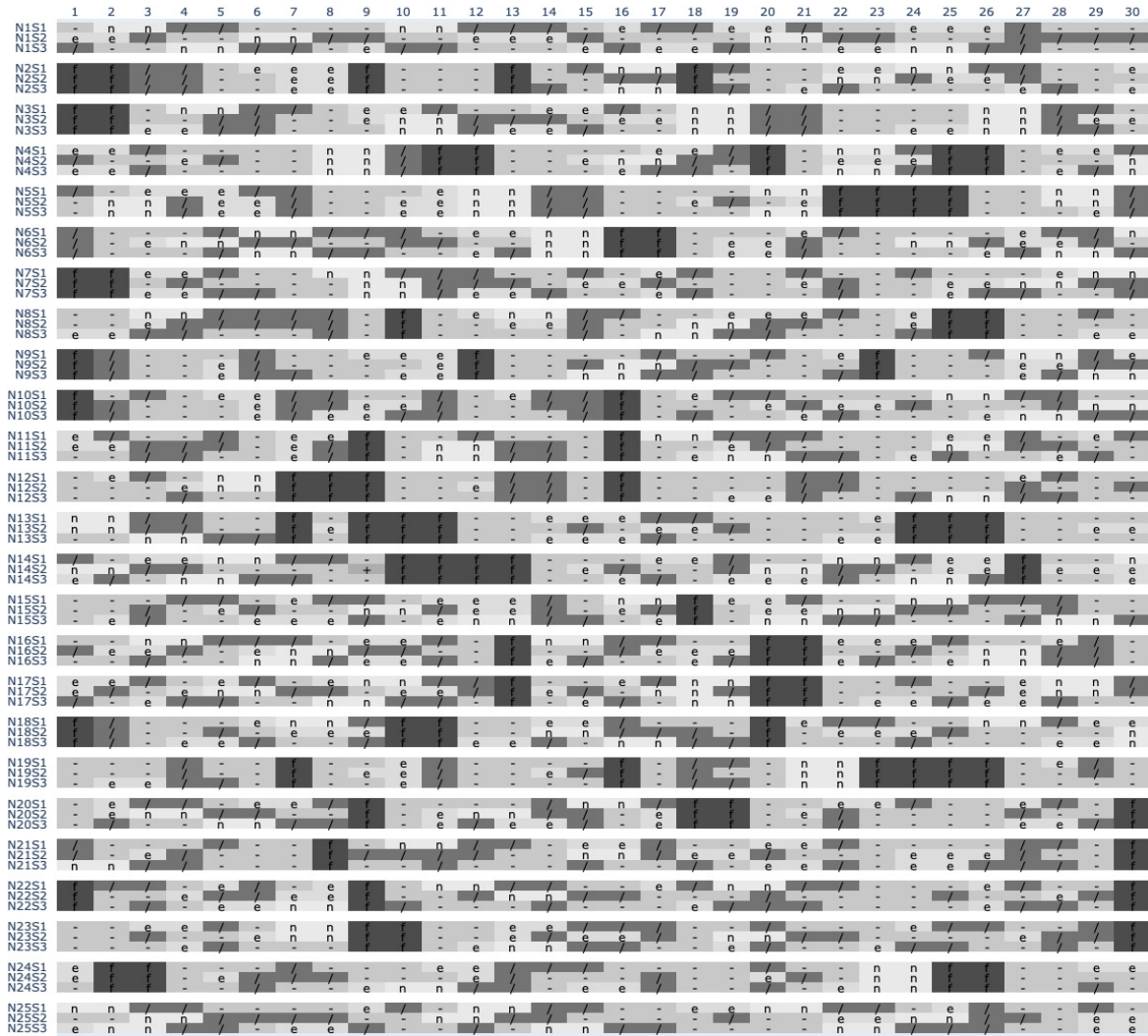
$\hat{f} \leq 4$  に設定した場合は 1 日かけても実行可能解を 1 つも得ることができなかった。そこで、勤務表の質は制約として扱うのではなく、目的関数で最適化すべきと考えた。

さらに、 $(i, j, s') \notin T, (i, j, s) \in T, s \neq s'$  に対し、 $x_{ijs'}^1 = x_{ijs'}^2 = 1$  となる結果 (重要視されていたナースの日において、対象外のシフトで同じになっていた) が観察された。キーパーソンのシフトが同じになっている事実は、たとえ、深夜勤でなくても多様性に欠けると考え、シフトの種類を絞らずに、セルごとに  $x_{ijs} (s \in S)$  の出現数を合計した場合の出現頻度上位となるセル (ナースと日) が異なるシフトになるような勤務表を目指すことにした。

4.2 多様な解の生成

$x_{ijs}$  の出現頻度を  $(i, j)$  ごとに合計したときに最多となる  $(i, j)$  に対し勤務表の違い (異なるシフトが割り当てられた数) を最大化しながら、勤務表の質を最適化するように定式化を修正する。関連する変数の出現数の合計が最多である  $(i, j)$  の集合を  $T'$  と設定すると、 $|T'| = 153$  となり、すべての  $(i, j)$  が表 2 の ‘#’ マークと一致した (問題例によって一致するとは限らないことに注意したい)。重要視されている (変数の出現頻度が高い) セルにおいて異なるシフトになるよう、以下に示す定式化では、 $x_{ijs}^k = x_{ijs}^h = 1 (k, h \in K, k < h)$  となる  $(i, j) \in T'$  が存在したときに  $\delta_{ij}^{kh}$  の値が 1 となる仕組みを設定する。

勤務表の質に対する重みとして  $\rho$  を導入して、線形加重和の形で表した定式化と、その各式の意味を以下に示す。



- : 日勤, e : 準夜勤, n : 深夜勤, / : 休み, + : その他, f : 固定シフト  
 -: day shift, e: evening shift, n: night shift, /: day off, +: other work, f: fixed shift

図 3 3つのスケジュールを重ねて表示した結果  
 Fig. 3 Layered display of three obtained schedules.

定式化

Minimize

$$\sum_{\substack{k,h \in K \\ k < h}} \sum_{(i,j) \in T'} \delta_{ij}^{kh} + \rho \sum_{k \in K} f(x^k) \quad (20)$$

subject to

$$x^k \in X, \quad k \in K \quad (21)$$

$$x_{ijs}^k + x_{ijis}^h \leq 1 + \delta_{ij}^{kh}, \quad k, h \in K, k < h, (i, j) \in T', s \in S. \quad (22)$$

(20)目的関数は、 $(i, j) \in T', \exists s \in S$  に対して、 $x_{ijs}^k = x_{ijis}^h = 1$  となる場合の数を最小化するとともに、各勤務表の元のナーススケジューリング問題における目的関数値の総和を最小化する。

(21)勤務表  $k \in K$  は、元のナーススケジューリング問題の制約 (1)–(15) のすべてを守る。

(22)  $\delta_{ij}^{kh}$  は、 $(i, j) \in T'$  について、 $x_{ijs}^k = x_{ijis}^h = 1$  となる  $s \in S$  が存在するならば値 1 をとる。

計算実験

この定式化を利用し、4.1 節と同じ問題例に対して、同様な計算環境で2つの勤務表を得る実験を行った。勤務表の評価値  $f(x)$  が2である最適勤務表が2つ得られた(4.1 節の実験では、制限時間内に  $f(x)$  が4以下の勤務表が得られなかった)ことから、勤務表の質は制約として扱うのではなく、目的関数で最適化した方が良い結果が得られることが分かった。

そこで、さらに、現場にとって有効な情報になると思われる3つの勤務表を得る計算実験を行った。これら(2つの勤務表を得る, 3つの勤務表を得る)の実験結果は、同様な傾向が観察されたため、ここでは、3つの勤務表を得る計算実験の結果について詳しく報告し、2つの勤務表を得る計算実験の結果は付録につける。

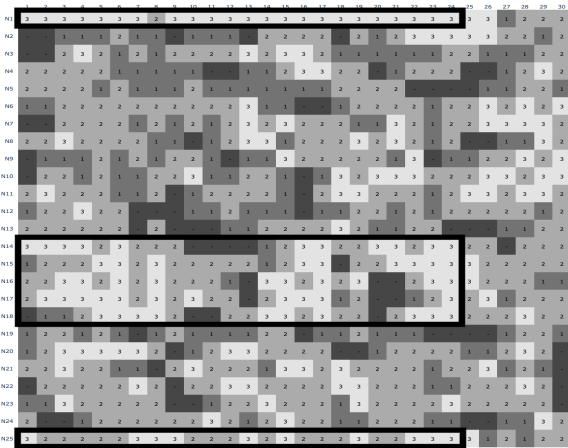


図 4  $|T'| = 153$  の場合のシフト種類数

Fig. 4 Number of assigned shift types for  $|T'| = 153$ .

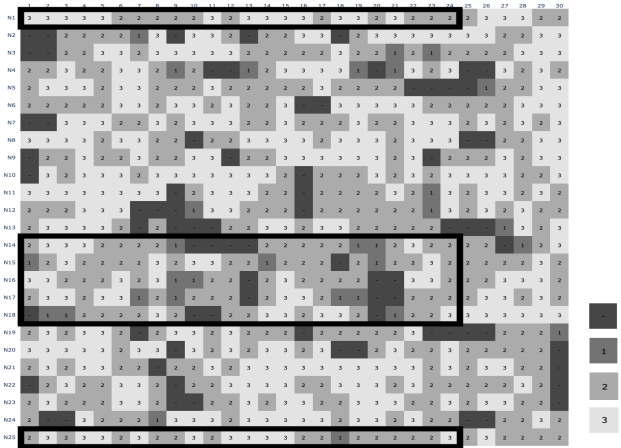


図 5  $|T'| = 750$  ( $|T'| = |I| \times |D|$ ) の場合のシフト種類数

Fig. 5 Number of assigned shift types for  $|T'| = 750$  (i.e.,  $|T'| = |I| \times |D|$ ).

$|T'| = 153$ ,  $k_{\max} = 3$  とし,  $\rho$  の値は, 勤務表の質を最優先に考えるため勤務表のセルの数  $750 \times k_{\max} = 2,250$  より大きくし,  $\rho = 3,000$  と設定した. 4.1 節の実験と同様, 最適化ソルバーとして Gurobi 8.1.0 を利用し, コンピュータ (CPU : Xeon E-2144G at 3.60 GHz, memory : 64 GB) 上で, 1 日 (1,440 分) を制限時間として実行した.

制限時間内に最適解を得ることができなかったものの, 目的関数値 36,085, 下界 9,061 (ギャップ 75%) の解を得ることができた. 解の数を 2 から 3 に増やしたにもかかわらず, 4.1 節の実験では得ることができなかった  $f(\mathbf{x}) = 3, 4$  の勤務表を得ることができた.

図 3 は, 1 日かけて得られた 3 つの勤務表を重ねて示している. 表の左に示した N で始まる文字列は, N の後にナース番号 + S の後に勤務表番号となっており, たとえば, “N1S1” は, ナース 1 の勤務表 1 におけるスケジュールを表している. つまり, 連続する 3 行は, 1 ナースの 3 つのスケジュールを表し, 各セルのマークはシフトの種類 (- : 日勤, e : 準夜勤, n : 深夜勤, / : 休み, + : その他, f : 固定シフト) を示す.

図 4 は, 図 3 の 3 つの勤務表の各ナースの各日に割り当てられたシフト種類数を表す (黒枠は表 2 において ‘#’ マークだった箇所を示す). 黒枠で囲われたキーナースのセルの中の “3” (オフホワイト) の数は, 他のエリア内より多く現れた. 比較のために,  $T'$  の要素を出現頻度最多の 153 セルに絞らないで全セルを対象にして  $|T'| = 750$  にした場合の結果を, 図 5 に示す (黒枠は表 2 において ‘#’ マークだった箇所を示す).  $|T'| = 750$  として解いた場合, 出現頻度最多の 153 セルの中の “3” の数は減ってしまい, その他, つまり  $|T'| = 153$  の下では多様性の対象外と見なしたセルで, “3” の数が増えている.

表 4 は, 図 4 と図 5, それぞれで割り当てられたシフト種類数の分布を示し, 表 5 はそれぞれの 3 つの勤務表の  $f(\mathbf{x})$  値を示す. すべてのナースのセルを比較すると,

表 4 シフト種類数の分布

Table 4 Distribution of the numbers of assigned shift types.

	$ T'  = 153$		$ T'  = 750$	
	cells $\in T'$	all cells	cells $\in T'$	all cells
fixed	-	79	-	79
1 type	8	157	16	31
2 types	61	345	86	338
3 types	84	169	51	302
total	153	750	153	750

表 5 3 つの勤務表の  $f(\mathbf{x})$  値

Table 5 Values  $f(\mathbf{x})$  of three schedules obtained.

	$ T'  = 153$	$ T'  = 750$
$f(\mathbf{x}^1)$	3	15
$f(\mathbf{x}^2)$	5	12
$f(\mathbf{x}^3)$	4	8

$|T'| = 750$  で解いた場合, 302 セルが 3 種類のシフトを得た. 全ナースにわたって多様性を持つこの結果は, ナースのスキルレベルを考慮しない場合に適用できると考えられる. しかし, 現実の多くの場合, 勤務表作成者は, ベテランナースのようなキーパーソンに焦点を絞っている. これらキーパーソンになるナースにおける多様性は重要なうえ, 彼らに対する制約が厳しいため, 手計算では実現することは難しい. 7 人のキーナースに焦点を絞った場合 (表 4 の 2 列目と 4 列目を比べた場合),  $|T'| = 153$  で解いたときの “3” の数が 33 カ所多いだけでなく, 表 5 に示すように, 得られた 3 つの勤務表の質 (3-5) も  $|T'| = 750$  で解いたときの質 (8-15) より良い結果が得られている (元の問題例の最適値 2). これは, 制約式 (22) が  $T'$  の要素数だけ設定されるからだと考えられる.  $T'$  のサイズが大きくなると制約の数が多くなり, 評価の高い勤務表が得られにくくなる. したがって,  $T'$  の要素数を増やさず, 重要な (ナース, 日) における多様性を持つ (良質な) 勤務表を得るた



めには、 $T'$  の要素を 7 人のキーナースに絞って勤務表を作成することが有効だと考えられる。

## 5. おわりに

この論文では、ナーススケジューリングにおける意思決定に有効な情報を作り出すことを目的として、複数の解のそれぞれがオリジナルのナーススケジューリングに対する最適もしくは準最適となる多様な解（勤務表）を得るためのモデルを提案した。解の多様性を定義するために、オリジナルのナーススケジューリングの定式化に類出するキーパーソンとして、ベテランナースに関する変数に注目した。我々のモデルに基づいて最適化ソルバーを利用して、多様かつ質の高い 3 つの解を得ることに成功した。

4 章初めて述べたように、病院現場の勤務表作成者からの情報では、ベテランナースのように、勤務表作成においてキーになるナースがいることが分かっている。また、ベテランナースを有効に配置するため、より多くの制約が課されていることも分かっている。本論文では、キーパーソンのキーになる日に注目して、その日のシフトに違いがある複数勤務表を提供することが、多様性を持った情報を望む現場の勤務表作成者を支援できると考えた。計算実験においては、制約を多く課されている（ナース、日）がキーになることが多いという事実を利用したが、本来は、現場の勤務表作成者が、キーになる（ナース、日）を指定することが望ましい。なお、このアプローチは、2 章の定式化のように、（スタッフ、日）を意識できるモデル、つまり、一般的なスタッフスケジューリングの定式化に適用しやすいと考えるが、他の単位の意思決定変数を持つ定式化（たとえば、パターンベースの定式化 [6]）であっても、互いに変換可能であるだけでなく、（スタッフ、ある期間）という単位で、同じアプローチを適用できると考えている。

図 5 のように、複数の解が一見異なるように見えたとしても、キーパーソンのスケジュールの多様性と相関しているとは限らない。したがって、現場の勤務表作成者が意識している（一般的には、多くの厳しい条件が課されている）キーパーソンに焦点を絞って、勤務表が作成されることが必要だと考える。

本論文では、問題例を 1 つに絞って実験を行った。2 章で紹介したモデル（定式化）は、スキルレベルや担当業務（担当患者など）でグループ分けされたスタッフ（ナース）の、各シフトにおける勤務人数や勤務シフトの並びなどに対するパラメタなどを適宜変更することで、多くの問題例をカバーできると考えている [8]。今後は、他の問題例（同じ構造を持つ、2 交替制のナーススケジューリングや、一般のスタッフスケジューリング）に本論文のアプローチを適用し、有効性の検証を行いたい。

一方、最適解を得るための計算時間は膨大であることも分かったことから、高速な発見的解法の開発が必要と考

える。

また、多様な解だけでなく類似な解や複数解の間に位置する解を列挙したり、視覚化することで、勤務表作成や勤務表修正のために有効な情報を、現場の意思決定者に提供できるようにしたい。さらには、現場の勤務表作成者にとって、それらの情報がどのくらい有効であるか評価してもらいたい。

謝辞 本研究は JSPS 科学研究費補助金（科研費）19K11843, 21K14367 の助成を受けたものです。

## 参考文献

- [1] Nurse rostering benchmark instances, available from (<http://www.schedulingbenchmarks.org/nrp/>) (accessed 2021-01-06).
- [2] Brucker, P., Qu, R. and Burke, E.: Personnel scheduling: Models and complexity, *European Journal of Operational Research*, Vol.210, pp.467–473 (2011).
- [3] Burke, E., Causmaecker, P.D., Berghe, G. and Landeghem, H.V.: The state of the art of nurse rostering, *Journal of Scheduling*, Vol.7, pp.441–499 (2004).
- [4] Cheang, B., Li, H., Lim, A. and Rodrigues, B.: Nurse rostering problems — A bibliographic survey, *European Journal of Operational Research*, Vol.151, pp.447–460 (2003).
- [5] Curtois, T. and Qu, R.: Computational results on new staff scheduling benchmark instances, Technical Report (2014).
- [6] Hasebe, M., Nonobe, K., Wu, W., Katoh, N., Tanabe, T. and Ikegami, A.: Generating decision support information for nurse scheduling including effective modifications of solutions, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.64, No.2, pp.109–127 (2021).
- [7] Ikegami, A. and Niwa, A.: A subproblem-centric model and approach to the nurse scheduling problem, *Mathematical Programming*, Vol.97, No.3, pp.517–541 (2003).
- [8] Katoh, N., Wei, W. and Ikegami, A.: Computationally efficient and widely applicable models for nurse scheduling, *International Symposium on Scheduling*, pp.54–59 (2021).
- [9] Métyvier, J., Boizumault, P. and Loudni, S.: Solving nurse rostering problems using soft global constraints, *International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, pp.73–87 (2009).

## 付 録

### 4.2 節の定式化を利用した 2 つの勤務表を得る計算実験

4.2 節の定式化を基に、同じ問題例に対して 2 つの勤務表を作成した。

$|T'| = 153$ ,  $k_{\max} = 2$  とし、 $\rho = 3,000$  と設定した。4.1, 4.2 節の実験と同様、最適化ソルバーとして Gurobi 8.1.0 を利用し、コンピュータ (CPU: Xeon E-2144G at 3.60 GHz, memory: 64 GB) 上で、1 日 (1,440 分) を制限時間として実行した。

制限時間内に最適解を得ることができなかったものの、目的関数値 12,021, 下界 6,021 (ギャップ 50%) の解を得ることができた。そして、4.1 節の実験では得ることがで

表 A.1 シフト一致数と相違数

Table A.1 The number of matches and differences.

	$ T'  = 153$		$ T'  = 750$	
	cells $\in T'$	all cells	cells $\in T'$	all cells
fixed	–	79	–	79
match	21	225	30	67
difference	132	446	123	604
total	153	750	153	750

表 A.2 2つの勤務表の  $f(\mathbf{x})$  値

Table A.2 Values  $f(\mathbf{x})$  of two schedules obtained.

	$ T'  = 153$	$ T'  = 750$
$f(\mathbf{x}^1)$	2	5
$f(\mathbf{x}^2)$	2	3

きなかった  $f(\mathbf{x}) = 2$  の最適勤務表を得ることができた。

2つの勤務表で割り当てたシフトが同じになったセルの数と異なったセルの数を表 A.1 に示し、2つの勤務表の  $f(\mathbf{x})$  値を表 A.2 に示す。そして、参考のため、各表の右側に  $|T'| = 750$  と設定して実験した結果を示す。

2つの勤務表だけを作成した場合も、4.2 節の計算実験結果 (3つの勤務表作成) と同様な傾向が確認できる。



池上 敦子 (正会員)

立教大学理学部数学科卒業。成蹊大学大学助手、講師、准教授を経て、2009年同大教授。現実問題のモデル化とアルゴリズム構築に興味を持ち、組合せ最適化研究に従事。博士 (工学)、日本 OR 学会事例研究奨励賞 (1997)、事例研究賞 (2003)、業績賞 (2019)、日本人間工学会研究奨励賞 (2003)、スケジューリング学会技術賞 (2008) 受賞。



加藤 尚瑛 (学生会員)

2020年成蹊大学理工学部情報科学科卒業。2022年同大学大学院理工学研究科博士前期課程修了予定。現実問題のモデル化に興味を持ち、本研究を進めた。日本 OR 学会学生会員、日本経営工学会優秀学生賞 (2020)、NTT

データ数理システム Numerical Optimizer 学生研究奨励賞優秀賞 (2020) 受賞。



呉 偉

名古屋大学大学院情報科学研究科卒業、博士学位 (情報科学)。静岡大学工学部助教。組合せ最適化、アルゴリズム設計に興味を持ち、理論と応用に取り組んでいる。スケジューリング学会学術賞 (2015, 2016, 2017)、International Symposium on Scheduling, Best Paper Award for Scheduling Practice (2015), Best Paper Award for Scheduling Theory (2021), IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, Outstanding Paper (2014) 受賞。

International Symposium on Scheduling, Best Paper Award for Scheduling Practice (2015), Best Paper Award for Scheduling Theory (2021), IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, Outstanding Paper (2014) 受賞。