

格子法による液体シミュレーションのガイドに関する一実験

佐藤 周平^{1,a)}

概要：流体の物理ベースシミュレーションはリアルな映像を生成できる。しかし非常に計算コストが高いことが一般的に問題となっている。この問題を解決するために、ユーザにより作成された低解像度の流れを保ちながら詳細な流れを後处理的に付加する様々な方法が研究されている。その中でも、流体のガイド手法は実際にシミュレーションを実行した場合に近い詳細な流れを追加することができ、いくつかの方法が提案されているが、煙を対象としたものが多く、液体をガイドする方法はこれまでにない。そこで我々は液体シミュレーションのガイドを実現するための方法について研究を行っている。本発表では、流れ関数を用いて煙をガイドする従来手法を液体に応用することで、詳細を付加することができたため、その結果について報告する。

キーワード：流体シミュレーション、液体、高解像度化、流れのガイド、流れ関数

1. はじめに

近年のコンピュータ性能の向上により、映画やゲームといったエンタテインメント分野の映像制作に物理ベースの流体シミュレーションが広く活用されており、映像のリアリティを高めることに貢献している。しかし、物理ベースのシミュレーションは一般的に計算コストが高く、数十秒の映像を作るために数時間以上の計算時間を要する場合も多い。加えて、映画やゲームなどでは、シーンに合った映像を作成することも求められる。そのような映像の作成には物理シミュレーションに含まれるパラメータの試行錯誤的な調整の繰り返しが必要である。そのため、所望の映像を作成するまでに、交互にシミュレーションの実行とパラメータ調整を繰り返す煩雑な作業をしなければならず、膨大な時間がかかってしまう。

この問題を解決するために、ユーザによりデザインされた低解像度の流れを入力とし、その流れを保ちながら高解像度の流れを自動で生成する手法が数多く研究されている。シミュレーションは低解像度の場合高速に実行できるため、全体的な流体の流れのデザインにかかる時間を大幅に削減できる。この考え方を基にした手法には、いくつかの種類が存在し、ノイズを用いて後处理的に詳細な流れを付加する手法 [1] や高解像度のデータを利用する手法 [2], [3], 低解像度の入力に従うよう高解像度のシミュレーションをガ

イドする手法 [4], [5] などが提案されている。しかし、これらの手法は煙を対象としており、流体の中でも煙と同程度に頻繁に用いられる水（液体）については対象とされていない。また、後处理的に液体へ詳細を付加する方法もいくつか存在するが、シミュレーションから生成された液体表面のメッシュに対し尤もらしい波紋のような凹凸を付加するのみである [6], [7]。

そこで本研究では、液体に対し、その速度場等を含むシミュレーション自体に対し高精細な流れを付加するための手法について研究を行っている。本稿では、その実験の一つとして、Sato らが提案した煙のガイド手法 [5] を液体のシミュレーションに適用した。この手法では、煙の流れを流れ関数の空間でガイドする：低解像度の入力に従い、かつ詳細な流れが付加されるような流れ関数を最小化問題を解くことで求める。ただし、本研究で扱う液体の流れは、流れ関数の算出方法が煙の場合とは異なることが知られている [8]。そこで、Sato らの手法 [5] におけるガイドされた流れ関数を算出するための最小化問題の式を、Ando らの手法 [8] の考え方に基づいて液体に適するよう拡張する。本研究では、煙のガイド手法と同様に格子ベースシミュレーションを扱う。また本稿では実験として、レベルセット法による 2 次元の液体シミュレーションを対象とする。

2. 関連研究

ユーザによりデザインされた低解像度の流れに対し、詳細な流れを付加するための手法がこれまでにいくつか提案されている。Kim らは、ウェーブレットノイズを用いるこ

¹ 富山大学
University of Toyama
^{a)} ssato@eng.u-toyama.ac.jp

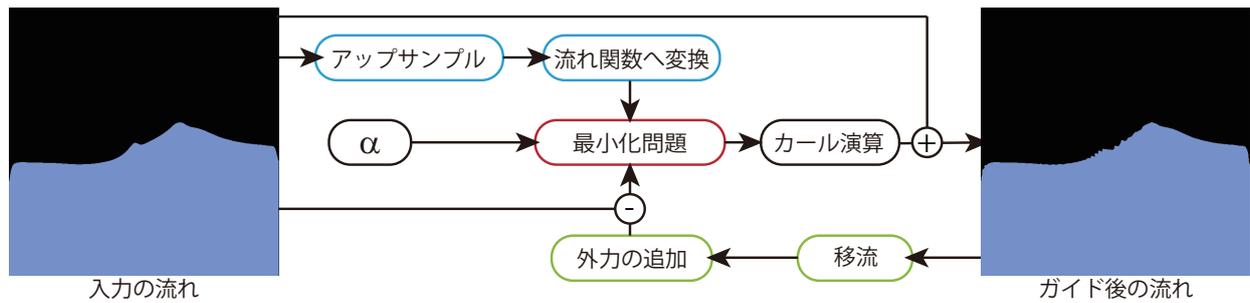


図 1: 提案法の概要.

とで煙の流れに対し、非圧縮かつ尤もらしい詳細を付加する手法を開発した [1]. Chu らは、シミュレーションにより作成した流れを学習データとして用い、畳み込みニューラルネットワーク (CNN) に基づいて詳細な流れを付加する手法を提案した [2]. Sato らは、別の高解像度の流れから詳細な動きのみ抽出し、別の流れへ転写する手法を提案した [3].

一方, Nielsen らは, 所望の低解像度の流れに従うよう高解像度のシミュレーションをガイドする手法を提案した [4]. この手法では, 入力の高解像度の流れとの差分と, 流体の運動方程式より得られた流れとの差分を最小化する流れを求める問題としてガイドが定式化される. Yuan らは, 流れの特徴を Lagrangian Coherent Structure (LCS) により定義し, LCS に従うよう高解像度のシミュレーションを外力により制御する手法を提案した [10]. 外力を用いて制御を行うため, 高解像度シミュレーションと同程度の時間で計算できる. Sato らは, ユーザがデザインした流れに従うような高解像度の流れを, 流れ関数を介して求める方法を提案した [5]. この手法では, 流れ関数にかかる係数を算出する問題として最小化を定式化することで, 最小化問題を解きながらも高解像度シミュレーションと同等の計算時間でガイドされた流れを得ることが出来る. 本手法では, この Sato らの手法を液体に適するよう拡張する.

液体の流れに詳細を付加することを目的として, 液体の表面のみに着目し細かな波を付加する手法が提案されている. Kim らは, 低解像度の液体の流れに対し, その表面上で直接波のシミュレーションを実行することで, 液体の表面に細かな凹凸を付加する手法を提案した [6]. この手法では, 削減された次元における表面のみでのシミュレーションを構築している. Skrivan らは, 多数の Lagrangian water waves をシミュレーションすることで後処理的に液体の表面の視覚的な詳細度を向上させる方法を提案した [7]. しかし, これらの手法は液体の表面のみに詳細な動きを付加することが目的である. 一方, 本手法では液体の流れ全体を高解像度化させることが目的である.

流れ関数を利用した流体の流れの生成手法がいくつか提案されている. Ando らは, 流れ関数を介した液体シミュレーション手法を提案した [8]. Sato らは, 流体の流れを

流れ関数へ変換し, それを変形することで, 非圧縮条件を満たした流れの変形手法を提案した [9]. 本研究では, 流れ関数を介して煙をガイドする手法 [5] を液体へ適用できるよう拡張するために Ando らの手法の定式化を応用する.

3. 提案手法

図 1 に手法の概要を示す. 本手法では, Sato らの煙のガイド手法 [5] をベースとして, 液体に適用できるよう拡張する. まず事前の処理として, 液体シミュレーションにより得られた入力となる低解像度 ($n_x \times n_y$) の速度場 \mathbf{u}_{in} を高解像度 ($N_x \times N_y$) の速度場 \mathbf{U}_{in} にアップサンプルする. その後, アップサンプル後の速度場を流れ関数 Ψ_{in} へ変換する (図 1 青色部分の処理). 本手法では液体を扱うため, 流れ関数への変換には Ando らによる液体に適した手法 [8] を利用する.

そして, フレームごとに最小化問題を解くことで, 入力速度場に従いつつ詳細な動きが付加された高解像度の流れを合成する (図 1 赤色部分). この最小化問題では, 事前に計算した流れ関数 Ψ_{in} を利用し, 加えてその流れ関数に作用する係数 \mathbf{w} を求めるように定式化することで, 未知変数の次元を削減し, 高速な計算を可能としている. またこの時, 結果の流れに対して Navier-Stokes 方程式における運動方程式 (図 1 緑色部分の処理) を解いた場合の速度場を考慮するよう定式化する. 本手法では液体を扱うため, さらにこの最小化問題の式に流体の密度を導入する [8]. 最適化問題を解いた後, その結果の流れ関数に対してカール演算を行うことでガイド後の速度場 \mathbf{U}_{out} を得る. 以下では, 本手法における最小化の式の拡張について詳細を述べる.

3.1 最小化の式の拡張

Sato らの煙のガイド手法 [5] では, 前節でも述べた通り, 最小化問題を解くことで入力の流れに従った高解像度の流れを求める. 本手法では, この手法の最小化で解く式を液体に対応するよう拡張する. 以下で詳細を述べる.

まず本手法では, 以下に示すようにガイド後の速度場 \mathbf{U}_{out} を入力の流れ関数 Ψ_{in} と係数 w の積を用いて以下のよう定義する.

$$\mathbf{U}_{out} = \mathbf{U}_{in} + \nabla \times (w \Psi_{in}), \quad (1)$$

そして、目的の流れを得られるような最適な係数 w を求める問題として定式化する。また、Ando らの手法 [8] の考え方を基に、流体の密度 ρ を導入して式を拡張する。具体的には、以下の最小化問題を解いて係数 w を算出する。

$$\arg \min_{\mathbf{w}} \int_{\Omega} \rho \|\nabla \times (w \Psi_{in}) - (\mathbf{U}_{tmp} - \mathbf{U}_{in})\|^2 + \alpha w^2, \quad (2)$$

ここで、 Ω は計算対象とする格子空間全体を表し、 \mathbf{w} は w 全体を表す場であり、 α はガイドの度合いを調整できる係数である。 ρ は、格子空間全体に定義される値であり、液体の領域で 1、それ以外の領域で 0 となる。これは毎フレーム結果の速度場を基に計算される、液体の表面を表現するためのレベルセット閾数値を基に設定する。Ando らの手法では、最終的に $\rho = 1 + \delta\rho$ なる関係を導入して解くが、式 (2) を展開したところ単純に ρ を使う場合と同一になったため、そのような関係は導入せずに計算する。また、 \mathbf{U}_{tmp} は、最適化により得られた結果の速度場 \mathbf{U}_{out} に対し、1 フレーム分 Navier-Stokes 方程式の運動方程式を解くことで得られ、以下のように定義される。

$$\frac{\mathbf{U}_{tmp}(t+1) - \mathbf{U}_{out}(t)}{\Delta t} = -(\mathbf{U}_{out}(t) \cdot \nabla) \mathbf{U}_{out}(t) + \mathbf{f}, \quad (3)$$

ここで t はフレーム番号、 Δt は 1 フレームの時間幅、 \mathbf{f} は外力を表す。上式では移流項 (右辺第 1 項) および外力項 (第 2 項) のみを計算する。この移流項の計算方法や、外力は任意のものを利用できる。本稿の実験では、外力として液体にかかる重力や vortex particle 法による力 [11] を適用する。

式 (2) において、第 1 項は、高解像度の格子空間において式 (3) を計算することで得られた流れとの差を最小化するための項であり、2 項目は係数を 0 に近づけることで入力に近い流れを得るための項である。このことから、 α を大きくすると入力の流れに強く従うようガイドされ、小さくすると実際に高解像度でシミュレーションを行った際のような詳細な流れが付加されるが、入力から離れた流れが生成される場合がある。

式 (2) は、未知変数 w について微分し、それが 0 となる w を求めることで数値的に解かれる。これは連立一次方程式となり、 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ の形で書くことができる。また、この式の \mathbf{A} は対称な行列となるため、conjugate gradient を用いてこの式を数値的に解くことが出来る。そして、上記により得られた係数 w を用いて、式 (1) により最終的な結果の流れ \mathbf{U}_{out} を得る。

4. 実験結果

提案法による 2 次元および 3 次元の結果を示す。結果は、Intel Core i9-9900K の CPU および 32GB のメモリが搭載

された PC を用いて計算した。すべての結果において、式 (3) の移流項にセミ・ラグランジュ法を用いた。

図 2 はダムブレイクの流れを作成した入力に関して、提案手法を適用した場合の結果である。入力の流れの解像度は 64×64 であり、結果は各方向 4 倍の 256×256 の解像度とした。また、式 (2) の α を 1.0 に設定した。図 2 の上段が入力のアニメーション中のいくつかのフレームを示しており、下段がそれらに対応するガイドの結果である。vortex particle 法の力の効果により、提案手法の結果において液体表面に細かな凹凸が確認できる。加えて、大まかな流れに関しては入力と類似しているのがわかる。

図 3 は、水の塊をシミュレーション空間の上部から落とした場合の流れに対して提案手法を適用した結果である。こちらも入力の流れの解像度は 64×64 であり、結果は各方向 4 倍の 256×256 の解像度とし、また α についても 1.0 に設定した。こちらの例でも、大まかな動きを保ちながら、vortex particle 法による力の効果で細かな凹凸が付加されているのがわかる。

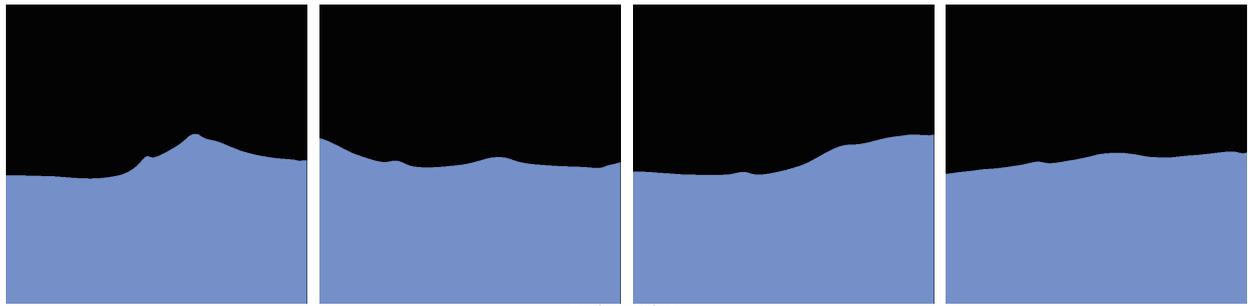
5. まとめと今後の課題

本稿では、これまで高解像度化としてほとんど扱われていない液体を対象として、その流れをガイドする方法を提案した。先行研究である煙のガイド手法をベースとして用い、Ando らの手法の考え方を基に液体に適用できるように拡張した。提案手法により、液体の流れを入力に従うようにガイドしつつ詳細を付加することができた。

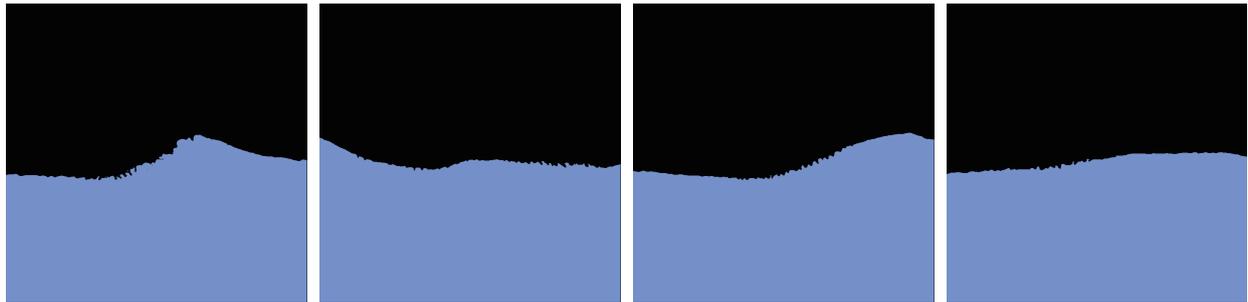
しかし、vortex particle 法により生成される表面の凹凸がかなり大きくなる場合があるなど、部分的におかしな流れが生成される場合もある。今後はこの問題を調査し、解決方法を考案する予定である。また、3 次元の液体の流れに適用し、生成されている詳細が尤もらしいものかどうかを確認する。

参考文献

- [1] Theodore Kim, Nils Thuerey, Doug James, and Markus Gross: *Wavelet turbulence for fluid simulation*, ACM Trans. Graph., Vol. 27 (3), Article No. 3 (2008).
- [2] M. Chu, and N. Thuerey: *Data-Driven Synthesis of Smoke Flows with CNN-based Feature Descriptors*, ACM Trans. Graph., Vol. 36 (4), Article No. 14 (2017).
- [3] Syuhei Sato, Yoshinori Dobashi, Theodore Kim, and Tomoyuki Nishita: *Example-based Turbulence Style Transfer*, ACM Trans. Graph., Vol. 37 (4), Article No. 84 (2018).
- [4] Michael B. Nielsen, and Brian B. Christensen: *Improved Variational Guiding of Smoke Animations*, Computer Graphics Forum, Vol. 29 (2), pp. 705-712 (2010).
- [5] Syuhei Sato, Yoshinori Dobashi, and Theodore Kim: *Stream-Guided Smoke Simulations*, ACM Trans. Graph., Vol. 40 (4), Article No. 161 (2021).
- [6] Theodore Kim, Jerry Tessendorf, Nils Thuerey: *Closest point turbulence for liquid surfaces*, ACM Trans.

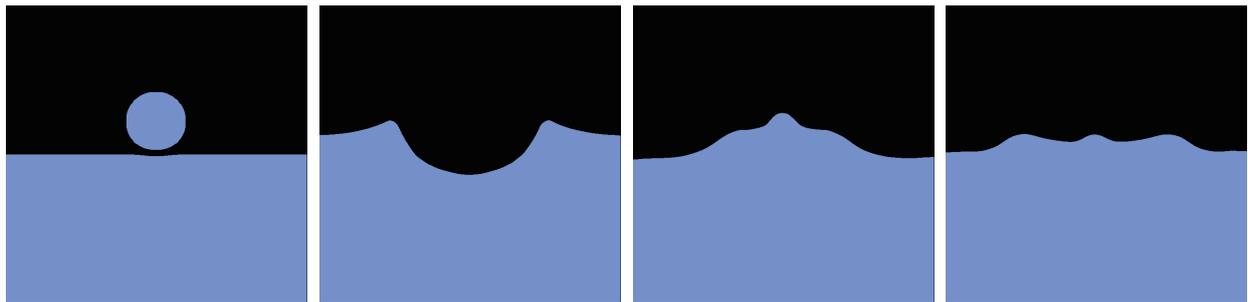


入力の流れ

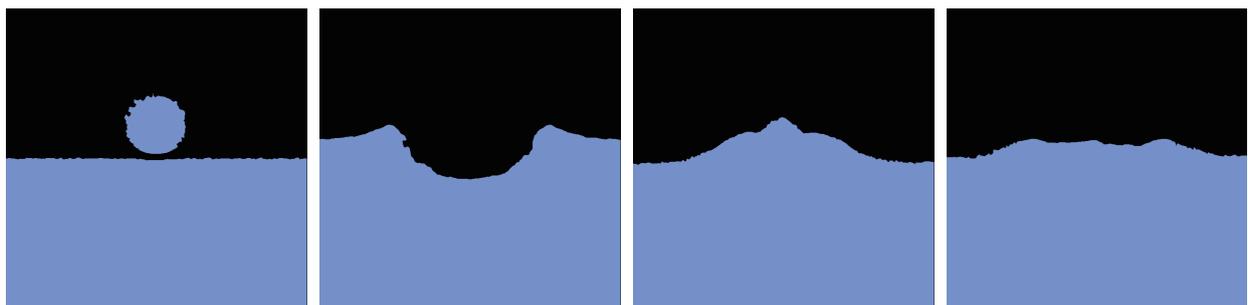


提案手法の結果

図 2: 提案手法の適用結果 1.



入力の流れ



提案手法の結果

図 3: 提案手法の適用結果 2.

- Graph., Vol. 32 (2), Article No. 15 (2013).
- [7] Tomas Skrivan, Andreas Soderstrom, John Johansson, Christoph Sprenger, Ken Museth, Chris Wojtan: *Wave Curves: Simulating Lagrangian water waves on dynamically deforming surfaces*, ACM Trans. Graph., Vol. 39 (4), Article No. 65 (2020).
- [8] Ryoichi Ando, Nils Thuerey, and Chris Wojtan: *A stream function solver for liquid simulations*, ACM Trans. Graph., Vol. 34 (4), Article No. 53 (2015).
- [9] S. Sato, Y. Dobashi, Y. Yue, K. Iwasaki, and T. Nishita: *Incompressibility-preserving deformation for fluid flows using vector potentials*, The Visual Computer, Vol. 31 (6), pp. 959–965 (2015).
- [10] Zhi Yuan, Fan Chen, and Ye Zhao: *Pattern-guided smoke animation with Lagrangian coherent structure*, ACM Trans. Graph., Vol. 30 (6), Article No. 136 (2011).
- [11] Andrew Selle, Nick Rasmussen, Ronald Fedkiw: *A vortex particle method for smoke, water and explosions*, ACM Trans. Graph., Vol. 24 (3), pp. 910–914 (2005).