

# 工事手配業務に対する数理最適化の活用と意思決定の支援

高須賀 将秀<sup>1,2,a),b)</sup> 柳浦 陸憲<sup>2,c)</sup>

受付日 2021年1月26日, 再受付日 2021年4月9日,  
採録日 2021年5月14日

**概要:** 近年, 道路などのインフラの老朽化は深刻な社会問題となっており, 補修工事が日々行われている. そのような工事を行うときに NTT の設備を傷をつけてしまうことを防ぐため, 各工事に NTT の社員が立ち会うようにしている. そのため, 各工事にどの社員を割り当てるかを定める必要がある. その際, 難易度の高い工事が 1 人の社員に集中していないかなどを考慮している. また, 各社員が担当する工事をすべて巡回したときの総移動時間を小さくしたいという要望や, スキルの低い人に難しい工事を割り当てると事故が起こりやすくなるため各工事を適切なスキルを持つ人に割り当てたいという要望など, 様々な要望を考慮する必要がある. そのため, 実社会の工事の割当ての意思決定には高度な技能が必要になる. 本稿では, 高度な技能を有している手配者と呼ばれる専門家により意思決定が行われている工事手配業務に対し, 実用的な手配結果を算出可能な数理モデルを提示する. また, 手配者がコメントした点を改善するように数理モデルを修正するに従い, 算出される解と手配者が手作業で作成した手配結果との相違度が減少することを数値実験により示す.

**キーワード:** OR の実践, 意思決定, 数理モデル, 組合せ最適化, 数理計画, 事例研究, 工事手配業務

## Decision Support with Mathematical Optimization for Staff Assignment to Maintenance Work Sites

MASAHIDE TAKASUKA<sup>1,2,a),b)</sup> MUTSUNORI YAGIURA<sup>2,c)</sup>

Received: January 26, 2021, Revised: April 9, 2021,  
Accepted: May 14, 2021

**Abstract:** In recent years, the aging of infrastructure such as roads has become a serious social problem, and maintenance works are being carried out daily. To avoid damaging NTT's facilities during such maintenance works, NTT employees attend them. For this, it is necessary to decide which employee is assigned to each maintenance work site considering various constraints and requirements. For example, each employee should not be assigned to too many sites with difficult maintenance works. It is preferable to reduce the total travel time of each employee to travel through all the maintenance work sites he or she is assigned to. It is also desirable to assign each maintenance work site to an employee with appropriate skills because otherwise accidents will become more likely to happen. With such requirements from the real world, it is not a simple task to find a good assignment, and the decision-making process is carried out by highly skilled professionals called arrangers. We present a mathematical programming model that obtains practically reasonable assignments. We also compare the assignments obtained by the several mathematical programming models that we have examined during the phase of improving the model through discussions with arrangers until the obtained assignments became acceptable for the arrangers. The results indicate that such assignments become closer to manually created ones as the model is improved.

**Keywords:** implementation of OR, decision making, mathematical models, combinatorial optimization, mathematical programming, case studies, staff assignment to maintenance work sites

## 1. はじめに

近年、道路などのインフラの老朽化は深刻な社会問題となっており、施設保全度の確保およびライフコストの縮減と予算の平準化を図るため、道路施設の点検および補修工事が計画的に行われている [1]. 道路には地下ケーブルや水道管などの重要なインフラ設備が埋まっているため、設備の知識を有した人が工事を行うことが望ましいが、工事を行う人はインフラ設備に関する知識を有していない。そのため、各インフラ設備の所有者が工事に立ち会うことでそれらを傷つけることを防いでいる [2]. 地下ケーブルの一部は日本電信電話株式会社（以後 NTT）が有しており、立会が必要な工事には NTT の社員が立会っている [3], [4], [5].

このとき、各工事に立ち会う社員（以後立会者）を割り当てる必要があるが、実社会では最適化手法を用いて割り当てを決定しているわけではなく、工事の割り当てを行うスキルを持った意思決定者（以後手配者）が、いくつかのルールや経験則に基づいて割り当てを行っている。ルールには、たとえば、1つの工事に対して割り当てる立会者は1人など、明確なものもあれば、難易度の高い工事を1人に集中させないようにするなどの曖昧なものも存在する。また、手配者が手配結果の良し悪しを判断する基準についても、目的関数に含めるべき指標は複数あるが、各指標の重要度は曖昧である。指標には、1人の立会者が担当する複数の工事間の移動時間を短くしたい、スキルの低い人に難易度の高い工事を割り当てると事故が起りやすくなるため各工事を適切なスキルを持つ人に割り当てたいなど、いくつかの要望に対応するものがあるが、これらの複数の指標はトレードオフの関係になることが多く [6], いずれの指標をどの程度重視すれば良いかに関する明確な基準があるわけではない。どの指標をどの程度重視すべきであるかは、工事の数や場所、および工事に割り当てる立会者の数やスキルなどによって異なり、現状では手配者の勘と経験に任されている。

このような状況で工事に対する立会者の割り当てを定めることは容易ではない [7]. 実際、手配者はこの業務に膨大な時間を割いている。そこで、数理最適化手法を活用し、手配案の候補を自動的に算出することで、手配者の意思決定の支援を行い、この手配業務に要する時間の削減を図る。実社会問題を定式化するためには、ルールを熟知している

現場の人とそのルールを定式化する専門家との意識のすり合わせが不可欠である。そのため、実社会問題の数理モデルを構築するためには膨大な時間とコストを要する。

本稿では、現場の手配者にヒアリングを実施し、試行錯誤を繰り返しながら数理モデルの構築および改善を行った事例を紹介する。また、その過程で得られたいくつかの数理モデルによる解を、解の間の相違度2種とその重み付き和に基づいて、手配者が作成した解と比較検討した結果についても述べる。さらに、集合被覆アプローチに基づき、数理モデルをソルバーで解く計算時間を改善する試みについても述べる。

## 2. 工事手配問題について

与えられたすべての工事に対して立会者の割り当てを決定する問題を本稿では工事手配問題と呼ぶ。以下に本研究で対象とする工事手配の現状と人手による手配業務について述べる。まず、工事手配業務の現状は以下のようである。

- 工事は1日で昼と夜の2回に分けられており、年間約300日実施されている。
- エリア数や工事数は地域によって異なるが、東京、神奈川、千葉、埼玉からなる関東ブロックは約10エリア [3] に分けられており、本研究で対象としたエリアを含むブロック全体で年間約24万件以上の工事の立会を行っている。
- 1つのエリアでは手配者が1回あたり40件から60件の工事の手配を3時間から4時間の時間をかけて手作業で行っている。そのため、工事の手配を行う手配者の稼働時間は膨大となり、ブロック全体で年間約1億円近くのコストを人件費に費やしている。
- 多くの件数の工事の手配を日々人手で行っているため、工事に要求されるスキルレベルよりもスキルの低い立会者を割り当ててしまうこともあり、その結果重要なインフラ設備を傷つけてしまう事故が年間に数件発生している。
- 手配を行うスキルを持った手配者は1つのエリアに数人しかおらず、工事手配業務は属人化しており、将来的には労働人口の減少や工事手配業務のエリア集約が行われることが想定されるため、工事手配業務の自動化を行っていく必要がある。

次に、人手による手配業務について説明する。手配者は工事手配を行う際、以下の事前準備、工事手配の決定、事後作業の3つの工程を実施する。

### 事前準備

- 国から道路などの舗装依頼に関する工事情報が1回100件近くFAXやメールで送信される。
- 立会者の人員リソース状況から60件より多くの工事すべてに立ち会うことは困難であるため、真に立会が必要な工事を精査し、60件以下、できれば40件近

<sup>1</sup> 西日本電信電話株式会社  
Nippon Telegraph and Telephone West Corporation, Shinjuku, Tokyo 163-8019, Japan

<sup>2</sup> 名古屋大学大学院情報学研究科数理情報学専攻  
Department of Mathematical Informatics, Graduate School of Informatics, Nagoya University, Nagoya, Aichi 464-8601, Japan

a) masahide.takasuka.tc@west.ntt.co.jp

b) takasuka@nagoya-u.jp

c) yagiura@nagoya-u.jp

くまで工事数を削減する。

- 地図を印刷した紙の上に透明なアクリル板を載せ、水性ペンを用いて住所情報を元に立会すべき工事を地図上に点をつけて記す。

**工事手配の決定**

- 地図上に記された点が1つから3つになるようにグループ分けを行う。
- 分けられたグループをいずれの立会者が担当するかを決定する。
- 工事に関する知識やスキル不足などの理由から、あるグループの工事に対して適当な（すなわちそのグループのすべての工事を担当可能な）立会者がいない場合、グループ分けを再度やり直す。

**事後作業**

- 工事の手配結果を描写した地図を工事立会者に見てもらい、各立会者は担当工事を記憶し、工事現場に向かう。
- 工事の手配結果を描写した地図の写真を撮り、データ化する。次の工事手配業務を行うために、アクリル板上に書かれた情報を消去する。

人手で工事手配を行う際には、このように、まず地図上に点で記された工事を、3つ以下の工事より成るグループに分けたのち、各グループに立会者を割り当てる。立会者は、事務所を出発して、3つ以下の工事を数回巡回した後、事務所に戻ってくる。このとき立会者は、工事が正常に進捗していることを確認し、必要に応じて指示を出すことが役割であるため、工事が開始してから終了するまで張り付いて立ち会うわけではない。つまり、各工事を1回ずつ訪れたのち事務所に戻るのではなく、1時間に1回程度各工事の様子を見回りに行く。その結果担当する工事の間を何度も巡回する必要があるため、事務所を除いて担当する工事のみを回る巡回路の移動時間のすべての立会者に対する和を小さくしたいという要望がある。また、各工事には3段階の難易度が設定されており、各グループ内の工事の難易度の和が8以下となるようにしている。

各グループへの立会者の割当ての決定は、各立会者が各工事に対して持っているスキルレベルの情報に基づいて行われる。ある工事に対して、その工事に対するスキルの低い立会者を割り当てると事故が起こりやすくなるため、そのような割当てをできるだけ避けたいという要望がある。

手配者が工事手配を行う際には、上述のようにまずグループ分けを行ってからグループに対する立会者を決めるという順序で行っているが、これは、すべての目的や制約を考慮して手配を行うことが人手では難しいためであり、本来は、すべての目的や制約を考慮したうえで工事のグループ分けと立会者の割当てを同時に最適化することが望ましい。

本研究では、過去に現場の手配者が実際に割当てを行っ

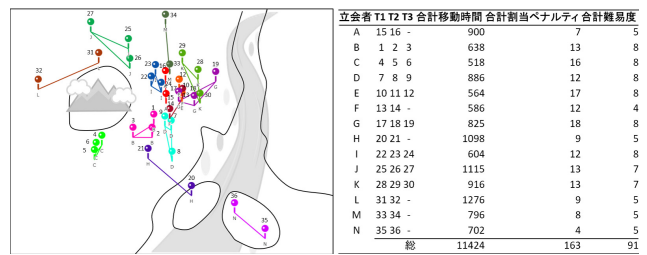


図 1 工事手配問題に対する手配者による手配結果

Fig. 1 An assignment of staff members to maintenance work sites designed by an arranger.

た実データを用いた計算実験により数理モデルなどの検証を行う。具体的には、36件の工事と14人の立会者から成る実データである。工事に住所情報のみが与えられているため、Directions API (Google Maps Platform) を用いて工事間の移動時間を取得した。また、現場の手配者からのヒアリングにより、各立会者のスキルレベルと各工事の難易度の情報を得た。図1は現場の手配者が実際に割当てを行った結果である。左の地図上の旗印は各工事の位置を表し、旗の色が同じ工事は同じ立会者に割り当てられたことを表す。右の表は各立会者に割り当てられた工事の番号と、それらを回る巡回路の移動時間、それらの工事に求められるスキルレベルからの乖離を表す割当てペナルティ、および割り当てられた工事の難易度の合計を示している。

**3. 工事手配問題の数理モデル**

本章では、工事手配問題を数理計画問題として定式化する。3.1節の数理モデルは、手配者に対するヒアリングを通して明らかになった制約や要望をすべて盛り込んだものである。また、現実データに対して本章の数理モデルによって得られた結果の評価についても3.2節に述べる。

**3.1 定式化**

工事手配問題では、立会者の集合  $S$  および工事の集合  $J$ 、工事  $k \in J$  から  $l \in J$  への移動時間  $d_{kl}$ 、立会者  $s \in S$  に工事  $k \in J$  を割り当てたときの割当てペナルティ  $c_{sk}$ 、工事  $k \in J$  の難易度  $w_k$ 、および各立会者に割り当てられた工事の難易度の和に対する上限  $W$  が与えられる。工事間の移動時間は、一方通行などの道路状況により工事  $k$  から  $l$  のルートと  $l$  から  $k$  へのルートが異なる場合があり、このとき、 $d_{kl} \neq d_{lk}$  となる。また、同一工事  $k$  間の移動時間は  $d_{kk} = 0$  とする。割当てペナルティの値  $c_{sk}$  は大きいほど立会者  $s$  の工事  $k$  に対するスキルが不足していることを表し、難易度  $w_k$  は大きいほど難しい工事であることを表す。

便宜上、工事の枠の集合を  $T$  とし、各立会者  $s$  の  $t$  番目の工事が  $k$  であることを、立会者  $s$  の枠  $t$  に工事  $k$  を割り当てるという。また、立会者に枠数  $|T|$  未満の工事を割り当てること、すなわち工事が割り当てられない枠があり

得ることを表すため、ダミー工事を用意する。その際、ダミーを経由しても正しい移動時間が得られるよう、工事の集合  $J$  の各要素  $k$  に対応するダミー  $k'$  を用意してそれらすべての集合を  $J'$  とし、ダミーも含めた移動時間  $d_{kl}$  を以下のように定義する（工事  $k$  に対応するダミーを  $k'$  と記す）：

$$d_{kl'} = \begin{cases} 0, & \text{if } l' = k' \\ \infty, & \text{if } l' \neq k' \end{cases} \quad (k \in J, l' \in J')$$

$$d_{k'l'} = \begin{cases} 0, & \text{if } l' = k' \\ \infty, & \text{if } l' \neq k' \end{cases} \quad (k' \in J', l' \in J')$$

$$d_{k'l} = d_{kl} \quad (k' \in J', l \in J).$$

工事手配問題は、各工事にちょうど1人の立会者を割り当てる問題であり、その際各立会者に割り当てられる工事の総難易度は  $W$  以下でなければならない。このときすべての立会者の総移動時間と総割当てペナルティの重み付き和を最小化することが目的である。立会者  $s$  の枠  $t$  に工事  $k$  を割り当てるとき  $x_{skt} = 1$ 、そうでないとき  $x_{skt} = 0$  とする決定変数  $x_{skt}$  を用いると、工事手配問題は、

$$\text{minimize} \quad \sum_{s \in S} D_s + \alpha \sum_{t \in T} \sum_{k \in J} \sum_{s \in S} c_{sk} x_{skt} \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{k \in J \cup J'} x_{skt} = 1, \quad \forall s \in S, \forall t \in T \quad (2)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{s \in S} x_{skt} = 1, \quad \forall k \in J \quad (3)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{k \in J} w_k x_{skt} \leq W, \quad \forall s \in S \quad (4)$$

$$D_s = \sum_{t \in T} \sum_{k, l \in J \cup J'} d_{kl} x_{skt} x_{sl(t+1)}, \quad \forall s \in S \quad (5)$$

$$x_{skt} \in \{0, 1\}, \quad \forall s \in S, \forall k \in J \cup J', \forall t \in T \quad (6)$$

と定式化できる。目的関数 (1) は総移動時間と総割当てペナルティの重み付き和の最小化を表す ( $\alpha (\geq 0)$  はパラメータ)。制約 (2) は各立会者  $s$  がどの枠  $t$  にも工事またはダミーを割り当てられることを、制約 (3) は各工事  $k$  がちょうど1人の立会者に割り当てられることを、制約 (4) は各立会者  $s$  に割り当てられる工事の総難易度が  $W$  以下となることを表す。式 (5) は各立会者  $s$  の移動時間を表すが、この式の中では便宜上枠  $|T| + 1$  を枠 1 と見なす。

数理モデル (1)–(6) に対する解が有限の目的関数値を持つとき、式 (5) によって計算される移動時間は、立会者  $s$  に割り当てられた工事のうちダミーでないものみの間を一周するのに要する時間になることが容易に示せる。

### 3.2 結果に対する評価

2章の最後に紹介した実データに対応する問題例に対する、3.1節の数理モデルの計算結果を述べる。その問題例のパラメータは、工事数  $|J| = 36$ 、立会者数  $|S| = 14$ 、枠数  $|T| = 3$ 、総難易度の上限  $W = 8$ 、割当てペナルティ  $c_{sk} \in \{1, \dots, 10\}$ 、難易度  $w_k \in \{1, 2, 3\}$  である。

この数理モデルに対する解の導出には、汎用ソルバーを用いた。よく知られている汎用ソルバーには、NUOPT (数理システム)、Gurobi Optimizer (Gurobi Optimizer)、IBM ILOG CPLEX (IBM) などがあるが、本研究では、求解にNUOPT (数理システム) を用いた。また、 $\alpha$  の値によっては1週間以上時間をかけても厳密な最適解が得られないことがあったため、計算時間を60秒で打ち切り、得られる最良解を出力した。

すべての立会者の総移動時間と総割当てペナルティのスケールを考慮し、 $\alpha$  を0から2,000まで10ずつ変更した。その結果、12個の相異なる解を得た。 $\alpha = 50$  のときの数理モデルにより得られた解は、現場の手配結果としておおむね実用的であるという意見を得ることができた。この結果は、手配者の手配結果 (図1) と工事のグループ分けが類似しており、すべての立会者の総移動時間も手配者の手配結果より1%程度多いもののほぼ同等である。総割当てペナルティについては、手配者の手配結果の約半分となっている。また、他の  $\alpha$  に対して得られた解も、その多くが軽微な修正を加えることで実用的な解として利用できることが分かった。以上より、本数理モデルの実社会においての一定の実用性を確認できた。

## 4. 集合被覆アプローチによる数理モデル

前章の数理モデルにNUOPTを適用して得られた解は厳密な最適解とは限らない場合がある。そこで、前章の数理モデルの定式化とは異なる集合被覆アプローチで定式化することで、より高速に最適解を得ることを狙う。

本研究が対象とする実データでは、立会者はたかだか3カ所しか巡回しないことに着目し、事前に実行可能なルートをすべて列挙する。このとき、総難易度が  $W$  以下となるルートのみを実行可能なルートとして候補に含める。また、列挙した各ルートの合計移動時間と合計割当てペナルティを計算しておく。そして、各工事が選択したルートの少なくとも1つに含まれる (すなわち被覆される) ように、列挙したルート候補の中から立会者の数  $|S|$  以下のルートを選択する問題として定式化するのである。

### 4.1 定式化

実行可能なルートの集合を  $R$  とする。ルート  $r \in R$  の合計移動時間を  $\tilde{d}_r$ 、立会者  $s \in S$  がルート  $r \in R$  を担当したときの合計割当てペナルティを  $\tilde{c}_{r,s}$ 、ルート  $r$  が工事  $k \in J$  を含むとき  $a_{kr} = 1$ 、含まないとき  $a_{kr} = 0$  とする。この

表 1 最適解求解時間

Table 1 Computation time to exactly solve the instances.

問題例	工事数 [件]	立会者数 [人]	3章のモデルの 計算時間 [秒]	4章のモデルの 計算時間 [秒]
1	10	4	0.16	1.33
2	11	4	0.63	2.01
3	12	5	4.66	3.40
4	13	5	19.13	5.31
5	15	6	51.79	8.54
6	16	6	867.12	17.46
7	18	7	1,267.93	35.29
8	20	8	20,509.11	75.50
9	36	14	–	3,472.71
10	40	15	–	8,174.45

とき、立会者  $s \in S$  がルート  $r$  を担当するとき  $y_{rs} = 1$ , 担当しないとき  $y_{rs} = 0$  となる決定変数  $y_{rs}$  を用いて、問題を以下のように定式化できる:

$$\text{minimize } \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} (\tilde{d}_r + \alpha \tilde{c}_{rs}) y_{rs} \quad (7)$$

$$\text{subject to } \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} a_{kr} y_{rs} \geq 1, \quad \forall k \in J \quad (8)$$

$$\sum_{r \in R} y_{rs} \leq 1, \quad \forall s \in S \quad (9)$$

$$y_{rs} \in \{0, 1\}, \quad \forall r \in R, \forall s \in S. \quad (10)$$

この問題は一般化上界制約付き集合被覆問題と呼ばれる問題であり [8], 集合被覆問題 (7), (8), (10) に、各立会者  $s$  に対応するルートの中からたかだか 1 つしかルートを選択できないことを表す制約 (9) が加わっている。

#### 4.2 最適解を得るのに要する計算時間の比較

本節では、3章の数理モデル (1)–(6) と 4章の数理モデル (7)–(10) に対して NUOPT が厳密な最適解を得るのに要する計算時間を比較する。そのために、10 個の問題例を準備した。問題例 9 は、3.2 節の数値実験でも用いた実データである。問題例 1–8 は、問題例 9 の工事と立会者からランダムにいくつかを抽出した架空のデータである。問題例 10 は、問題例 9 に別の工事データの工事と立会者を加えた架空のデータである。これら 10 個の問題例すべてにおいて  $\alpha = 50$  とした。これは、問題例 9 に対する数理モデルの解が現場の手配結果としておおむね実用的であるという意見を手配者から得ることができた値である。

3章と 4章の数理モデルに対する NUOPT の計算時間を表 1 に示す。なお、3章と 4章の数理モデルは、いずれの問題例に対しても同一の最適解を得ている。表中の “–” は、制限時間の 24 時間以内に最適解が得られなかったことを示す。小規模な問題例については、3章の数理モデル (1)–(6) のほうが最適解の求解計算時間が小さいものもあるが、大規模な問題例を含む多くの問題例において、4章

の数理モデル (7)–(10) のほうが高速に厳密な最適解を得ていることが分かる。

### 5. 数理モデルの比較と検証

3章で述べた工事手配問題に対する数理モデルは、現場の手配者へのヒアリング結果を数理モデルに反映し、得られた解を現場の手配者に評価してもらうことを反復することで得られた。その反復の過程で数理モデルを修正したが、数理モデルから得られた解の評価は現場の手配者による主観的な評価に基づいていた。本章では、数理モデルに対する手配者の評価結果と相関のある客観的な指標について検証する。その候補として、現場の手配者による手配結果と数理モデルで得られる結果がどの程度近いか注目する。手配結果の間のそのような距離の測り方には自由度があるため、測り方による傾向の違いについても検証する。

そのために、まず、5.1 節で現場の手配者にヒアリングを実施し、試行錯誤を繰り返しながら数理モデルの構築および改善を行った過程で試みた数理モデルについて説明する。具体的には 3章の数理モデルの構築に至る過程で得られた 3 つの数理モデルについて説明する。次に、5.2 節で数理モデル 1 から数理モデル 3 および 3章の数理モデルから得られる解を、2 種の目的関数の値に基づいて比較する。最後に、5.3 節で解どうしの相違度を 2 種定義し、それらとそれらの重み付き和を用いて、手配者がコメントした点を改善するように数理モデルを修正するに従い、算出される解と手配者が手作業で作成した手配結果との相違度がどのように変化するかを検証する。

#### 5.1 検証に用いる数理モデルと得られる解について

本節では、数理モデルの修正を行う過程で手配者に提示した 3 つの数理モデルと最終的に得られた 3章の数理モデルに対して得られる解を比較に用いる。まず、3 つの数理モデルとその解に対する手配者のコメントについて述べる。

##### 数理モデル 1.

1 つ目の数理モデルとして、立会者が事務所を出発して担当する工事をすべて巡回した後事務所に戻る総移動時間を最小化するモデルを検討した。これを数理モデル 1 と呼ぶ。3章の数理モデルとの相違点は、目的関数 (1) には含まれない事務所と工事現場の行き来の移動時間を含んでいることと、総割当てペナルティを考慮していないこと、および工事の難易度に関する制約 (4) がないことである。本数理モデルは、各工事を配送先 (顧客)、各立会者を運搬車、事務所をデポと見なし、各顧客の需要量を 1、運搬車の積載量上限を立会者が巡回できる工事数の上限に設定すると、配送計画問題に帰着できる。本数理モデルに対する解の導出に限り、配送計画問題に対する代表的な解法の 1 つである文献 [9] のアルゴリズムを用いた。

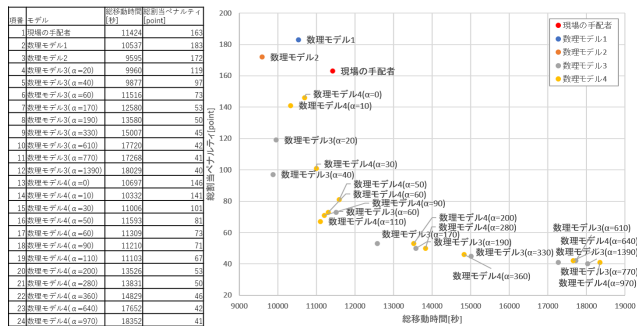


図 2 数理モデルと項番の対応および総移動時間と総割当てペナルティの散布図

Fig. 2 Identification numbers of mathematical models and scatter plot of total travel time and total assignment penalty.

### 数理モデル 2.

数理モデル 1 の解に対する手配者からのコメントを受け、総移動時間に事務所と工事現場の間の時間を含まないように目的関数を修正したモデルを考えた。これを数理モデル 2 と呼ぶ。3 章の数理モデルとの相違点は、目的関数 (1) に割当てペナルティがないことと、工事の難易度に関する制約 (4) がないことである。

### 数理モデル 3.

数理モデル 2 の解に対して手配者より、立会者のスキルと工事の組合せに対する考慮が必要である旨コメントがあった。これを受け、工事と立会者の間の割当てペナルティ、すなわち式 (1) の第 2 項を導入したモデルを考えた。これを数理モデル 3 と呼ぶ。3 章の数理モデルとの相違点は、工事の難易度に関する制約 (4) がないことである。

## 5.2 目的関数による手配結果の比較

現場の手配者の手配結果と 5.1 節の 3 つの数理モデルおよび 3 章の数理モデル (便宜上、以下では数理モデル 4 と呼ぶ) に対して得られる解を、総移動時間と総割当てペナルティに関する散布図を用いて図 2 に示す。総移動時間と総割当てペナルティの値はともに小さいほどよい結果となる。図中の点は、現場の手配者の結果、数理モデル 1 と 2 の結果、および数理モデル 3 と 4 において  $\alpha$  の値を 0, 10, 20, ..., 2000 として得られた各モデルにつき 201 個の解のうち相異なるものすべての結果である。数理モデル 3 と 4 については、具体的には、数理モデル 3 において目的関数内の重み  $\alpha \in \{20, 40, 60, 170, 190, 330, 610, 770, 1390\}$  を与えたときの結果、および数理モデル 4 において重み  $\alpha \in \{0, 10, 30, 50, 60, 110, 200, 280, 360, 640, 970\}$  を与えたときの手配結果に対応する。便宜上これら 24 個の手配結果に通し番号をつけ、項番 1, 項番 2, ..., 項番 24 と呼ぶ。図 2 より現場の手配者の結果は総移動時間が小さく、総割当てペナルティが大きい位置にあるため、総移動時間を優先した割当て結果であることが分かる。項番 1 の現場の手

配者の結果に対して散布図上のユークリッド距離が最も小さい項番 13 の数理モデル 4 ( $\alpha = 0$ ) による手配結果が、手配者が望む結果に最も近いであろうと直感的には思われる。しかしながら、現場の手配者にヒアリングしたところ、現場の手配者が最も高く評価した結果は項番 16 の数理モデル 4 ( $\alpha = 50$ ) の解であった。そのため、散布図上の点間のユークリッド距離とは異なる別の尺度で手配結果どうしの距離を測る必要があると思われる。そのような尺度として、次節では手配結果そのものの乖離の度合い、すなわち相違度を測るいくつかの指標を考える。

## 5.3 手配結果の相違度について

工事割当て問題は、各立会者にいずれの工事を割り当て、各立会者が自分に割り当てられた工事をどのような順序で巡回するかを決定する問題であり、解の基本構造である工事間の移動ルートと各工事への立会者の割当ては、それぞれが目的関数に直接寄与している。また、2 章で述べた現状の手順において手配者が工事手配の決定を行う際、工事集合をグループに分割し、その後、各グループをいずれかの立会者に割当てを行っていることから、解の相違度を測る観点として、工事間の移動ルートと、各工事への立会者の割当ての 2 つを考える。工事間の移動ルートに関する解の相違度は、手配者が地図上に記された点のグループ分けをどの程度重視して割当てを行っているかを測り、各工事への立会者の割当てに関する解の相違度は、各工事に対する立会者のスキルをどの程度重視して割当てを行っているかを測ることを目的としている。

以下では、これらの 2 つの観点で解の間の相違度を測る指標を検討する。これらの 2 つの観点で解の間の相違度を測ることによって、数理モデルの改善を行う際に、手配者がいずれの指標を重視しているのかを観測することを目的とする。2 章で述べた手配者が工事手配の決定を行う工程から、手配者は地図上の視覚的な情報を重視してまずグループ分けを実施し、後から各グループをいずれかの立会者に割当てを行っているため、各工事への立会者の割当てより工事間の移動ルートの観点を重視していることが予想される。また、2 種の相違度の重み付き和によって、数理モデルの解に対する手配者の評価が良くなるにつれて改善する数値的な指標を作ることができないかを検証する。

### 5.3.1 工事間の移動ルートに関する解の相違度

本項では、工事間の移動ルートだけに注目した 2 つの解の相違度を定義する。工事間の移動ルートにおいて隣り合う工事の対をルートの辺と呼ぶ。このような辺集合に注目して順序づけ問題の解の相違度や類似度を測る考え方は、たとえば巡回セールスマン問題に対する Lin と Kernighan の論文で複数の巡回路の類似度を表すのに用いられている [10]。本研究が対象とする問題例では、工事間の移動時間は対称 (すなわち任意の  $k$  と  $l$  に対して  $d_{kl} = d_{lk}$ ) であ

るため、辺の向きを考えず、無向辺と見なす。たとえば、工事1-工事2-工事3と工事1-工事3-工事2では、回る順序は逆であるが、同じルートと見なし、いずれも辺集合  $\{\{1,2\},\{2,3\},\{3,1\}\}$  で表す。簡単のため、多重辺や自己ループを考えない。すなわち、ある立会者に割り当てられた工事数が2つのときには、その人のルートの辺の数は1つとなり、工事数が1つのときには、辺の数は0となる。

以下では、2つの手配結果に対して、それらの間のルートに関する相違度を定義する。また、 $N$  個の手配結果  $X_1, X_2, \dots, X_N$  に対し、 $X_u$  と  $X_v$  の間のルートの相違度を  $(u, v)$ -成分とする行列を相違度行列  $H_A$  と定義し、その  $(u, v)$ -成分を  $h_{uv}^A$  と記す。各手配結果  $X_u$  に対し、工事の集合  $J$  を頂点集合、全立会者のルートの辺 (すなわちルートにおいて隣り合う工事の対) すべての集合  $E_u$  を辺集合とする単純無向グラフを  $G_u = (J, E_u)$  と記す。そして、 $X_u$  と  $X_v$  の間のルートに関する相違度を、 $E_u$  と  $E_v$  の対称差の要素数を2で割った値  $h_{uv}^A = |(E_u \setminus E_v) \cup (E_v \setminus E_u)|/2$  と定義する。

さらに、次項で述べる割当てに関する相違度とスケールを合わせるため、 $H_A$  の各成分の値を0から100の範囲に正規化した行列を  $\hat{H}_A$  とする。具体的には、 $\hat{H}_A$  の  $(u, v)$ -成分  $\hat{h}_{uv}^A$  を、とりうる値の最大値  $|J|$  で  $h_{uv}^A$  を割った値に100をかけたもの、すなわち  $\hat{h}_{uv}^A = 100h_{uv}^A/|J|$  とする。

5.3.2 工事の立会者への割当てに関する解の相違度

本項では、各工事がどの立会者に割り当てられているかという観点で2つの解の相違度を定義する。具体的には、2つの解の間で、割り当てられた担当者が異なる工事の数を、割当てに関する相違度とする。このような割当て先の違いに注目して解の相違度や類似度を測る考え方は広く知られており、たとえば最大充足可能性問題や一般化割当て問題に対して解どうしの相違度とコストの相関を調べた研究もある [11]。

各手配結果  $X_u$  に対し、各工事  $k$  に立会者  $s$  が割り当てられていることを  $B_u(k) = s$  と記す。そして、 $X_u$  と  $X_v$  の間の割当ての相違度  $h_{uv}^B$  を  $B_u$  と  $B_v$  のハミング距離  $h_{uv}^B = |\{k \in J \mid B_u(k) \neq B_v(k)\}|$  とする。また、 $h_{uv}^B$  を  $(u, v)$ -成分とする行列を、相違度行列  $H_B$  と定義する。さらに、 $H_B$  の各成分の値を0から100の範囲に正規化した行列を  $\hat{H}_B$  とする。具体的には、 $\hat{H}_B$  の  $(u, v)$ -成分  $\hat{h}_{uv}^B$  を、とりうる値の最大値  $|J|$  で  $h_{uv}^B$  を割った値に100をかけたもの、すなわち  $\hat{h}_{uv}^B = 100h_{uv}^B/|J|$  とする。

5.3.3 解の相違度の重み付き和

移動ルートおよび割当てに関する相違度行列  $\hat{H}_A$  と  $\hat{H}_B$  の重み付き和を

$$\hat{H}_C = (1 - \beta)\hat{H}_A + \beta\hat{H}_B \tag{11}$$

と記す。  $\beta$  ( $0 \leq \beta \leq 1$ ) は  $\hat{H}_A$  と  $\hat{H}_B$  のどちらをどの程度重視するかを表すパラメータである。

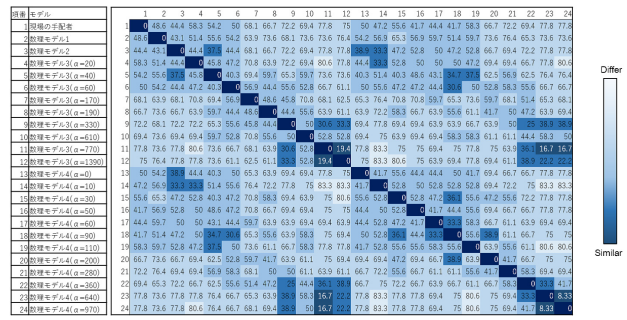


図3 解の相違度行列  $\hat{H}_A$

Fig. 3 Matrix  $\hat{H}_A$  representing differences between solutions.

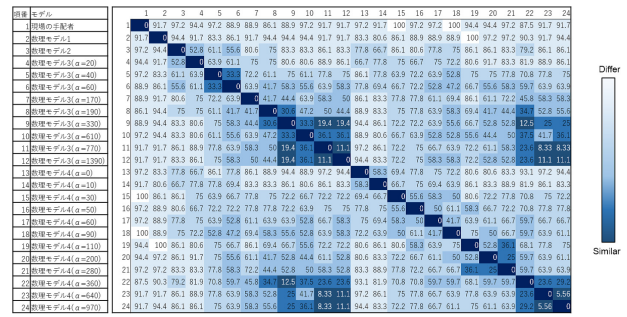


図4 解の相違度行列  $\hat{H}_B$

Fig. 4 Matrix  $\hat{H}_B$  representing differences between solutions.

5.3.4 現実の工事データに対する手配結果の比較

5.2節で述べた実際の工事データに対する24個の手配結果を、相違度の尺度を用いて比較する。

まず、工事間の移動ルートに関する相違度行列  $\hat{H}_A$  を図3に示す。図2の1行目が現場の手配者による手配結果と、5.2節で述べた数理モデル1から4を解いて得られる解との相違度である。現場の手配者による手配結果との相違度が最も小さいのは項番16と18の数理モデル4 ( $\alpha = 50$ ) と ( $\alpha = 90$ ) であったが、このうち前者は、現場の手配者が最も良いと評価した結果である。また、項番3の数理モデル2、および数理モデル3と4の  $\alpha$  が比較的小さいもの (項番4から6、および項番13から19) によって得られる解どうしの相違度が比較的近い傾向にあり、一方これらと数理モデル3と4の  $\alpha$  の値の大きいもの (項番7から12、および項番20から24) との間の相違度は大きい傾向にあった。すなわち移動時間を割当てペナルティよりも重視するか否かによって得られるルートの傾向が変わることが観測できた。

次に、割当てに関する相違度行列  $\hat{H}_B$  を図4に示す。図4の1行目が現場の手配者による手配結果と、5.2節で述べた数理モデル1から4によって得られる解との相違度である。  $\hat{H}_B$  の各要素の値は  $\hat{H}_A$  と比較して大きく、いずれのモデルによる解も手配者による手配結果との相違度は大きい。また、割当てペナルティを考慮しない数理モデル1と2 (項番2と3) との相違度の最小値が91.7、それを考慮する数理モデル3と4 (項番4以降) との相違度の最小

値が86.1と、ほとんど差がないことから、手配者による手配結果では、割当てペナルティがあまり考慮されていないといえる。この結果は5.1節で述べた数理モデル2に対する手配者からのコメントと矛盾する。そこで改めて現場の手配者に確認した結果、2章で述べた人手による工事手配の手順において、立会者の割当てを工事グループを決定した後にしているため、割当てペナルティの考慮が十分にできなかったことが分かった。数理モデルによる解を比べると、数理モデル3と4の中の $\alpha$ の大きいものどうし、すなわち割当てペナルティを重視するモデルによる解どうしは、比較的相違度が小さい傾向にあることが観測できた。

最後に、2種の相違度の重み付き和  $\hat{H}_C$  に基づいて手配結果を比較する。式(11)の重み係数 $\beta$ を小さめの値(たとえば0.1)に設定すれば、手配者が最も良いと評価した項番16の数理モデル4( $\alpha=50$ )の解と、手配者による手配結果との相違度が最小になるが、以下ではさらに、数理モデル1から数理モデル4に改善していくにつれて現場の手配者の手配結果との相違度が小さくなる重み係数 $\beta$ を求めることを考える。手配者の評価には主観が入り、評価がよくなるにつれて改善する数値的な指標を作ることは一般には容易ではないが、そのような $\beta$ が存在すれば、特定の事例に対する限定的な指標ではあるものの、 $\hat{H}_C$ の相違度が、そのような評価指標の1つとなることを意味する。そこで、以下ではそのような $\beta$ が存在するか否かを確認するため、そのような $\beta$ を求めるための数理モデルを定義する。

便宜上、数理モデル $i$ ( $i=1,2,3,4$ )の手配結果の項番の集合を $N_i$ とする。具体的には、 $N_1=\{2\}$ ,  $N_2=\{3\}$ ,  $N_3=\{4,5,\dots,12\}$ ,  $N_4=\{13,14,\dots,24\}$ である。現場の手配者による手配結果(項番1)と数理モデル $i$ との相違度の最小値を $e_i(\beta)$ と記す。すなわち、 $\hat{H}_C$ の $(u,v)$ -成分を $\hat{h}_{uv}^C$ と記すと、 $e_i(\beta) = \min_{u \in N_i} \hat{h}_{1u}^C$ である。なお、 $e_1(\beta)$ と $e_2(\beta)$ は $\beta$ に対する線形関数、 $e_3(\beta)$ と $e_4(\beta)$ は上に凸な区分線形関数となる。

数理モデルを改善するに従い、現場の手配者による手配結果と各数理モデルによる解との相違度が小さくなるという条件は、 $e_1(\beta) > e_2(\beta) > e_3(\beta) > e_4(\beta)$ と書けるが、これらの間の差がいずれも大きくなるよう、その最小値 $\min_{i \in \{1,2,3\}} (e_i(\beta) - e_{i+1}(\beta))$ を最大にする $\beta$ を求める。そのような $\beta$ を求める問題は以下のように定式化できる：

$$\text{maximize } \delta \tag{12}$$

$$\text{subject to } \delta \leq e_i(\beta) - e_{i+1}(\beta), \quad i = \{1,2,3\} \tag{13}$$

$$\beta \geq 0. \tag{14}$$

数理モデル(12)–(14)に $\delta > 0$ を満たす解が存在すれば、その解における $\beta$ を用いたとき、手配者の手配結果と各数理モデルから得られる手配結果との相違度は、数理モデルを改良するごとに小さくなる。数理モデル(12)–(14)を解いてみ

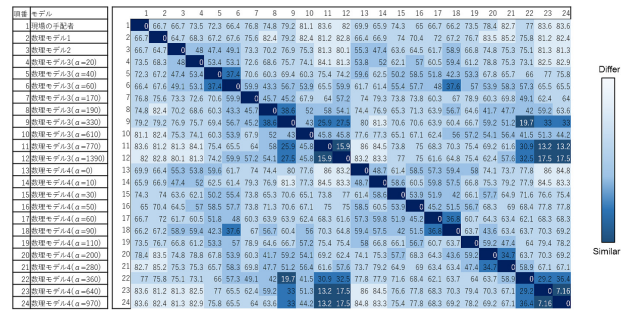


図5 解の相違度行列  $\hat{H}_C$  ( $\beta = 0.4208$ )

Fig. 5 Matrix  $\hat{H}_C$  representing differences between solutions ( $\beta = 0.4208$ ).

たところ、そのような解が存在することが分かった。また、そのような解が存在する $\beta$ の範囲は $0.4010 \leq \beta \leq 0.4208$ であった。すなわち、 $\beta$ をこの範囲のいずれかの値に設定すれば、数理モデルを変更して得られる解に対する手配者の評価が上がるにつれて相違度は小さくなる。また、最適解は $\beta = 0.4208$ であり、このとき数理モデル間の相違度の差の最小値 $\delta$ が最大となり、手配者の評価がより大きく相違度に表れる。 $\beta = 0.4208$ のときの相違度行列  $\hat{H}_C$  を図5に示す。 $e_3(\beta)$ と $e_4(\beta)$ を実現する項番はそれぞれ6と16であり、 $e_1(\beta), \dots, e_4(\beta)$ の値は66.7, 66.7, 66.4, 65と減少している。また、現場の手配者が最も良いと評価した項番16の数理モデル4( $\alpha=50$ )が $e_4(\beta)$ を実現している、すなわち手配者による手配結果との相違度が最も小さい解であることが確認できる。

このような重み係数 $\beta$ に基づく相違度の実用的な利用法の可能性として、たとえば、数理モデルあるいは数理モデル内のパラメータを改善したいときに、この指標をより良くする解が得られるように数理モデルあるいはパラメータを修正することがあげられる。その結果、毎回手配者にインタビューすることなく、より満足してもらえる解が得られるようになる可能性を上述の結果は示唆している。

## 6. 結論および今後の課題

本稿では、高度な技能を有している手配者により意思決定が行われている工事手配業務に対し、実用的な手配結果を算出可能な数理モデルを得ることを目的として事例研究を行った。数理最適化手法を活用することで得られる結果に抵抗を持たれることがしばしば起こるが、本研究でも研究の初期に考案した数理モデルによって得られた解は、手配者が実用的と判断できるものではなかった。そこで、その問題点を解消するために、解を提示しては手配者の意見を聞いて、数理モデルを修正する試行錯誤のプロセスが必要であった。この過程で提示した4つの数理モデルによって得られた解を、ルートおよび割当てに関する2つの相違度と、それらの重み付き和を用いて比較した。その結果、重み付き和に基づく相違度において重みを適切に設定すれ



ば、手配者が手作業で作成した手配結果と数理モデルによる手配結果の間の相違度が、数理モデルを修正するに従って減少することを観測した。これは、手配者の解との相違度が減少するように数理モデルの改善を行うことで、得られる解が手配者が実用的と評価する結果に近づくことを示唆している。

このような試行錯誤の結果提示した数理モデルによる手配結果は、おおむね実用的であるとの評価を手配者より受けている。また、提案した数理モデルに対する MIP ソルバーの求解効率を高めるため、集合被覆型の数理モデルも提案し、求解時間が短くなることを計算実験により確認した。

本稿で紹介した結果は特定の事例に対する限られた実験結果に基づいており、広く応用できる一般的な知見を得るには、より多くの事例やデータに対する検証が必要である。また、割当てに関する相違度に関しては、本研究では各工事に割り当てられた立会者の相違に基づいて相違度を定義したが、この相違度では、スキルレベルが近い人でも大きく異なる人でも同様に評価されてしまう。また、スキルレベルなどの属性が同じでも個人が違えば相違度に寄与してしまう。これらの点を改善する相違度についても今後検討したいと考えている。

**謝辞** モデル検討の際にヒアリングにご協力いただいた手配者の方々、有益な議論にご参加くださった池上敦子氏、呉偉氏、および有益なコメントをいただいた査読者に感謝します。また、研究の推進にご協力いただいた小林敦志氏、永留圭祐氏、吉田寛氏、井口隆宏氏に謝意を表します。本研究は一部 JSPS 科研費 JP15H02969, JP20H02388, および名古屋大学大学院情報学研究科博士課程後期課程学生研究費の助成を受けたものです。

#### 参考文献

[1] 国土交通省：インフラ老朽化対策, 平成 27 年 9 月 11 日 第 2 回 非社会保障ワーキング・グループ 資料 1-3 国土交通省資料, 入手先 (<https://www5.cao.go.jp/keizai-shimon/kaigi/special/reform/wg2/270911/agenda.html>) (参照 2019-10-13).

[2] 国土交通省：浅層埋設にあたっての安全対策について, 2015 年 7 月 31 日 第 5 回 無電柱化低コスト手法技術検討委員会 資料 3 浅層埋設にあたっての安全対策について, 入手先 (<http://www.nilim.go.jp/lab/ucg/koho/k150731.html>) (参照 2019-10-13).

[3] NTT 東日本：電話ケーブル切ったら大へん, NTT 東日本東京事業部 (2018), 入手先 ([http://kirenkyo.gr.jp/sites/default/files/doc/NTT\\_higashi2018.pdf](http://kirenkyo.gr.jp/sites/default/files/doc/NTT_higashi2018.pdf)) (参照 2019-10-13).

[4] NTT 西日本：管路・電柱等, 入手先 (<https://www.ntt-west.co.jp/open/99guidebook/pdf/2-6syo.pdf>) (参照 2019-10-13).

[5] 月刊ビジネスコミュニケーション：ワンストップサービスを提供する インフラネットの IT システム群, 入手先 (<https://www.bcm.co.jp/magazine/00-02/html/052.html>) (参照 2019-10-13).

[6] 一柳徳宏, 若松良彦, 能島裕介, 石淵久生：多目的遺伝的局所探索アルゴリズムにおける局所探索適用個体の選択, システム制御情報学会論文誌, Vol.23, pp.178-187 (2010).

[7] 池上敦子：問題把握の難しさ, 特集『21 世紀を最適化する女性たち』, オペレーションズ・リサーチ, Vol.51, pp.388-391 (2006).

[8] Umetani, S., Arakawa, M. and Yagiura, M.: Relaxation heuristics for the set multicover problem with generalized upper bound constraints, *Computers and Operations Research*, Vol.93, pp.90-100 (2018).

[9] Hashimoto, H., Yagiura, M. and Ibaraki, T.: An iterated local search algorithm for the time-dependent vehicle routing problem with time windows, *Discrete Optimization*, Vol.5, pp.434-456 (2008).

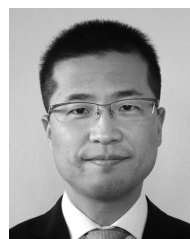
[10] Lin, S. and Kernighan, B.W.: An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem, *Operations Research*, Vol.21, pp.498-516 (1973).

[11] Yagiura, M. and Ibaraki, T.: Local Search, Pardalos, P.M. and Resende, M.G.C. (Eds.), *Handbook of Applied Optimization*, pp.104-123, Oxford University Press (2002).



高須賀 将秀

2010 年名古屋大学大学院情報科学研究科修了。同年西日本電信電話株式会社に入社。社内クラウド基盤開発に従事。2015 年より日本電信電話株式会社に転職。事業会社利用の装置 EMS 開発および能力差を考慮した開発の人員資源割当問題の研究に従事。2019 年より名古屋大学大学院情報学研究科博士後期課程に進学。同年西日本電信電話株式会社に転職。現在に至る。



柳浦 睦憲 (正会員)

1991 年京都大学工学部数理工学科卒業, 1993 年同大学大学院修士課程修了, 1994 年同大学院博士課程中退。同年同大学助手, 2000 年同講師, 2005 年名古屋大学助教授, 2011 年同教授, 現在に至る。組合せ最適化問題に対するメタ戦略をはじめとする実践的解法の研究に従事。博士(工学)。日本オペレーションズ・リサーチ学会フェロー, 電子情報通信学会, スケジューリング学会, ACM 各会員。