

ナーススケジューリングにおける多様な解の生成

加藤 尚瑛^{1,a)} 呉 偉^{2,b)} 池上 敦子^{1,c)}

概要: ナーススケジューリングでは、各日各シフトに適切な数のナースを配置するだけでなく、ナースの健康や社会生活を考慮するために多くの制約を満たす必要がある。さらに、暗黙的な制約や評価尺度を考慮して、現場で実用できる解を得るためには、最適解を1つ得るといった単純な最適化方法では不十分だと考えられる。本研究では、選択の自由度や効率的な解修正を支援するための情報として、多様な解を複数提供することを考える。病院現場でベテランナースの配置を重要視して勤務表が作成されている事実に基づき、ナーススケジューリングの定式化に頻出する意思決定変数（ナース）に着目し、これらの値の違いを解の「違い」として扱うことで、解の多様性を考える。そして、できるだけ大きな違いを持つ複数の解を同時に得るための多様解生成モデルを提案する。次に、モデルに基づいて得られた複数解の間の違いを大きくしようとすることで各勤務表の品質にどのように影響するかを観察する。また、変数の重要性を考慮せずに、すべての変数について互いの違いが大きくなる複数解を得た結果とも比較する。

Generating Diverse Solutions for Nurse Scheduling

1. はじめに

ナーススケジューリングでは、各ナースのスキルレベルだけでなく、健康状態、社会生活を守るための多くの制約を満たしながら、各日の各シフトに適切な数のナースを配置する必要があるため、実行可能解を得ることだけでも難しい。さらに、暗黙的な制約や評価尺度も存在するため、これらの考慮事項を効率的に反映できるツールと情報が必要である。実用できる解を得るためには、最適解を1つ得るといった単純な最適化方法では不十分だと考えられる。

長谷部ら [6] は、多数の解を生成する方法を利用して、1つの最適解から7000万を超える類似な最適解を生成することに成功している。しかし、解の近傍が比較的小さかったため、大きく異なる解を見つけることはできていない。ナーススケジューリングについては、1990年代後半頃から、多くのアルゴリズム、[2], [3], [4] が提案されてきたが、最適解、準最適解を高速に得ることに注力されており、与

えられた解（スケジュール）の修正のための情報生成方法については確立されていない。

本研究は、与えられた解を修正するために有効な情報を生成することを目的とする。そして、元のナーススケジューリング問題において最適もしくはそれに近い複数の多様解を得ることを目指す。

病院においては、ベテランナースの勤務シフトに注意を払って勤務表が作成されている。本研究では、最適化モデルの定式化に頻りに登場するベテランナースに関わる意思決定変数に注目し、これらの変数の値の相違を解の間の「違い」として扱う。そして、互いに大きく異なる複数解を同時に得るためのシンプルなモデルを提案する。

2. 定式化の観察

ナーススケジューリングのモデル [8] の定式化では、各シフトのナース数やスキルの観点から望ましい看護サービスレベルを維持するために「シフト制約」と、各ナースの勤務負荷（各シフトの数や総勤務時間、勤務希望、シフト並び）を考慮する「ナース制約」が考えられている。

記号説明

I : ナースの集合.

D : スケジューリング期間における日の集合.

S : シフトの集合. $S = \{ \text{“日勤,” “夜勤,” “休み”} \}$.

¹ 成蹊大学

Seikei University, Musashino, Tokyo 180-8633, Japan

² 静岡大学

Shizuoka University, Hamamatsu, Shizuoka 432-8561, Japan

^{a)} dm206208@cc.seikei.ac.jp

^{b)} goi@shizuoka.ac.jp

^{c)} atsuko@st.seikei.ac.jp

変数

x_{ids} : ナース $i \in I$ の日 $d \in D$ にシフト $s \in S$ を割り当て
るなら 1, そうでないならば 0 となる意思決定変数.

我々のモデルでは, ナース制約をすべて満たしながら, シフト制約の一部を満たせない可能性がある勤務表を見つける. また, ナースの各日のシフトに関する希望については, 必ず受け入れる場合とできる限り受け入れる場合に分けて考慮する. したがって, 目的関数では, シフト制約の違反を最小化し, ナースのできる限り受け入れたいシフト希望の実現を最大化する.

観察

制約式における意思決定変数 x_{ids} を観察すると, その出現頻度が, ナースや日, そしてシフトによって異なることがわかる. 我々のモデル (定式化) を, ある問題インスタンス [1], [5], [7] に適用したときの, 制約式における意思決定変数 x_{ids} の出現頻度を調べる.

図 1 は, 定式化の制約における, ナース i のシフト s に関わる変数 x_{ids} の出現頻度を累積棒グラフで表し, 図 2 は, シフトの違いを区別しないで, ナース i の日 d に関わる変数 x_{ids} の出現頻度を勤務表の形で表す.

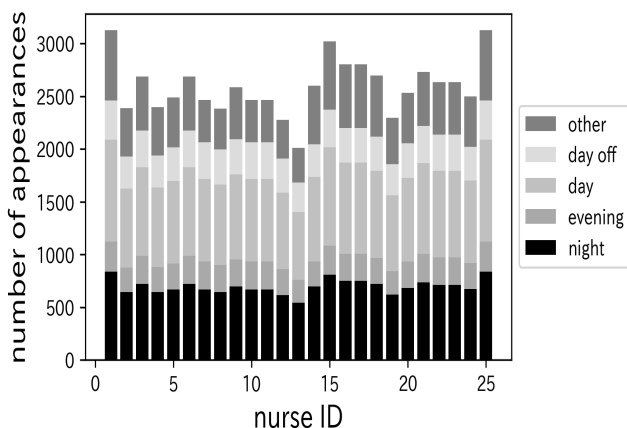


図 1 ナース i のシフト s に関わる意思決定変数 x_{ids} の出現頻度
Fig. 1 Number of appearances of decision variable x_{ids} related to shift s of nurse i

図 1 の横軸はナース番号, 縦軸は変数の出現頻度を表す. これらの数は, ナースによって異なり, 特に, ナース 1, 15, 25 が大きい (ナース 1-6, 14-17 はベテラン, ナース 25 は準ベテランであり, B チームは A チームよりベテランの数が少ない). ベテランナースや準ベテランナースは, その他のナースに比べて制約が多いことを示す. この傾向は, 我々の以前の研究 [7] で扱った問題インスタンスでも観察されている.

図 2 では, 横軸は日, 縦軸はナース番号を表し, 各セルに関わる変数の出現頻度は, 右に示したバーの濃淡の違いで示している. 白いセルは, あらかじめ確定しているシフ

トがあることを示す. この結果は, 図 1 の結果と同様な解釈ができる. ナース 1, 15, 25 は, 期間を通して変数の出現頻度が高く, 多くの制約に関わっていることがわかる. 全体的に, 期末における出現頻度が減少するのは, 次期間の制約が課せられていないためである.

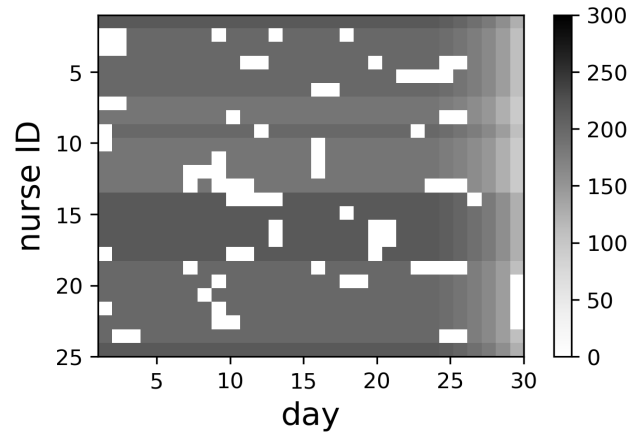


図 2 ナース i の日 d に関わる意思決定変数 x_{ids} の出現頻度
Fig. 2 Number of appearances of decision variable x_{ids} related to day d of nurse i

3. キーパーソンを考慮した多様な解の生成

前節の結果と, 病院の勤務表作成者からの情報により, ベテランナースのように, 勤務表作成においてキーになるナースがいることがわかった.

この節では, キーとなるナースの各日のシフトの違いが異なる勤務表の間の「違い」を表すと仮定して, できる限り異なる複数勤務表の作成に取り組む. 具体的には, 2 つの勤務表の間の違いを, 前節で得られた出現頻度の上位 100 に入る変数 x_{ids} の値の違い (異なる値を持った数) で考えることにする.

まず, 多目的モデルにおける「目的の一部」を制約で扱う方法を利用し, 各勤務表に対する元の問題の目的関数値を与えたパラメタ以下に抑えながら, 勤務表間の違いを最大化する複数勤務表作成を目指す. そして, このモデルを利用して, 出現頻度が高い上位 100 の x_{ids} に関する (i, d, s) を対象に, パラメタの値を少しずつ小さくしながら解いたときに, 勤務表の質がどのように変化するかを調べる. 次に, (i, d, s) の代わりに, $appear(i, d)$ のランキングに基づく (i, d) を対象にして, 勤務表間の違いを最大化すると同時に, 勤務表の質も最適化するモデルに取り組む. ここで, $appear(i, d)$ は, (i, d) に対して, x_{ids} の出現頻度の全シフト分の総和を表す.

3.1 解の質把握のための複数解生成

勤務表の質のレベルを制約で与えるモデルでは, 元の間

題の制約をすべて満たす実行可能な勤務表の集合として X , x_{ids} の出現頻度上位 100 に入る (i, d, s) の集合を T , 作成する勤務表の集合を K として, $x_{ids}^k = x_{ids}^h = 1$ となる $(i, d, s) \in T$ が存在したときに 1 となる 0-1 変数 δ_{id}^{kh} を利用する. さらに, 各勤務表に必要なとされた質を表すパラメタとして \hat{f} を導入する.

定式化

Minimize

$$\sum_{\substack{k, h \in K \\ k < h}} \sum_{(i, d, s) \in T} \delta_{id}^{kh} \quad (1)$$

subject to

$$\mathbf{x}^k \in X, \quad k \in K \quad (2)$$

$$x_{ids}^k + x_{ids}^h \leq 1 + \delta_{id}^{kh}, \quad k, h \in K, k < h, (i, d, s) \in T \quad (3)$$

$$f(\mathbf{x}^k) \leq \hat{f}, \quad k \in K \quad (4)$$

計算実験

前節で扱った問題インスタンス (最適値 2) を対象に, $|T| = 100$ とし, \hat{f} の値を 14 から 2 まで 1 ずつ減らしながら, それぞれ 2 つの勤務表を求める計算実験を行った. 最適化ソルバーとして Gurobi 9.0.0 を利用し, コンピュータ (CPU: Xeon E-2144G at 3.60 GHz; memory: 64 GB) 上で, 3 日間 (4320 分) を制限時間として実行した.

表 1 に示した実験結果は, 左から順に, 設定した \hat{f} の値, 求解のステータス, 最適解の求解時間, 目的関数値, そして, 1 番右の 2 列は, それぞれ元の問題の目的関数値 $f(\mathbf{x})$ を示す.

\hat{f} の値を元のインスタンスの最適値である 2 に設定したときにも, 重要度の高い部分 (ナース, 日, シフト) において全く異なる 2 つの勤務表を得た.

表 1 計算実験の結果

Table 1 Results of the computational experiment

\hat{f}	status	time (min)	objective value	quality	
				$f(\mathbf{x}^1)$	$f(\mathbf{x}^2)$
14	optimal	8.1	0	14	14
13	optimal	4.5	0	13	13
12	optimal	8.6	0	12	12
11	optimal	3.1	0	11	11
10	optimal	3.6	0	10	10
9	optimal	6.7	0	9	9
8	optimal	5.6	0	8	8
7	optimal	10.3	0	7	7
6	optimal	17.0	0	6	6
5	optimal	35.6	0	5	5
4	optimal	9.5	0	4	4
3	no feasible solution	4320.0	–	–	–
2	optimal	12.6	0	2	2

4320.0: time limit

3.2 多様な解の生成

x_{ids} の出現頻度の代わりに $appear(i, d)$ のランキングに基づく勤務表の違いを最大化しながら, 勤務表の質を最適化するように定式化を修正する. 3.1 節の計算実験では, $(i, d, s') \notin T, (i, d, s) \in T, s \neq s'$ に対し, $x_{ids'}^k = x_{ids'}^h = 1$ となる結果 (重要視されていたナースの日において, 対象外のシフトで同じになっていた) が観察された. したがって, 対象をナースと日に絞って, $appear(i, d)$ の値が上位 100 に入る (i, d) の集合を T' として設定する.

勤務表の質に対する重みとして ρ を導入し, 線形加重和の形で表した定式化を示す.

定式化

Minimize

$$\sum_{\substack{k, h \in K \\ k < h}} \sum_{(i, d) \in T'} \delta_{id}^{kh} + \rho \sum_{k \in K} f(\mathbf{x}^k) \quad (5)$$

subject to

$$\mathbf{x}^k \in X, \quad k \in K \quad (6)$$

$$x_{ids}^k + x_{ids}^h \leq 1 + \delta_{id}^{kh}, \quad k, h \in K, k < h, (i, d) \in T', s \in S \quad (7)$$

計算実験

この定式化を利用して, 同じ問題インスタンスに対して, 前実験と同環境で, 3 つの勤務表を得る計算実験を行った.

$|T'| = 100$, $\rho = 750$ (勤務表のセルの数) と設定した.

制限時間内に最適解を得なかったが, 目的関数値 4579, 下界 2329 (ギャップ 49%) の解は, 元のインスタンスの最適解 (最適値 2) を 3 つ得ることができた.

図 3 に, 3 つの勤務表を重ねて示す. 表の左の文字列は, N の後にナース番号 + S の後に勤務表番号である. つまり, 連続する 3 行は, 1 ナースの 3 つのスケジュールを表し, 各セルのマークはシフトの種類を示す.

図 4 は, 図 3 の 3 つの勤務表の各ナースの各日に割り当てられたシフト種類数を表す. キーナースのセルの中の “3” (オフホワイト) の数は, 他のエリア内より多い. 全セルを対象にして $|T'| = 750$ にした場合の結果を, 図 5 に示す. 上位 100 のセルの中の “3” の数は減り, その他, つまり $|T'| = 100$ の下では多様性の対象外とみなしたセルで, “3” の数が増えている.

表 2 は, 図 4 と図 5 で, それぞれで割り当てられたシフト種類数の分布を示す. $|T'| = 750$ で解いた結果は, 全ナースにわたって多様性を持つように見えるが, 現実の多くの場合, ベテランナースのようなキーパーソンに焦点が絞られている. キーパーソンにおける多様性は重要なうえ, 制約が厳しいため, 手計算では実現することは難しい. また, 表 3 に示すように, 得られた 3 つの勤務表の質 (元の

インスタンスの最適値 2) も $|T'| = 750$ で解いたときの質 (4~5) より良い結果が得られている。

表 2 シフト種類数の分布

Table 2 Distribution of the numbers of assigned shift types

	$ T' = 100$		$ T' = 750$	
	cells $\in T'$	all cells	cells $\in T'$	all cells
fixed	—	79	—	79
1 type	9	156	11	29
2 types	52	377	55	310
3 types	39	138	34	332
total	100	750	100	750

表 3 3つのスケジュールの $f(x)$ 値

Table 3 Values $f(x)$ of three schedules obtained

	$ T' = 100$	$ T' = 750$
schedule 1	2	5
schedule 2	2	5
schedule 3	2	4

4. おわりに

この論文では、有効な情報を作り出すために、解のそれぞれがオリジナルのナーススケジューリング問題に対する最適もしくは準最適となる多様な解 (勤務表) を得るためのモデルを提案した。解の多様性を定義するために、オリジナルのナーススケジューリング問題の定式化に頻出するキーパソンとして、ベテランナースに関する変数に注目した。我々のモデルに基づいて最適化ソルバーを利用して、多様かつ質の高い3つの解を得ることに成功した。

謝辞 本研究は JSPS 科学研究費補助金 (科研費) 19K11843, 21K14367 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] Nurse rostering benchmark instances. “<http://www.schedulingbenchmarks.org/nrp/>”. (6th Jan 2021)
- [2] Brucker, P., QU, R., Burke, E.: Personnel scheduling: Models and complexity. *European Journal of Operational Research* **210**, 467–473 (2011)
- [3] Burke, E., Causmaecker, P.D., Berghe, G., Landeghem, H.V.: The state of the art of nurse rostering. *Journal of Scheduling* **7**, 441–499 (2004)
- [4] Cheang, B., Li, H., Lim, A., Rodrigues, B.: Nurse rostering problems—a bibliographic survey. *European Journal of Operational Research* **151**, 447–460 (2003)
- [5] Curtois, T., Qu, R.: Computational results on new staff scheduling benchmark instances. technical report (2014)
- [6] Hasebe, M., Nonobe, K., Wu, W., Katoh, N., Tanabe, T., Ikegami, A.: Generating decision support information for nurse scheduling including effective modifications of solutions. *Journal of the Operations Research Society of Japan* **64**(2), 109–127 (2021)
- [7] Ikegami, A., Niwa, A.: A subproblem-centric model and approach to the nurse scheduling problem. *Mathematical programming* **97**(3), 517–541 (2003)
- [8] Katoh, N., Wei, W., Ikegami, A.: Computationally efficient and widely applicable models for nurse scheduling. In: *International Symposium on Scheduling*, pp. 54–59 (2021)

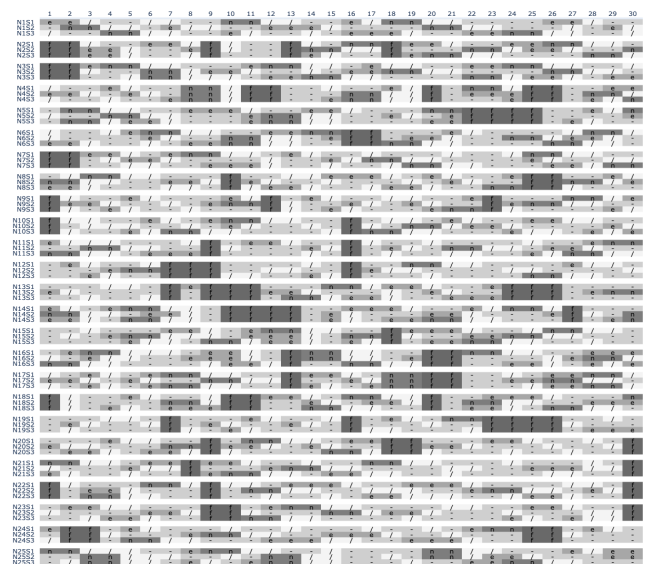


図 3 3つのスケジュールを重ねて表示した結果
Fig. 3 Layered display of three obtained schedules

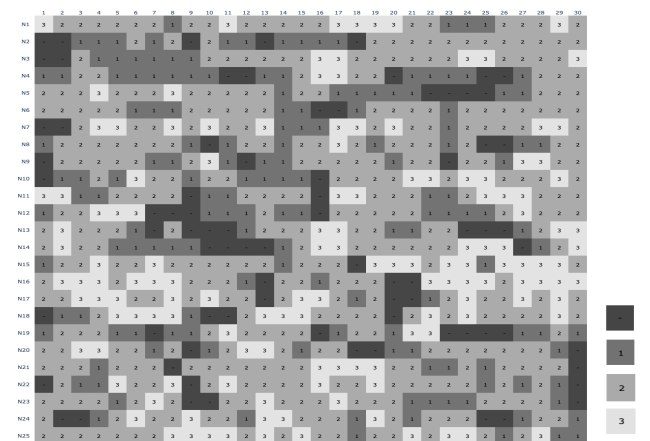


図 4 $|T'| = 100$ の場合のシフト種類数
Fig. 4 Number of assigned shift types for $|T'| = 100$

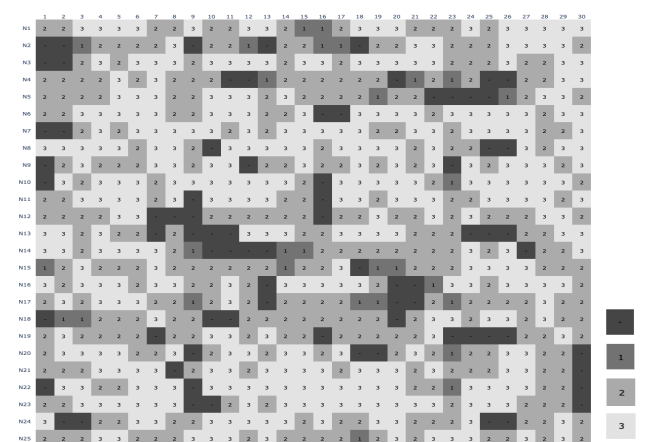


図 5 $|T'| = 750$ ($|T'| = |I| \times |D|$) の場合のシフト種類数
Fig. 5 Number of assigned shift types for $|T'| = 750$ (i.e. $|T'| = |I| \times |D|$)