

NS-FDTD 法を用いた毛髪の色シミュレーション

土肥野 真也¹ 蔡 東生²

概要: 従来の CG 映像に使用されているレンダリング手法や理論計算では、光の散乱という複雑な現象をとらえるときに膨大な計算量を必要とする特性上、表面反射光と背面反射光の 2 要素のみを考慮していることがほとんどである。人間の毛髪精巧な CG はゲームや映像作品にとって需要の高いものであり、微細構造による光学効果を考慮したリアリティーの高い CG を作ることは有意義である。人間の毛髪は微細な構造を有しており、ナノスケールでの光の干渉や散乱が繰り返されている。毛髪の色はこれらの要素が重なり合って表現されている。本研究では、微細構造を伝搬する光を捉えるために高精度な NS-FDTD 法を用いて毛髪の色シミュレーションの解析を行う。これらの電磁場解析アルゴリズムは色シミュレーションの解析にも用いられている [1]。本研究では、2 次元における NS-FDTD 法を用いて毛髪の微細構造を考慮した光学効果を得る計算を行い、得られた数値を既存のレンダリングシステムを拡張して CG へと反映させた。今後の展望として、2 次元の NS-FDTD 法を 3 次元へと拡張することや、拡張したレンダリング手法をより色シミュレーションの効果を反映させるために確立させる必要があることが分かった。また、一連の数値計算で得た値を実際の毛髪の色散乱と比較する手法を検討する必要がある。

キーワード: 色シミュレーション, NS-FDTD 法, 毛髪

1. はじめに

人間の頭部には直径 50~100 μm 程の毛髪が約 10 万本存在するため、毛髪の外観には繊維集合体としての光学特性が反映される。毛髪に光を照射すると、白い光が毛髪の表面で反射する表面反射光と、光が毛髪の内部へと透過し、メラニン色素による吸収が起こる。光の吸収によって髪の色を大きく決まるのだが、吸収されなかった光は毛髪繊維の内部で散乱を起こす。これは後方散乱光と呼ばれ、透明感のある視覚効果となる [2]。さらに、人間の毛髪は基本的に 3 層構造から成り立っており [3]、以下はこれについて述べる。

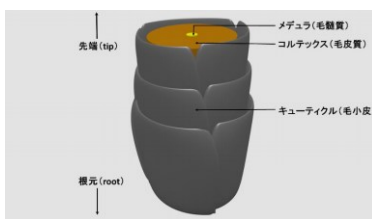


図 1 毛髪の一時的な構造

• キューティクル

毛髪の最表面に位置するキューティクルは、非ケラチンタンパク質からなる厚さ約 0.5 μm の透明で板状の細胞で、約 5~10 枚が屋根瓦のように重なり合った層状構造をしている。 [4]。

• コルテックス

キューティクルの内側に密集するコルテックス細胞は、太さ約 6 μm 、長さ約 100 μm の繊維状の細長い細胞である。コルテックスにはメラニン顆粒が含まれている。

• メデュラ

毛髪のコルテックスに位置する体積比は約 5%以下と極めて小さい組織である。

2. 関連研究

毛髪の色シミュレーションを反映させた照明反射を CG で表現するためには毛髪の色シミュレーションモデルを設定する必要がある。モデリングに用いられる主な手法には Kajiya-Kay モデル [5] と Marschner モデル [6] に始まる研究がある。前者の Kajiya-Kay モデルはレンダリングのための毛髪散乱モデルを最初に開発したものであり、毛髪を円筒形に見立ててその表面の拡散反射成分と鏡面反射成分を反射光の成分として計算する。

Marschner ら [2003] は、レンダリングに縦方向・方位角方向、屈折率の寄与やキューティクルの傾きを導入した誘電体円柱に基づく毛髪散乱モデルを導入した。散乱関数を反射部分 (R)、透過-透過部分 (TT)、透過-反射-透過部分 (TRT) の合計として表し、各部分を方位方向の散乱関数と縦方向の散乱関数の積で表す。彼らのモデルは、従来のモデルよりも実際の測定値に近く広く使用されている。この作品に続いて Zinke and Weber [2007] は、散乱分布関数 BCSDF

(Bidirectional Curve Scattering Distribution Function) の概念を公式化したモデルを提案した [7]。また Zinke ら [2009] はモデルに拡散成分を追加して測定値との整合性を高め [8]、d'Eon ら [2011] は、Marschner モデルが抱えていたエネルギー保存問題を修正した [9]。そして Chiang ら [2016] が d'Eon らによるモデルに効率的な改良を加えた実装を行った [10]。

¹ 筑波大学

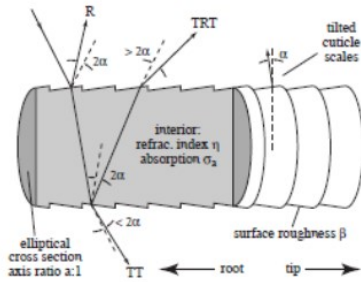
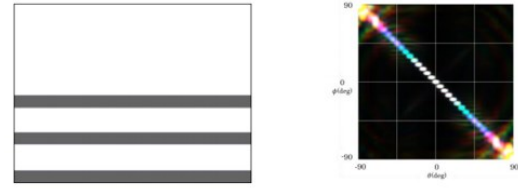
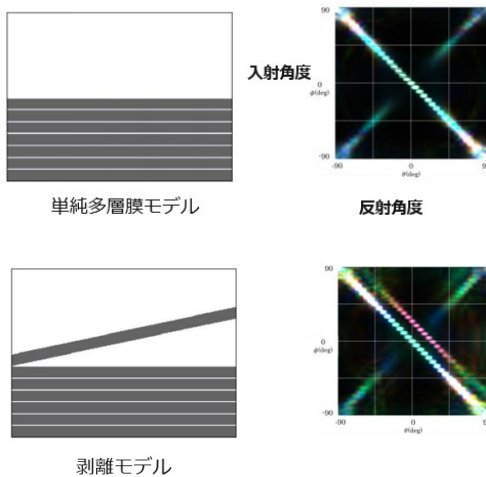


図 2 : Marschner モデル[6]

3. 問題定義

これまでの研究で髪の毛の実測値に近づいたモデルが提案されているが、実際の髪の毛の構造を持つ多層膜構造を記述したものは無く、光散乱起点の少ない内部構造による鮮やかなハイライト光のような微細な空間で見た構造による発色は考慮されていない。本研究においてナノスケールで散乱体を定義して電磁界シミュレーションを行い、構造発色を解析することによるレンダリング手法を確立させることは、髪の毛の持つ透明感や艶という点において、より現実の髪の毛に近い表現を可能にするのではないかと考えられている。

ここで、先行研究として髪の毛のキューティクル多層膜に注目した2次元空間におけるシミュレーションが行われていたことを紹介する。髪の毛の縦断面を見たときのキューティクルの多層構造とその構造変化による発色の変化に着目し、多層構造のキューティクルが浮き上がったたり剥がれ落ちたりして傷んだ状態を設定して数値計算を行った。剥離モデルや剥落モデルといった様々な多層キューティクルの変形において計算が行われ、以下の図3に示すような構造発色が解析されている。[11]



剥落モデル

図 3 : キューティクル多層膜モデルと BRDF データ [11]

本研究では、2次元においてキューティクル多層膜のみではなく、コルテックスのような先行研究では考慮されていなかった毛髪の組織を考慮した計算を行うことによって、より精度の高い毛髪の構造発色を再現させることを試みた。

4. 手法

本研究では、微細構造における光の伝搬を捉えるために、FDTD(Finite-Difference Time Domain)法と呼ばれる電磁場解析手法を基礎とした数値計算を行う。これは電磁界空間を差分化して、時間領域で電場と磁場を求める手法であり、しばしば構造発色の解析にも用いられている。上述した、多層構造を踏まえた計算に加えて本手法の利点の一つとして、計算における散乱体モデルを差し替えることで様々な微細構造を同じ FDTD 式を使って解析できる点が挙げられる。毛髪の散乱体モデルとして自由な実装を行うことができるため、表現力の高さが有利な点だといえる。[10]

4.1 FDTD 法

電場及び磁場の支配方程式である Maxwell の方程式を解くことで、光の伝搬の様子を解析する。FDTD 法とは微分方程式を中心差分演算子で代用し、領域を離散化して解く手法である。[12]解析領域を微小セルに分割し、離散化された時間ステップごとに計算結果をセルに割り当てていく。

4.2 NS-FDTD 法

従来の FDTD 法では差分演算子を用いているため、これによる誤差が避けられない。そこで、波動方程式の解により導かれる高精度差分法を用いて解析する。以下に示す特別な差分演算子を用いる。[13][14]

$$\mathbf{d}'_0 = \frac{1+\gamma_0}{2} \mathbf{d}_1 + \frac{1-\gamma_0}{2} \mathbf{d}'_2$$

$$\mathbf{d}'_2 = d_x^{(2)} \hat{\mathbf{x}} + d_y^{(2)} \hat{\mathbf{y}}$$

$$d_x^{(2)} = f\left(x + \frac{h}{2}, y + h\right) + f\left(x + \frac{h}{2}, y - h\right) - f\left(x - \frac{h}{2}, y + h\right) - f\left(x - \frac{h}{2}, y - h\right)$$

$$d_y^{(2)} = f\left(x+h, y+\frac{h}{2}\right) + f\left(x+h, y-\frac{h}{2}\right) - f\left(x-\frac{h}{2}, y+h\right) - f\left(x-\frac{h}{2}, y-h\right)$$

上記の演算子を用いることで、Maxwell の方程式の NS-FDTD 形は次のように表す。

$$\mathbf{H}\left(\mathbf{x}, t + \frac{\Delta t}{2}\right) = \mathbf{H}\left(\mathbf{x}, t - \frac{\Delta t}{2}\right) - \mu' \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \mathbf{d}_1 \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \frac{A'_-}{A'_+} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \mu' \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left(\frac{1}{A'_+}\right) \mathbf{d}'_0 \times \mathbf{H}\left(\mathbf{x}, t + \frac{\Delta t}{2}\right)$$

$$u' = \frac{\sin^2\left(\frac{\sqrt{\omega^2 - \alpha^2 \Delta t}}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{kh}{2}\right) \cosh(\alpha \Delta t)}$$

$$A'_\pm = 1 \pm \tanh(\alpha \Delta t)$$

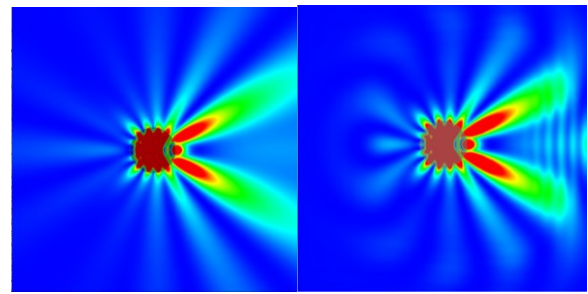
4.3 実装した NS-FDTD シミュレーションの精度比較

本研究で用いる電磁場解析アルゴリズムである FDTD 法にはじまる手法の精度比較を行った。精度比較にはその解析解が知られている Mie 散乱と呼ばれる現象を取り扱う。

Mie 散乱とは、入射波（光）の波長と同程度の半径をもつ粒子を散乱体として想定し、この粒子による光の散乱現象である。解析解が求められているため、電磁場解析法の精度比較として用いられる。また、今回実装した FDTD 法は 2 次元である。シミュレーションで用いたパラメータは以下の表 4 に示される。また、ある波長の光を左側から入射した場合の電場の散乱強度の様子と、散乱体まわりの電場強度をシミュレーション結果と解析解の比較を、図 5 と図 6 に示す。図表の中で散乱強度の比較を一般的な FDTD(St-FDTD)アルゴリズムで行ったものがある。本研究で用いる NS-FDTD アルゴリズムについて精度の違いがあることが確認できる。

計算領域サイズ(nm)	8000×8000
1セルあたりのサイズ	10
入射波波長(nm)	400
対象波（モード）	Ez
タイムステップ数	2000
入射角度	0°

表 4：Mie 散乱のシミュレーションで用いたパラメータ



(a) (b)
 図 5：Mie 散乱における散乱強度の様子
 (a)：解析解 (b)NS-FDTD 法

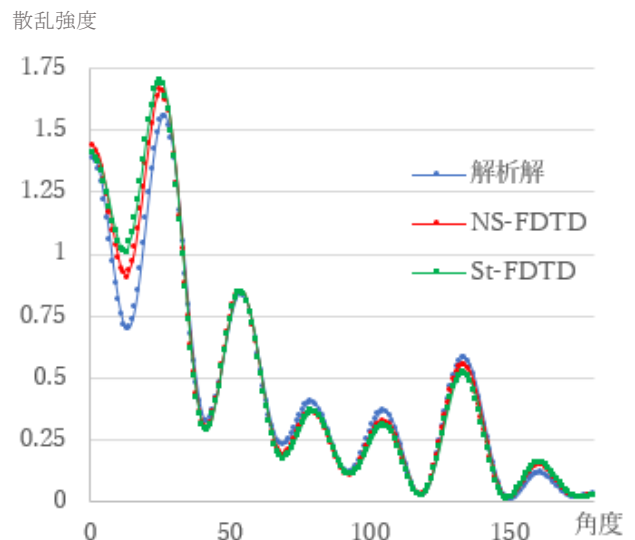


図 6：Mie 散乱 対象領域における散乱強度の比較

4.4 遠方界変換

FDTD 法や NS-FDTD 法によって計算された電場と磁場はナノスケールの非常に小さな領域での値である。実際に人間の眼に入る光を求めるには、遠方界変換を行って、遠方点における電磁場を角度ごとの反射率として計算する。

遠方界変換は図 7 に表されるように、散乱体を内包する閉曲面 S 上の等価電磁流を積分して得ることができる。ここで、簡単のため閉曲面 S は長方形で置く。等価電磁流自体には散乱波と入射波の二つの寄与があるのだが、入射波は閉曲面全体では 0 となるため、数値変換の過程では散乱波の値を得ることができる。

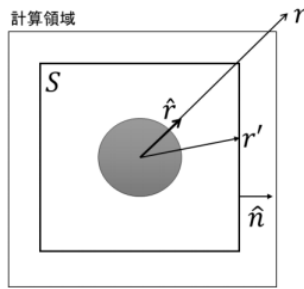


図 7：遠方界変換 概図

遠方点までの距離を r ，遠方点へと向かう単位ベクトルを \hat{r} ，任意の閉曲面 S 上の位置ベクトルを r' とおく． S 上の法線ベクトルは \hat{n} で表す．このとき， S 上の等価電磁流は以下で計算される．

$$J_S(r') = \hat{n} \times H(r')$$

$$M_S(r') = E(r') \times \hat{n}$$

このとき，2次元における遠方界は波動インピーダンス Z_0 を用いて

$$E_\phi = -Z_0 N_\phi - L_z$$

$$E_z = -Z_0 N_z - L_\phi$$

で表す．このとき，

$$N = \sqrt{\frac{i\omega}{8\pi cr}} e^{ikr} \int J_S(r') \exp(ik\hat{r} \cdot r') ds'$$

$$L = \sqrt{\frac{i\omega}{8\pi cr}} e^{ikr} \int M_S(r') \exp(ik\hat{r} \cdot r') ds'$$

である．また， N ， L の z 成分，円柱座標成分を以下で表す．

$$N_\phi = -N_x \sin\phi + N_y \cos\phi$$

$$L_\phi = -N_x \sin\phi + L_y \cos\phi$$

4.5 色変換

色変換は可視光線の波長ごとの各反射率から，RGB 値を求める変換である[11]．色変換を行うには，反射率を XYZ 系へ写像し，それから RGB 値に変換するという方法を用いる．XYZ 等色関数とは，CIE が提唱した波長スペクトルと XYZ 刺激値との対応関数である．

ここで，標準光の分光分布として，JIS Z8720 で規定された太陽光に分布を表す Standard Illuminant 65(D65)を用いる．

[17]

λ は波長， \bar{x} ， \bar{y} ， \bar{z} は XYZ 等色関数の値を表し， $S(\lambda)$ ， $R(\lambda)$ はそれぞれ標準光の分光分布と各反射率を表している．

$$X = k \int S(\lambda) \bar{x}(\lambda) R(\lambda) d\lambda$$

$$y = k \int S(\lambda) \bar{y}(\lambda) R(\lambda) d\lambda$$

$$Z = k \int S(\lambda) \bar{z}(\lambda) R(\lambda) d\lambda$$

$$k = 100 \frac{1}{\int S(\lambda) \bar{y} d\lambda}$$

また，RGB 表色系への変換は

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.3655 & -0.8971 & -0.4683 \\ -0.5151 & 1.4264 & 0.0887 \\ 0.0052 & -0.0144 & 1.00898 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

である．

5. 結果

5.1 定義した散乱体モデルと実行結果

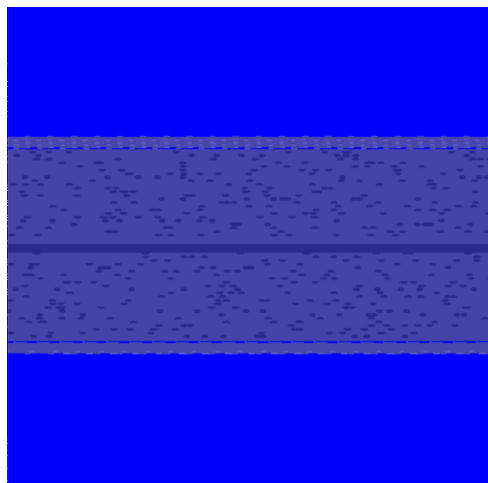
ナノスケールにおける2次元空間において，キューティクルにはじまるコルテックス，メデュラの多層構造を考慮した散乱体を以下のように定義して，NS-FDTD を実行した．実際に NS-FDTD シミュレーションに適用する多層構造モデルのパラメータを表 8，9 に示す．図 10(a)は2次元の計算空間に定義した毛髪の縦断面のモデルである．青色部分は空気，淡紫色部分は屈折率を持った毛髪組織内を表し，濃紫部分は黒髪を想定した毛髪色素である．散乱体の外淵部にあるのは多層のキューティクルで，拡大すると図 10(b)のようになっている．

計算領域サイズ(nm)	160000×160000
1セルあたりのサイズ	200
入射波波長	400~700(5 ずつ)
対象波 (モード)	Ez
タイムステップ数	2000
入射角度	40° ~80°
反射角度	0° ~180°

表 8：シミュレーションパラメータ

キューティクル傾き	3°
毛皮質範囲の半径	32 μm
キューティクル厚さ	0.5 μm
CMC 幅	0.03 μm
キューティクル長さ	60 μm
キューティクル範囲幅	4.358 μm
キューティクル重なり	5 枚
屈折率	1.55

表 9：毛髪モデルパラメータ



(a)



(b)

図 10：定義した散乱体としての毛髪モデル

(a)計算領域における定義した毛髪モデル

(b)毛髪モデル外淵部のキューティクル多層構造

図 11 に、色変換したデータを示す。この図表における入射角度と反射角度は、図 12 に示される角度で定義しており、表 8 に記したように、入射角度はシミュレーションで行った円筒上の誘電体の縦断面に対して 40° ~ 80° の角度である。また、光の透過光や散乱光を含めた反射を 0° ~180° の間で反射角度としている。色変換した結果は、光の入射に対して正反射方向には白色の強い反射が生じ、散乱光が周辺に生じていることが観測できる結果となっている。

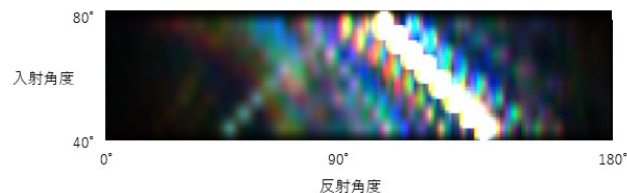


図 11：色変換による構造発色

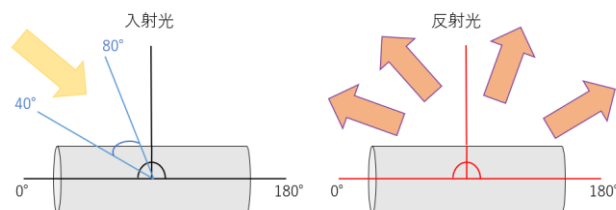


図 12：毛髪散乱体モデルの縦断面に対する入射光と反射光角度の定義

5.2 レンダリングの実装

シミュレーションで計算して得られた結果をレイトレーシングによるレンダリングを行う上で、レンダリングシステムである PBRT [18]に実装されている毛髪マテリアルを拡張して実装を行った。PBRT の毛髪マテリアルは Chiang による論文に基づくモデルであり、毛髪の散乱モデルを毛髪縦方向と方位角方向の散乱関数と減衰関数によって構成されている。

本手法の中で遠方界変換によって得られる、波長ごとの遠方界における散乱強度を色変換によって RGB 値に変換し、毛髪散乱モデルの中でも毛髪の RGB 値の反射率の計算を行っている部分に埋め込むことで拡張を行った。以下図 13(a)に、PBRT に実装されていた毛髪マテリアルを、図 13(b)にシミュレーションの結果を用いた、拡張したマテリアルによるレンダリングを示す。髪色はシミュレーションの段階で想定していた黒髪でレンダリングを行った。光源には RGB 値 (1.0, 1.0, 1.0) の環境光と、太陽光 (5800K) を模した平行光源を用いた。レンダリングを行った結果を見ると、拡張したマテリアル(b)を見ると、全体的に明るくなり、特に中央のハイライトの部分では色彩が現れていることが確認できる。



図 13：毛髪のレンダリング

(a) : PBRT

(b) : NS-FDTD 法に基づく本手法

6. まとめと展望

本研究では、人間の毛髪の微細構造による構造発色の解析を行うため、NS-FDTD 法や遠方界変換による電磁場解析を行い、得た値を発色として確認するために色変換を行った。また、既存の毛髪散乱モデルを拡張してレンダリングを行うことで、CG へと反映させた。

課題や展望として、電磁場解析を行うにあたって今回は毛髪の縦断面のみを対象としたが、円筒上である毛髪を厳密に解析するために、NS-FDTD 法を 3 次元に拡張し、3 次元の計算空間で散乱体を記述して計算を行う必要があることがいえる。また、レンダリングにおいて今回は既存の毛髪マテリアルに結果を埋めこむだけであったが、NS-FDTD 法に始まる数値計算による毛髪の構造発色を BRDF として構築するべきである。また、本手法における一連の数値計算で毛髪の構造発色を計算したが、実際の毛髪における光の散乱と比較を行っていない。したがって、計算によって得られる値と実際の毛髪で起きる光散乱を比較する方法を検討すべきであると考えている。

参考文献

- [1] N. Okada, "Rendering Morpho butterflies based on high accuracy nano-optical simulation," *J Opt* 42(1), pp.25-36, 2013.
- [2] 長瀬忍, "美しく見える髪構造," *光学* 39(11), pp.518-523, 2010.
- [3] 佐藤直紀, "美しい髪構造と毛髪構造," *表面科学* Vol.27, No.8, pp.480-484, 2006.
- [4] 太田昇, "マイクロビーム X 線を用いた毛髪キューティクル中の細胞膜複合体構造の解析," *放射光* Nov. 2006, Vol.19, No.6, pp.364-370, 2006.
- [5] J. T. Kajiya, "Rendering fur with three dimensional textures," *SIGGRAPH 1989 Proceedings of the 16th annual conference on Computer graphics and interactive techniques Volume 23 Issue 3, July 1989*, pp.271-280, 1989.
- [6] S. R. Marschner, "Light Scattering from Human Hair Fibers," *SIGGRAPH 2003 Volume 22 Issue 3, July 2003*, pp.780-791, 2003.
- [7] Arno Zinke, and A. Weber. 2007. "Light scattering from filaments". *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 13 (2), 3
- [8] Arno Zinke, Martin Rump, Tomás Lay, Andreas Weber, Anton Andriyenko, and Reinhard Klein. 2009. "A Practical Approach for Photometric Acquisition of Hair Color". In *ACM SIGGRAPH Asia 2009 Papers (SIGGRAPH Asia '09)*. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, Article Article 165, 9 pages. <https://doi.org/10.1145/1661412.1618511>
- [9] d'Eon, E., G. Francois., M. Hill, J. Letteri, and J.-M. Aubry. 2011. "An energy conserving hair reflectance model". *Computer Graphics Forum* 30 (4), 1181-87.
- [10] Chiang, M. J.-Y., B. Bitterli, C. Tappan, and B. Burley. 2016. "A practical and controllable hair and fur model for production path tracing". *Computer Graphics Forum (Proceedings of Eurographics 2016)*.
- [11] 神田瞭平, "NS-FDTD 法を用いた毛髪の構造発色の解析"2019.
- [12] 宇野亨, FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, 1998.
- [13] J. Cole, "High Accuracy Nonstandard Finite-Difference Time-Domain Algorithms for Computational Electromagnetics," 2005.
- [14] 岡田直樹, "GPU を用いた高精度 FDTD 法の研究," 2009.
- [15] N. Okada, "Morpho Butterfly Rendering Based on High Accuracy Nano-Optical Simulation," 2011.
- [16] P. Barber, *Light Scattering by Particles: Computational Methods*, 1989.
- [17] 水谷蓮, "モルフォ蝶鱗粉構造を用いた構造発色シミュレーション," 2015.
- [18] Matt Pharr, Wenzel Jakob, Greg Humphreys. "Physically Based Rendering: From Theory to Implementation".