Vol.2021-MUS-131 No.7
Vol.2021-SLP-137 No.7
2021/6/19

音響伝達関数の共通極モデル化

羽田　陽一[1,a)]

概要：音源と受音点の間の音の伝搬特性を表す音響伝達関数は応用上大変重要な関数である．例えば，スピーカ・マイクロホン間の室内伝達関数は，インパルス応答として測定あるいは推定された後，残響付加や残響除去，あるいはエコーキャンセラに応用される．また，音源から外耳道入口付近までの音の伝搬特性を表す頭部伝達関数は，仮想音像定位などに利用される．一般に音響伝達関数はインパルス応答を有限長で打ち切った全零モデルや，共振系を意識した極零モデルなどでモデル化されるが，これらの代表的なモデルはどちらも音源・受音点位置が固定であるとしたモデルであり，音源・受音点位置が変わるたびに係数を全て入れ替えなくてはならず，効率的ではない．本報告では，音源・受音点位置を伝達関数のモデルに陽に取り入れた共通極・零モデルと共通極・留数モデルについて解説する．

Common-acoustical-pole model for acoustic transfer functions

Haneda Yoichi[1,a)]

1. はじめに

音源と受音点の間の音の伝搬特性を表す音響伝達関数は様々な場面に登場する大変重要な関数である．例えば，コンサートホールに設置したスピーカとマイクロホンの間の伝達関数は，室内インパルス応答として測定され，畳み込み演算や FIR(Finite Impulse Response) フィルタを用いてその空間の響きの再現に利用される [1]．また，遠隔授業や遠隔会議において用いられているエコーキャンセラは，スピーカ・マイク間のインパルス応答を推定し，エコーを消去している [2][3]．さらに，スピーカと外耳道入口付近までの伝達関数は頭部伝達関数と呼ばれ，音像定位において重要な役割を果たしている [4]-[7]．音声の分野においても，声帯振動と調音器官に基づくモデルはソース・フィルタ（音源・伝達関数）モデルと呼ばれ伝達関数が登場する [8]．また楽器から周囲に音がどのように放射されているかも一種の伝達関数として捉えることもできる [9]．ここで，既に言葉が混在しているが，本報告では，インパルス応答をフーリエ変換あるいは z 変換により周波数領域に変換したものを伝達関数と呼んでおり，見方が異なるだけで音源と受音点間の 2 点間の音の伝搬特性を表しているという意味では 3 者に物理的な性質の違いはない．

さて，応用を考える上では，音の伝搬という物理事象を数式としてモデル化する必要がある [10][11]．もっとも一般的なモデルは，室内インパルス応答を有限長で打ち切った全零モデル，あるいは移動平均モデル，または単にインパルス応答と呼ばれるモデルである．インパルス応答はフーリエ変換を施すことで周波数特性を容易に求めることができるし，フィルタとしても安定しているので使い勝手がとてもよい [12]．ところが，伝搬特性を表すためのフィルタ長が残響時間に比例して長くなる，スピーカやマイクの位置がちょっとでも変わるとすべての係数値ががらりと変わってしまう，などの問題点がある．

本報告では，この問題を解決すべく考案された，音源・受音点位置に依らない成分を持つ共通極モデル [13][14] について紹介する．本モデルは，伝達関数の物理的な表現を基礎として導かれたものであり，共振周波数に対応する極を持つ．パラメータの数が共振周波数の数と関係するため応用は限られるが，頭部伝達関数のモデル化，室内での多点イコライゼーション，および低周波数領域での室内伝達関数の内挿と外挿などが可能である．

[1] 電気通信大学
The university of electro-communications, Tokyo 182–8585, Japan
[a)] haneda.yoichi @ uec.ac.jp

Vol.2021-MUS-131 No.7
Vol.2021-SLP-137 No.7
2021/6/19

2. 波動方程式と伝達関数

音圧 $p(\mathbf{r},t)$ は時間 t と位置 $\mathbf{r}=(x,y,z)$ の関数であり，以下の波動方程式に従う [15]-[17].

$$\nabla^2 p(\mathbf{r},t)=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}p(\mathbf{r},t) \tag{1}$$

ここで，c は音速，∇^2 はデカルト座標系では

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{2}$$

である．音圧 $p(\mathbf{r},t)$ の時間項を $e^{j\omega t}$ として時間微分を実行すると，時間に依存しないヘルムホルツ方程式が得られる．

$$\nabla^2 p(\mathbf{r})+k^2 p(\mathbf{r})=0 \tag{3}$$

ここで，$k=\omega/c$ は波数であり，ω は角周波数である．以下では伝達関数の形式を説明するために厳密性を排し，特に係数や符号などを曖昧にした説明を試みるが，正確性や詳細については教科書等を参考にされたい [15]-[11].

さて，一般に，音場における応答を求める際には，(3) の右辺に負符号の駆動音源（スピーカから出る音）$q(\mathbf{r})$ を与えるが，ここでは説明の簡便さから負符号をとって与えることにする．

$$\nabla^2 p(\mathbf{r})+k^2 p(\mathbf{r})=q(\mathbf{r}) \tag{4}$$

今，この非斉次方程式を解くために，観測音圧 $p(\mathbf{r})$ と駆動音源 $q(\mathbf{r})$ を斉次方程式であるヘルムホルツ方程式の解である固有関数 $P_n(\mathbf{r})$ で展開することを考える．

$$p(\mathbf{r})=\sum_n \alpha_n P_n(\mathbf{r}) \tag{5}$$

$$q(\mathbf{r})=\sum_n \beta_n P_n(\mathbf{r}) \tag{6}$$

このとき，固有関数 $p_n(\mathbf{r})$ はヘルムホルツ方程式を満たすので，

$$\nabla^2 P_n(\mathbf{r})+k_n^2 P_n(\mathbf{r})=0 \tag{7}$$

である．読者によっては，これを

$$\nabla^2 P_n(\mathbf{r})=-k_n^2 P_n(\mathbf{r}) \tag{8}$$

と書いたほうが，行列の固有値問題

$$\mathbf{A}\mathbf{x}=\lambda\mathbf{x} \tag{9}$$

との類似性から $P_n(\mathbf{r})$ が固有関数（$\mathbf{x}$ は固有ベクトル）と呼ばれ，k_n^2 が固有周波数（固有値）であることが理解しやすいかもしれない．

さて，(5) と (6) を (4) に代入すると，

$$\sum_n \alpha_n\left(\nabla^2 P_n(\mathbf{r})+k^2 P_n(\mathbf{r})\right)=\sum_n \beta_n P_n(\mathbf{r}) \tag{10}$$

となり，さらに (8) の関係を用いると，

$$\sum_n \alpha_n\left(k^2-k_n^2\right)P_n(\mathbf{r})=\sum_n \beta_n P_n(\mathbf{r}) \tag{11}$$

となるので，左右の式の同じ次数同士を比較すると，

$$\alpha_n=\frac{\beta_n}{k^2-k_n^2} \tag{12}$$

であることが分かる．

今，駆動音源 $q(\mathbf{r})$ がある位置 $\mathbf{r}_\mathrm{s}$ にしか存在しない点音源であるとする．

$$q(\mathbf{r})=\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_\mathrm{s}) \tag{13}$$

ここで，δ はデルタ関数である．固有関数は直交関数であり，(6) に対して以下の逆展開が存在するので，* を複素共役とすると，

$$\beta_n=\int_V q(\mathbf{r})P_n^*(\mathbf{r})dV \tag{14}$$

である．これに (13) を代入すると，

$$\beta_n=\int_V \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_\mathrm{s})P_n^*(\mathbf{r})dV=P_n^*(\mathbf{r}_\mathrm{s}) \tag{15}$$

となる．よって，

$$\alpha_n=\frac{P_n^*(\mathbf{r}_\mathrm{s})}{k^2-k_n^2} \tag{16}$$

である．これを (5) に代入し，明示的に観測位置を $\mathbf{r}_\mathrm{o}$ と書くと，位置 $\mathbf{r}_\mathrm{s}$ に大きさ 1 の点音源を配置したときの観測音圧は，

$$p(\mathbf{r}_\mathrm{o})=\sum_n \frac{P_n(\mathbf{r}_\mathrm{s})^*}{k^2-k_n^2}P_n(\mathbf{r}_\mathrm{o}) \tag{17}$$

となる．これはまさしく伝達関数であるので，無視してきた係数などを定数（ただし周波数には依存する）$C_1(\omega)$ として含めれば，伝達関数は大雑把には

$$G(\mathbf{r}_\mathrm{s},\mathbf{r}_\mathrm{o},\omega)=C_1(\omega)\sum_n \frac{P_n(\mathbf{r}_\mathrm{o})P_n^*(\mathbf{r}_\mathrm{s})}{k^2-k_n^2} \tag{18}$$

と書くことができることがわかる．さらに，波数 k と k_n を角周波数に書き直すことを考え，$k_n=\omega_n/c+j\gamma_n/c$（ただし，$\omega_n$ は境界条件により定まるその室の固有周波数（共振周波数），γ_n は壁の吸音率などに対応する減衰定数) とすると，

$$G(\mathbf{r}_\mathrm{s},\mathbf{r}_\mathrm{o},\omega)=C(\omega)\sum_{n=0}\frac{P_n(\mathbf{r}_\mathrm{o})P_n^*(\mathbf{r}_\mathrm{s})}{\omega^2-{\omega_n}^2-2j\gamma_n\omega_n+\gamma_n^2} \tag{19}$$

が得られる．これはある境界条件が与えられた際の音響伝達関数の物理的な解であり，伝達関数は単一共振系の和として表現可能であること，分母・分子のような形式で記述した際に分母は音源・受音点位置に依存しないこと，分子は音源に依存する関数と受音点に依存する関数に分離可能であること，などが分かる．

3. 伝達関数の代表的なモデル

共通極モデルを説明する前に，従来から用いられている代表的なモデルを 2 つ紹介する [12][18].

3.1 全零モデル

全零モデルは，移動平均モデルとも呼ばれるモデルであるが，基本的には有限長で打ち切ったインパルス応答の時系列をそのまま（フィルタ）係数として採用したモデルであり，FIR フィルタによって実現できる．このモデルの時間領域表現は，インパルス応答を $g_n = g(n)$，システムの入力を $x(n)$，出力を $y(n)$ とすると，

$$y(n) = \sum_{i=0}^{L-1} g_i x(n-i) \tag{20}$$

である．ここで，n は離散時間を表し，L はフィルタ長である．一方，z 変換領域では，

$$G_{\mathrm{AZ}}(z) = \sum_{i=0}^{L-1} g_i z^{-i} \tag{21}$$

と表される．さらに，(21) は，z の多項式なので因数分解した形式でも書くことができる．

$$G_{\mathrm{AZ}}(z) = z^{-\Delta} \prod_{i=1}^{L-\Delta-1} (1 - q_i z^{-1}) \tag{22}$$

ここで，q_i は $G_{\mathrm{AZ}}(z) = 0$ の解であり，$G_{\mathrm{AZ}}(z)$ の出力を 0 とするところから，零点と呼ばれる．この式は，純粋遅延 Δ を除けば，零点 q_i のみで表されることから，全零モデルと呼ばれる．

3.2 極零モデル

より少ないパラメータで急峻なピークを持つような周波数特性を実現可能なモデルとして，極零モデルが知られている．極零モデルは，時間領域では，自己回帰移動平均モデル (Auto-Regressive Moving-Average model: ARMA model) とも呼ばれており，入出力関係は以下となる．

$$y(n) = \sum_{i=1}^{P} a_i y(n-i) + \sum_{i=0}^{Q} b_i x(n-i) \tag{23}$$

ここで，a_i は AR（Auto Regressive，自己回帰）係数，b_i は MA（Moving Average，移動平均）係数と呼ばれており，IIR(Infinite Impulse Response) フィルタとして実現可能である．このモデルの z 変換領域での伝達関数は，

$$G_{\mathrm{PZ}}(z) = \frac{z^{-Q_1} \prod_{i=1}^{Q_2} (1 - q_i z^{-1})}{\prod_{i=1}^{P} (1 - p_i z^{-1})} = \frac{\sum_{i=0}^{Q} b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^{P} a_i z^{-i}} \tag{24}$$

であり，p_i は極と呼ばれ，q_i は零点，P，Q はそれぞれ極と零点の次数であり，$Q = Q_1 + Q_2$ である．p_i は伝達関数 $G(z)$ の変数 z に代入すると分母が 0 となり，伝達関数の出力が発散するため，極と呼ばれる．

3.3 従来モデルの位置依存性

図 1 に示すような 1 つのスピーカから M 個のマイクロホンまでの伝達関数をモデル化することを考える．音響伝達関数は音源や受音点の位置が変わるとその特性が変化するため，従来のモデルでは，図 2 のようにすべてのフィルタ係数が異なっている [19]．

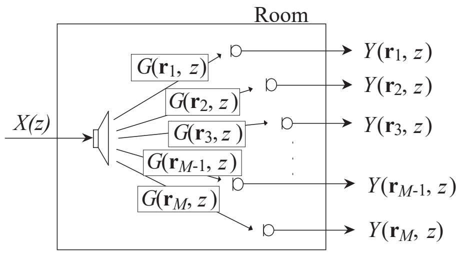

図 1 受音点位置の異なる複数の室内伝達関数は受音点位置により特性が異なる．

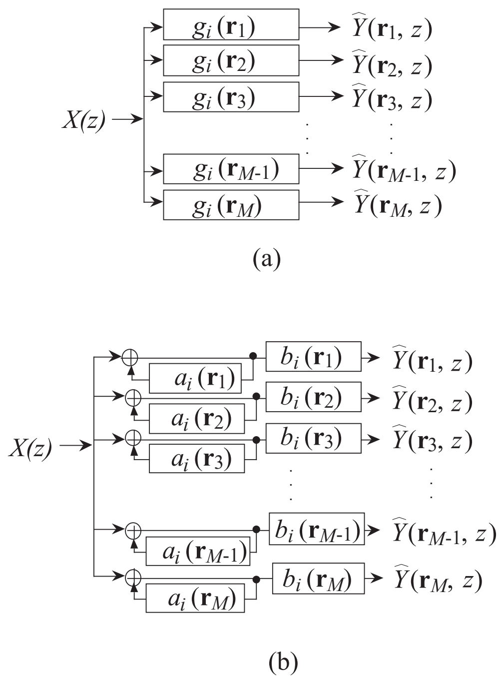

図 2 従来のモデルによる複数の室内伝達関数のモデル化．(a) 全零モデル，(b) 極零モデル．位置の変化に対してすべての係数が変化する．

4. 共通極モデル

4.1 共通極・留数モデル [14]

音源・受音点位置を含めたモデルを構築するにあたり，波動方程式から出発して解析的に求めた伝達関数 (19) を従来のモデルと同様な離散システムの形式で記述することを考える．

今，(19) は，Laplace 変換によって s 平面で記述すると，

$$G(\mathbf{r}_{\mathrm{s}}, \mathbf{r}_{\mathrm{o}}, s) = \sum_{i=0}^{P/2} \left[\frac{A_i(\mathbf{r}_{\mathrm{s}}, \mathbf{r}_{\mathrm{o}})}{s - s_i} + \frac{A_i(\mathbf{r}_{\mathrm{s}}, \mathbf{r}_{\mathrm{o}})}{s + s_i} \right] \tag{25}$$

となる．ここで，$s = j\omega$，$s_i = j\omega_n + \gamma_i$，$\gamma_i \ll \omega_i$ であり，$P/2$ は対象とする周波数帯域内にある固有周波数の数である．また，$A_i(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o})$ は留数と呼ばれるものであり，固有関数 $P_i(\mathbf{r}_\mathrm{s})$，$P_i(\mathbf{r}_\mathrm{o})$ と，

$$A_i(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o}) = \frac{1}{2} P_i(\mathbf{r}_\mathrm{s}) P_i(\mathbf{r}_\mathrm{o}) \tag{26}$$

の関係を持つ．今，$s_i = j\omega_i + \gamma_i$ を z 変換の伝達関数に現れる極 $p_{\mathrm{C}i}$ で表すことにし，(25) をインパルス不変法で z 変換する．すると，(25) は，因果性を満たすモデルとして以下のように記述できる．

$$G_{\mathrm{CAPR}}(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o}, z) = \sum_{i=0}^{P/2} \left[\frac{A_i(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o})}{1 - p_{\mathrm{C}i} z^{-1}} + \frac{A_i^*(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o})}{1 - p_{\mathrm{C}i}^* z^{-1}} \right] \tag{27}$$

$A_i(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o})$ は (26) と同じ留数関数であり，音源・受音点位置 $(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o})$ に依存している．一方，極 $p_{\mathrm{C}i}$ は共振周波数に対応する極であり，音源・受音点位置 $(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o})$ に依存していない．ここで，音源・受音点位置 $(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o})$ に依存していない極を用いるモデルを “共通極モデル” と呼び，共通極とその留数で伝達関数を表現するモデルを “共通極・留数モデル” と呼ぶ [14]．共通極・留数モデルでは，留数 $A_i(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o})$ の音源・受音点位置に対する変化は，(26) で示したように，部屋の固有関数の性質を引き継いでいる．したがって，直方体室などのように，固有関数の性質が分かっている場合には，留数の変化の定式化が行いやすく，室内伝達関数の変化を定式化しやすいという利点を持つ．

4.2 共通極・零モデル [13]

(27) は (24) の部分分数展開 [18] になっているので，これを (24) のような式で表すことも可能である．

$$G_{\mathrm{CAPZ}}(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o}, z) = \frac{z^{-Q_1} \prod_{i=0}^{Q2} \left[1 - q_i(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o}) z^{-1} \right]}{\prod_{i=0}^{P} (1 - p_{\mathrm{C}i} z^{-1})} \tag{28}$$

分子に現れる零点 $q_i(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o})$ は音源・受音点位置に依存しており，この形式で書かれたモデルを共通極・零モデルと呼ぶ [13]．さらに，ARMA モデルでも表現可能であり，

$$G_{\mathrm{CAR}}(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o}, z) = \frac{\sum_{i=0}^{Q} b_i(\mathbf{r}_m) z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^{P} a_{\mathrm{c}i} z^{-i}} \tag{29}$$

インパルス応答 $h(\mathbf{r}_m, n)$ は，

$$h(\mathbf{r}_m, n) = \sum_{i=1}^{P} a_{\mathrm{c}n} h(\mathbf{r}_m, n - i) + \sum_{i=0}^{Q} b_i(\mathbf{r}_m) \delta(n - i) \tag{30}$$

と表現される．ここで，$\mathbf{r}_m = (\mathbf{r}_{\mathrm{o}m}, \mathbf{r}_{\mathrm{s}m})$ であり，$a_{\mathrm{c}n}$ はすべてのインパルス応答に共通な共通 AR 係数，$b_i(\mathbf{r}_m)$ は，音源・受音点位置に依存する MA 係数である．図 3 に，共通極・零モデルを用いて複数の室内伝達関数をモデル化した場合の概念図を示す．共通極・零モデルは，共通極と等価な共通 AR 係数 $a_{\mathrm{C}i}$ を持った 1 個の再帰フィルタと，それぞれの伝達関数で異なる MA 係数 $b_i(\mathbf{r}_m)$ を持つ非再帰フィルタで実現できる．

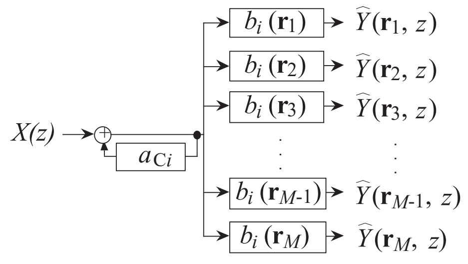

図 3 提案する共通極・零モデルによる複数の室内伝達関数のモデル化．

4.3 共通極の推定方法

共通極は音源・受音点に依存しない極なので，異なる音源・受音点配置 $\mathbf{r}_m = (\mathbf{r}_{\mathrm{o}m}, \mathbf{r}_{\mathrm{s}m})$ にて観測したインパルス応答に共通に含まれる極として推定する．今，M 個の音源・受音点位置で観測したインパルス応答に対して，(30) を行列表現する．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{h}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{D} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{H}_2 & 0 & \mathbf{D} & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{H}_M & 0 & 0 & & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b}(\mathbf{r}_1) \\ \mathbf{b}(\mathbf{r}_2) \\ \vdots \\ \mathbf{b}(\mathbf{r}_M) \end{bmatrix} \tag{31}$$

ただし，

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= [a_{\mathrm{C}1}, a_{\mathrm{C}2}, \cdots, a_{\mathrm{C}P}]^T, \\ \mathbf{b}_m &= [b_0(\mathbf{r}_m), b_1(\mathbf{r}_m), \cdots, b_Q(\mathbf{r}_m)]^T, \\ \mathbf{h}_m &= [h(\mathbf{r}_m, 0), h(\mathbf{r}_m, 1), \cdots, h(\mathbf{r}_m, N-1), 0, \cdots, 0]^T, \end{aligned}$$

$$\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ h(\mathbf{r}_m, 0) & 0 & \cdots & 0 \\ h(\mathbf{r}_m, 1) & h(\mathbf{r}_m, 0) & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h(\mathbf{r}_m, N-1) & h(\mathbf{r}_m, N-2) & \cdots & h(\mathbf{r}_m, N-P) \\ 0 & h(\mathbf{r}_m, N-1) & \cdots & h(\mathbf{r}_m, N-P-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h(\mathbf{r}_m, N-1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \\ 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 0 \end{bmatrix}$$

である．T は転値を表す．(31) を $\mathbf{h} = \mathbf{Ha}$ とすれば，最小 2 乗法 [20] により，

$$\mathbf{a} = \left(\mathbf{H}^T\mathbf{H}\right)^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{h} \tag{32}$$

として共通 AR 係数が求められる．共通極 $p_{\mathrm{C}i}$ は，共通 AR 係数 a_{cn} を持つ多項式を因数分解することにより求められる．

4.4 留数の求め方

留数の値は，共通な純粋遅延 z^{-Q_1} を取り除いたあとで，共通極・零モデルの部分分数展開として求めることができる．

$$A_i(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o}) = (1 - p_{\mathrm{C}i}z^{-1}) \left.\frac{\prod_{n=1}^{Q_2}\left[1 - q_n(\mathbf{r}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{o})z^{-1}\right]}{\prod_{n=1}^{P}(1 - p_{\mathrm{C}n}z^{-1})}\right|_{z=p_{\mathrm{C}i}} \tag{33}$$

4.5 共通極モデルの課題

室内伝達関数に共通極モデルを適用する際の課題として，モデルのパラメータ数がある．共通極をすべての共振周波数に対応させせようとした場合，部屋の大きさや周波数にもよるが，共振周波数の数が非常に多くなるため，必然的にモデルのパラメータが多くなってしまう．

例えば，部屋の容積が V [m^3] である場合に周波数 f [Hz] 以下に存在する共振周波数の数 N_f は，c を音速とすると，概ね，

$$N_f \simeq \frac{4\pi}{3}V\left(\frac{f}{c}\right)^3 \tag{34}$$

であり [15]，6 畳程度の部屋（容積約 25 m^3）でも 3.4 kHz までの室内伝達関数を表現しようとすると，共振の数は 10 万個ほどになる．

そこで，応用上は，比較的共振周波数が少ない低周波数領域に限る（騒音制御などでは低周波数領域が重要），共振周波数の中でも強いピークを持つものだけを対象にする（部屋のイコライゼーションなどで特に気になるところだけ抑える），頭部伝達関数のように共振の数が少ない伝達関数に適用する（ピークやノッチは重要であるとされているがさほど数は多くない），などを考える必要がある．

5. 頭部伝達関数の共通極・零モデル化 [21]

5.1 頭部伝達関数の共通極

頭部伝達関数 (Head-related transfer function: HRTF) は，自由空間における音源から外耳道内の一点までの音の伝達特性を表す [4]．外耳道や耳介等に共振系が存在するため，共通極・零モデルを用いることで，従来よりも効率の良いモデル化が行える．

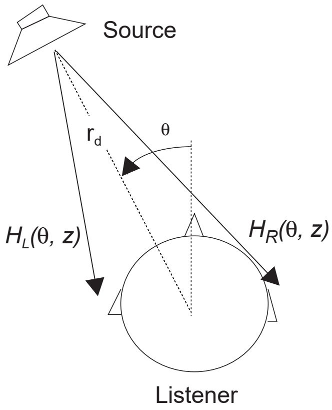

図 4 頭部伝達関数.

図 5 に，無響室においてダミーヘッドを用いて 48 kHz サンプリングで測定した水平面内 0 度から 180 度までの 10 度おきの頭部伝達関数（左耳）の振幅周波数特性を示す．

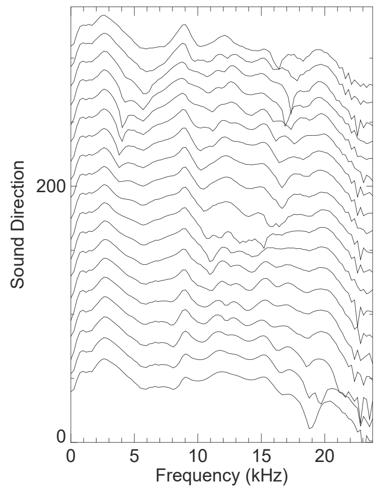

図 5 測定した頭部伝達関数の振幅周波数特性.

この頭部伝達関数のインパルス応答から初期遅延を取り除き，その長さを 128 に揃えてから，共通極 20 次，零点 40 次でモデル化を行った．図 6 に推定した共通極の周波数特性を示す．この図から，図 5 において到来方向によっ

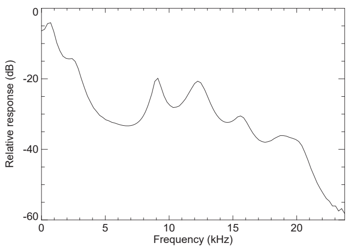

図 6 推定した共通極の振幅周波数特性.

て変化しない 2.8 kHz，9.0 kHz，12.8 kHz 付近の共通なピークが共通極として推定されていることが分かる．

次に推定した共通極 20 次を全ての音源方向で固定し，到来方向による頭部伝達関数の違いを零点 40 次のみで表現した共通極零モデルと，共通極を用いない 60 次の全零モデルを比較した．詳細な結果は述べないが，モデル化誤差は両者とも約 −20 dB 程度であったが，頭部伝達関数を表現するパラメータ数は約 2/3 になっている．

5.2 方向による零点の変化

頭部伝達関数の方向依存性は，振幅周波数特性の谷（ノッチ）の変化として見ることができ [6]，人間の方向知覚においても重要な役割を果たしていると言われている．図 7 に，共通極を取り除いたあとの零点の水平面内の変化を示す．零点は複素数であるが，単位円への近さがノッチの深さを表し，単位円の内側にあるか外側にあるかで最小位相零点か非最小位相零点として区別される [18]．図では，最小位相零点を○で，非最小位相零点を●で，また円の大きさでノッチの深さを表し，ノッチが深くない零点は省略した．この図から，頭部伝達関数の方向依存性は，図 5 に示したような振幅周波数特性よりも零点として解析した方が分かりやすい様子がみてとれる．

5.3 非最小位相零点の変化

零点の方向依存性を説明可能な物理モデルは，大変魅力的である．本節では，図 7 の●で示した非最小位相零点の生成モデルを考える．通常，非最小位相零点は，直接音よりも反射音の方が大きなエネルギーを持っている場合に生じる．そこで，耳介から大きな反射音がやってくると仮定し，図 8 に示すような耳の反射モデルを考えてみる．

図において，角度 θ は音の到来方向で，β は反射音の入射角，L は反射体と受音器（外耳道入口）との間の平均的な距離を表す．このモデルでは，直接音と反射音の間の行路差 S は，

$$S = L[1 + \cos(\theta + \beta)] \tag{35}$$

となる．ここで，反射角 β を $\beta \simeq 0$ 度と仮定すると，非最小位相零点は，近似的に以下の周波数に現れる．

$$f = \frac{c}{L(1 + \cos\theta)} \tag{36}$$

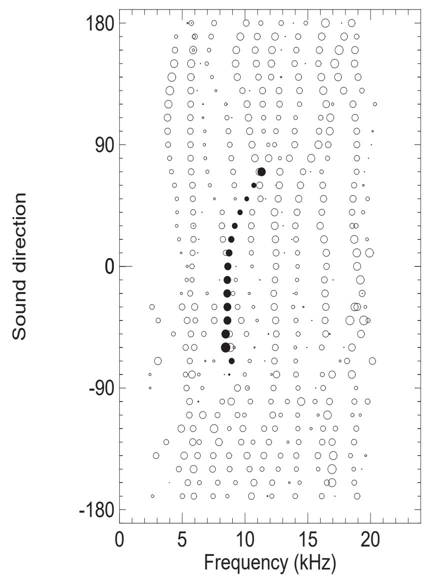

図 7 共通極・零モデル化で得られた零点の音源方向依存性．○：最小位相零点，●：非最小位相零点．円の大きさは零点の単位円への近さを表しており，大きいほど単位円に近い．

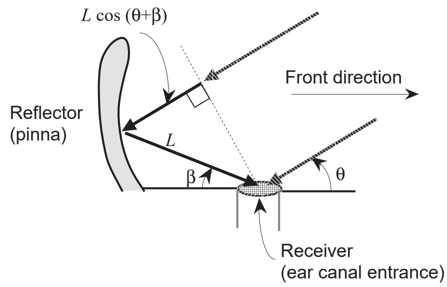

図 8 耳介を反射体と見なした耳の物理モデル.

入射角 θ が 0 度以下の場合は，図 8 から，(36) の分母は常に $2L$ となる．したがって，図 7 のように 0 度以下では，零点の周波数は変化しない．一方で，$L = 20$ mm として (36) を用いて計算した入射角 0 度から 70 度までの非最小位相零点の周波数の変化は，図 7 と良く一致する．

このように共通極・零モデルは頭部伝達関数を効率よくモデル化できるだけではなく，ピークやノッチの解析にも役立つと言える．

6. 共通極による多点イコライゼーション [22]

壁や床などで四方を囲まれた部屋ではしばしば共振現象が確認され，スピーカから出た音は部屋の共振周波数付近で強調されることがある．結果として，音がこもったり，妙な響きをもったり，あるいは拡声系ではハウリングがおこったりもする．これらの問題は，一般にイコライザと呼ばれる装置を用いて周波数特性を平坦化することによって解決されることが多いが，人手での調整にはかなりの熟練が要求される．一方，ディジタル信号処理技術を用いて，

室内伝達関数を平坦化するディジタルイコライザの研究が行われている [23] - [25]．しかし，1 か所で録音したデータを用いる方法では，室内伝達関数の周波数特性が音源・受音点配置に依存していることから，測定位置以外ではあまり効果は期待できない [26]．これに対し，複数の伝達関数に対する多点イコライゼーションも多く研究がなされている．本節では，共振周波数に対応する共通極の逆特性を持つ多点イコライゼーションについて概説する [22]．

共通極イコライザは共通極を共通 AR 係数とした $A_{\mathrm{C}}(z)$ を使用するものであり，フィルタは以下の式で定義される．

$$F_{\mathrm{MPAP}}(z) = A_{\mathrm{C}}(z) = 1 - \sum_{i=1}^{P} a_{\mathrm{C}i} z^{-i} \qquad (37)$$

図 9 に，共通極イコライザの原理を示す．共通極イコライザでは，受音点位置に依存した零点 $B(\mathbf{r}_m, z)$（周波数特性の谷）を回復することはできないが，周波数特性のピークを抑圧することである程度のイコライゼーション効果を期待するものである．共通極イコライザ (MPAP) の有効性

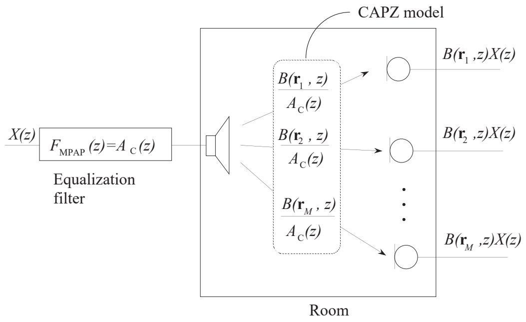

図 9　共通極を用いた多点イコライゼーションの原理．

を，複数の受音点位置でのイコライゼーション効果として多点逆フィルタ (MPI) と比較した．評価には，図 10 に示す 9 つの受音点位置で測定したインパルス応答を用いた．部屋の大きさは 88 m^3 (6.6(w) × 4.3(d) × 3.1(h) m^3) であり，残響時間は 0.25 秒，周波数帯域は 150 Hz ~3.4 kHz，サンプリング周波数は 8 kHz とした．ここで，多点逆フィルタで用いるモデリングディレイの値を統一するため，マイクロホンは半円上に設置した．

それぞれのイコライゼーションフィルタ長はすべて 200 とし，多点逆フィルタのモデリングディレイは 100 とした．評価は伝達関数の周波数振幅特性が平均的にどの程度平たんになったかで評価することとし，以下の標準偏差を用いた．

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{f=f_0}^{f_1} \left(20 \log_{10} |Y(f)| - AVG\right)^2} \qquad (38)$$

ここで，AVG は，音圧レベルの平均値である．

$$AVG = \frac{1}{N} \sum_{f=f_0}^{f_1} \left(20 \log_{10} |Y(f)|\right) \qquad (39)$$

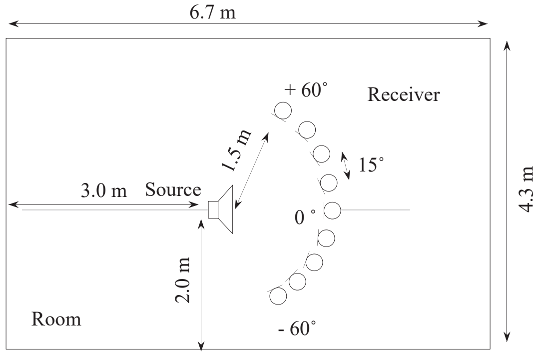

図 10　評価に用いた音源・受音点配置．

図 11 に 9 つの受音点位置での標準偏差を示す．元の室内伝達関数と MPAP でイコライズされた室内伝達関数の標準偏差の改善量は，平均で 1.2 dB であったが，すべての受音点位置において，MPAP によってイコライズされた室内伝達関数の標準偏差は，MPI によってイコライズされた室内伝達関数よりも小さかった．一般の室内では共振の数は多いことが予測されるが，共通極はある程度大きめの共振を抑えていると考えられ，平均的に周波数振幅特性をフラットにする効果があることが分かる．

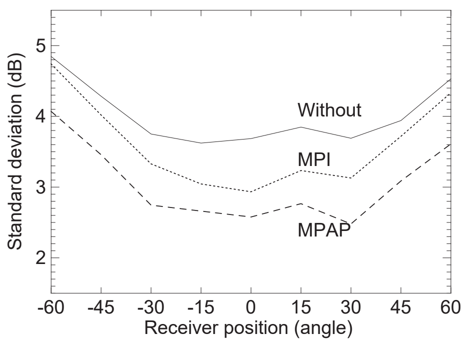

図 11　多点イコライゼーションフィルタを用いた場合の各受音点位置における周波数特性の標準偏差．

7.　室内伝達関数の補間と外挿 [14]

7.1　原理

(27) の共通極・留数モデルでは，共通極 $p_{\mathrm{C}i}$ が音源・受音点配置に依存しないので，受音点位置の変化に伴う室内伝達関数 $G(\mathbf{r}_{\mathrm{s}}, \mathbf{r}_{\mathrm{o}}, z)$ の変化は，留数 $A_i(\mathbf{r}_{\mathrm{s}}, \mathbf{r}_{\mathrm{o}})$ の変化としてとらえることができる．したがって，任意の位置の伝達関数を補間あるいは外挿するという問題は，その位置での留数 $A_i(\mathbf{r}_{\mathrm{s}}, \mathbf{r}_{\mathrm{o}})$ の値を推定するという問題に置き換えられる．以下では，留数の変化が余弦波的であることが知られている直方体室において [16]，音源位置が固定で受音点位置が x 軸方向に対し平行に配置されている場合について議論を行う．

今，伝達関数の補間方法について図 12 を用いて説明する．

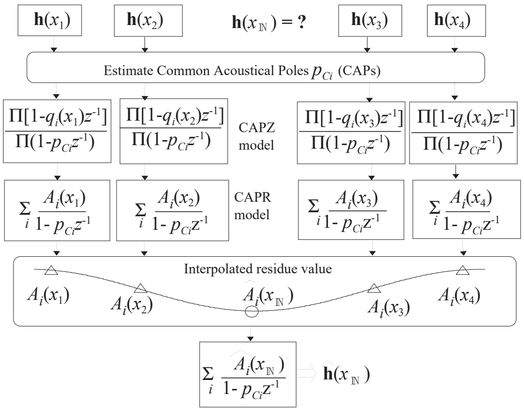

図 12　共通極・留数モデルに基づく室内伝達関数の補間原理．この説明図では，４つのインパルス応答からその間のインパルス応答を補間する場合を示している．

図において，マイクロホンが設置された受音点位置 $x_1 \sim x_4$ で観測されたインパルス応答 $\mathbf{h}(x_1) \sim \mathbf{h}(x_4)$ を用いて，x_{IN} での伝達関数 $\mathbf{h}(x_{\mathrm{IN}})$ を補間することを考える．まず，4 つのインパルス応答から，それらに共通な極 $p_{\mathrm{C}i}$ を求める．次に，この共通極を用いて，それぞれの伝達関数を共通極・零モデル化する．さらに，これらを部分分数展開し，共通極に対する留数の値 $A_i(x_m)$ $(i = 1, 2, \cdots, P : m = 1, 2, 3, 4)$ を求める．次に，各受音位置で求めた留数から位置 x_{IN} の留数 $\hat{A}_i(x_{\mathrm{IN}})$ を補間する．この際，例えば直方体室では，留数は余弦関数的に変化することが知られているので，余弦関数の周期，振幅，位相を推定することで留数の値を補間することができる．これらの作業をすべての留数 $(i = 1, \cdots, P)$ について行う．最後に，求めた留数の値 $\hat{A}_i(x_{\mathrm{IN}})$ $(i = 1, \cdots, P)$ と共通極 $p_{\mathrm{C}i}(i = 1, \cdots, P)$ とを用いて，室内伝達関数 $G(x_{\mathrm{IN}}, z)$ を合成する．同様な手順により，室内伝達関数の外挿も行える．

7.2　直方体室での実験

直方体室で実測したインパルス応答を用いて伝達関数の内挿と外挿の実験を行った．実験に用いた部屋の大きさは，88 m^3 (6.6(w) $\times$ 4.3(d) $\times$ 3.1(h) m^3) であり，残響時間は 0.7 秒であった．図 13 に音源・受音点位置を示す．音源位置は固定であり，マイクロホンは x 軸に平行に 20 cm 間隔で 16 個配置した．受音点には，音源に近い方から，順番に 1 から 16 までの番号を付与した．実験は，共振周波数の数の少ない低周波数領域（80 ～ 200 Hz）で行うこととし，サンプリング周波数は 500 Hz に設定した．

最初に，マイク位置 1，2，3，11，12，13，14 の 7 箇所で測定した室内伝達関数から，受音点位置 7 の室内伝達関数を補間した．共通極の次数は 60 とした．図 14 に，留数モデルに基づいて補間した室内伝達関数と，真の室内伝達関数，及び 3 と 11 の伝達関数を用いて線形補間した伝達関数の振幅周波数特性を示す．補間位置 7 は，既知の伝達関数の受音点位置から 80 cm 離れているが，提案手法で

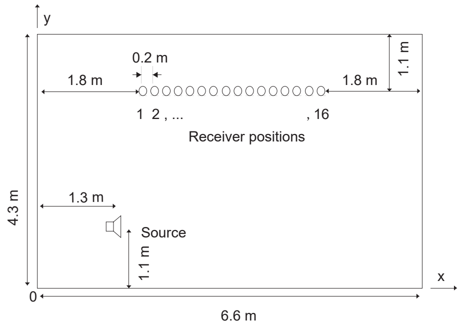

図 13　測定に用いた音源・受音点配置．

補間した室内伝達関数は，真の室内伝達関数と良く一致している．これに対し，線形補間では誤差が大きいことが分かる．

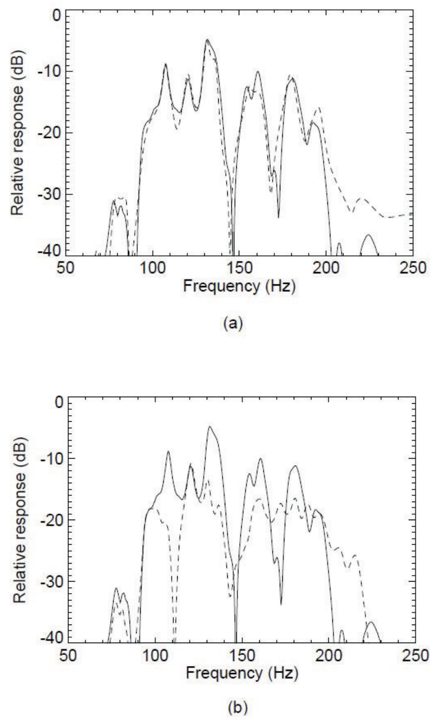

図 14　真の室内伝達関数（実線）と補間によって求めた室内伝達関数（破線）の振幅周波数特性．(a) 留数補間，(b) 線形補間法．

次に，マイク位置 1 から 7 までの 7 個の伝達関数を既知とし，マイク位置 9 の伝達関数の外挿を行った．図 15 に結果を示す．最後のマイク位置から 40 cm 離れた位置の外挿した伝達関数のピークの特性は，真の伝達関数とほぼ一致している．190 Hz 付近に谷が現れている要因は，留数推定時の誤差と考えられる．

8.　おわりに

音響伝達関数のひとつのモデルとして，共通極・零モデルと共通極・留数モデルを紹介した．これらのモデルは，音響伝達関数の物理的な性質を取り込んだモデルになっており，音源・受音点の変化に対する伝達関数の特性をモデ

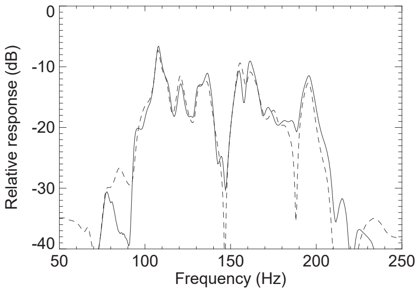

図 15 真の室内伝達関数（実線） と 留数モデルで外挿した室内伝達関数（破線）の振幅周波数特性.

ル化している．音響伝達関数は実際の部屋では非常に複雑であるため，単純にモデルを当てはめることができないことも多いが，応用を限れば効果的な場合も多い．特に，共通極は共振周波数に対応しているが，すべての共振周波数をモデル化する必要はなく，ピークとして現れるような重要な極だけをモデル化することなどが考えられる．共通極モデルは 1990 年代に提案されたものではあるが，情報処理やディジタル信号処理において対象物の物理的な性質を考慮することが利点となることを認識頂ければ幸いである．

参考文献

[1] 大賀寿郎，山崎芳男, 金田豊：音響システムとディジタル処理, 電子情報通信学会編 (1995).

[2] B. Widrow, S. D. Stearns: Adaptive Signal Processing, Prentice-Hall(1985).

[3] T. V. Waterschoot, M. Moonen: Fifty years of acoustic feedback control: State of the art and future challenges, *Proc. of the IEEE*, 99(2), 288-327 (2010).

[4] J. Blauert: Spatial Hearing, MIT Press (1983).

[5] 飯田一博，森本政之：空間音響学, コロナ社 (2010).

[6] 飯田一博：頭部伝達関数の基礎と 3 次元音響システムへの応用, コロナ社 (2017).

[7] V. R. Algazi, R. O. Duda; Headphone-based spatial sound, *IEEE Signal Processing Magazine*, 28(1), 33-42 (2010).

[8] 竹本浩典, 足立整治：声道モデルにおけるインパルス応答の生成技術, 日本音響学会誌, 76(3), 188-195 (2020).

[9] F. Avanzini, B. Bank, G. Borin, G. D. Poli, F. Fontana, D. Rocchesso: Musical instrument modeling: the case of the piano, *Proc. of the worshop on current research directions in computer music. MOSART Research training network* (2001).

[10] 羽田陽一，金田豊：室内伝達関数のモデル化，日本音響学会誌, 53(2), 139-146 (1997).

[11] 大谷真：音場におけるグリーン関数と積分方程式, 日本音響学会誌, 76(3), 180-187 (2020).

[12] 貴家仁志：ディジタル信号処理のエッセンス，オーム社 (2014).

[13] Y. Haneda, S. Makino, Y. Kaneda: Common acoustical pole and zero modeling of room transfer functions, *IEEE Trans. Speech, Audio Processing*, 2(2), 320-328 (1994).

[14] Y. Haneda, Y. Kaneda, N. Kitawaki: Common-acoustical-pole and residue model and its application to interpolation and extrapolation of a room transfer function, *IEEE Trans. Speech, Audio Processing*, 7(6), 709-717 (1999).

[15] H. Kuttruff: Room Acoustics, Elsevier (1991).

[16] ハインリッヒ・クットルフ: 室内音響学，市谷出版社 (2003).

[17] 東山三樹夫: 信号解析と音響学，丸善出版 (2012)

[18] 伊達玄訳：ディジタル信号処理（上）（下），コロナ社 (1989).

[19] J. Mourjopoulos, M. A. Paraskevas: Pole and zero modeling of room transfer functions, *J. Sound & Vib.*, 146, 281-302 (1991).

[20] 中溝高好: 信号解析とシステム同定, コロナ社 (1988).

[21] Y. Haneda, S. Makino, Y. Kaneda, N. Kitawaki: Common-acoustical-pole and zero modeling of head-related transfer functions, *IEEE Trans. Speech, Audio Processing*, 7(2), 188-196 (1999).

[22] Y. Haneda, S. Makino, Y. Kaneda: Multiple-point equalization of room transfer functions by using common acoustical poles, *IEEE Trans. Speech, Audio Processing*, 5, 325-333 (1997).

[23] J. Mourjopoulos: Digital equalization of room acoustics, *J. Audio Eng. Soc.*, 42, 884-900 (1994).

[24] S. Cecchi, A. Carini, S. Spors: Room response equalization—A review, *Applied Sciences*, 8(1), 16 (2018).

[25] V. Välimäki, J. D. Reiss: All about audio equalization: Solutions and frontiers, *Applied Sciences*, 6(5), 129 (2016).

[26] J. Mourjopoulos: On the variation and invariability of room impulse response functions, *J. Sound Vib.*, 102, 217-228 (1985).