

# 吸収を伴う半透明物体の光弾性パラメータの推定

梶山 颯真<sup>1,a)</sup> 岡部 孝弘<sup>1,b)</sup>

**概要:** ガラスやプラスチックは応力により破壊・変形する。そのため、応力の可視化・検査は重要である。応力のために複屈折が生じる性質は光弾性と呼ばれ、光弾性を示す物体は光弾性体と呼ばれる。透明な光弾性体に偏光を透過させると、偏光の向きに応じて位相差が生じることから、干渉縞が観察される。本稿では、半透明物体の光弾性と吸収の特徴を、カラー偏光画像から計測する手法を提案する。具体的には、半透明物体に偏光を透過させたときに観察される色を手掛かりにして、進相軸と位相差という光弾性の特徴を求め、さらに RGB の 3 バンドの吸収係数と厚さ (光路長) の相対値も求める。実画像を用いた実験を行い、その結果を報告する。

## 1. はじめに

ガラスやプラスチックは物体内部の残留応力により破損・変形してしまう。また、落下等により亀裂が発生した際、引張残留応力はその亀裂の拡大を加速させてしまう [1]。そのため、内部応力の検査によって、物体の内部応力の状態を知ることは重要である。光弾性とは、弾性体に応力が働いた際に偏光方向により異なる 2 つの屈折率を持つ性質であり、光弾性を利用して応力を解析する方法を光弾性法という [2]。

光弾性法では、光弾性体に偏光を透過させて、その透過光を解析することにより応力の大きさに関係する位相差と応力の方向に関係する進相軸の方向を求める。光弾性体に偏光を入射させると、光弾性により透過光に位相差が生じ、干渉が発生する。波長により位相差は異なるため、カラー偏光カメラで撮影すると、各波長の透過光強度が変化して透明物体に色が生じるため、観測される色から位相差と進相軸の方向を求めることができる。

しかし、半透明物体は透明物体とは異なり、入射光の一部が吸収されるために透過光に色が生じる。その結果、透過光は光弾性による色のみではなく、吸収による色も発生する。光弾性法では、透過光の色から応力の情報を得ていた [3] が、半透明物体の透過光は光弾性による色と吸収による色が発生するため、観測される色を光弾性による色と吸収による色に区別する必要がある。

そこで、本研究では、カラー偏光カメラを用いて撮影することにより観測される色を光弾性による色と吸収による色

に分離する。さらに、光弾性による色から従来の光弾性法により光弾性パラメータを、吸収による色から Lambert-Beer の法則 [9] を仮定することにより吸収パラメータを推定する手法を提案する。

## 2. 関連研究

### 2.1 光弾性

透明弾性体を対象とする様々な光弾性法が存在する [4]。また、光弾性法には透過光を解析する手法と反射光を解析する手法がある。光弾性法では、応力の大きさと応力の方向を求めることが目的であるが、不定性が発生するため、不定性を除去する必要がある。

透過光を解析する手法の例として、Patterson ら [5] は偏光板と波長板の角度を変えながら数度撮影し、複数枚のグレースケール画像から位相差を求めた (位相シフト光弾性法)。また、Ajovalasit ら [3] はカラー画像の各バンドの画素値の組と位相差の対応表をあらかじめ作成することにより、1 枚のカラー画像から位相差を求めた (RGB 光弾性法)。

Patil ら [1] は 10 枚の画像を用いて、位相シフト光弾性法により位相差と進相軸の方向を求め、光弾性パラメータから亀裂が発生している材質の強度を評価するための応力拡大係数 (SIF) を求めた。Briñez ら [6] は光源の入射光強度と式の類似性を利用することにより位相シフト光弾性法で撮影する画像枚数を削減した。

反射光を解析する手法として、Oh ら [7] は PS-OCT (Polarization Sensitive Optical Coherence Tomography) 法により位相差を求めた。PS-OCT 法では、透過光を解析する手法とは異なり、偏光をハーフミラーに入射させ、反射鏡からの反射光と試料で反射した反射光の干渉を解析すること

<sup>1</sup> 九州工業大学

<sup>a)</sup> kajiyama.soma742@mail.kyutech.jp

<sup>b)</sup> okabe@ai.kyutech.ac.jp

で位相差と進相軸の方向を求めることができ、表面下散乱を起こす物体にも適用できる。PS-OCT法を用いて得た位相差に基づいて、前眼部・後眼部の画像検査や網膜神経線維層の画像化および定量化などを行うことができ、PS-OCT法は主に医療分野で使用されている [8]。

従来手法 [3] では、吸収による透過光強度の変化を考慮していないため、色のある半透明物体に光弾性法を使用することができない。本研究では、透過光を解析する手法を採用し、カラー偏光カメラで撮影を行い、半透明物体に対して光弾性法の適用を可能にする。

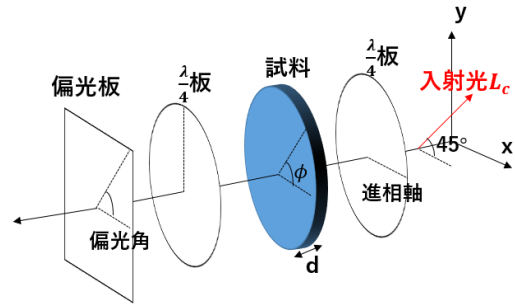


図 1 撮影環境

## 2.2 吸収

吸収による減衰は Lambert-Beer の法則 [9] に従うと仮定することが多く、本稿も吸収による減衰は Lambert-Beer の法則に従うと仮定する。Lambert-Beer の法則では、透過光強度は入射光強度、各波長の吸収係数、光路長に依存するため、吸収係数が既知である場合、撮影画像から光路長すなわち深度の推定を行うことができる。Asano ら [10] は異なる 2 つの近赤外画像から波長間の吸収係数の差を利用することで水中物体の形状復元を行った。この手法では、水の可視光の吸収係数が小さく、水は可視光をほとんど吸収しないが、赤外線吸収係数は大きく、水が赤外線を吸収することを利用して深度を推定することによって形状を復元している。また、Murai ら [11] は水の吸収係数が近赤外域において大きいことを利用し、多方向から照明することにより法線と深度の同時推定を行った。本研究では、光弾性パラメータのみならず、吸収パラメータである吸収係数と光路長も推定するため、応用として形状復元が期待される。

## 3. 提案手法

### 3.1 光弾性

物体が垂直な 2 方向に異なる屈折率を持つ現象を複屈折と呼び、2 つの異なる屈折率のうち、屈折率が小さい方の軸を進相軸と呼ぶ。また、弾性体に応力が働いた際に、複屈折が起きる性質のことを光弾性と呼び、光弾性を持つ弾性体を光弾性体と呼ぶ。発生する 2 つの屈折率の差は働いた応力の差に比例し、進相軸の方向は応力の大きい方向である。

光弾性体に偏光を透過すると、複屈折により偏光方向によって屈折率が異なるため位相差が発生する。位相がずれた偏光が直線偏光板を通過すると偏光方向により位相差が異なるため透過光は干渉を起こす。また、波長によっても位相差が異なるため、各波長の干渉の程度が異なり、透過光に色が観測される。

従来の光弾性法では、直線偏光を入射する場合と円偏光を入射する場合があるが、本稿では右円偏光を入射することを考える。右円偏光を位相差  $\delta_c$ 、進相軸の方向  $\phi$  の試料に入射させ、 $\lambda/4$  板を透過した後、偏光板を透過した場合において、透過光強度  $I_c$  と入射光強度  $L_c$  の関係はそれぞれ

$$I_c(0^\circ) = \frac{1}{2} L_c (1 + \sin \delta_c \sin 2\phi) \quad (1)$$

$$I_c(45^\circ) = L_c \cos^2 \frac{\delta_c}{2} \quad (2)$$

$$I_c(90^\circ) = \frac{1}{2} L_c (1 - \sin \delta_c \sin 2\phi) \quad (3)$$

$$I_c(135^\circ) = L_c \sin^2 \frac{\delta_c}{2} \quad (4)$$

と表せる [1]。ただし、試料は平面に近い形状であり、散乱が起きないことを仮定する。すなわち、透過光強度  $I_c$  ( $c=R, G, B$ ) は位相差  $\delta_c$  と進相軸の方向  $\phi$  に依存する。

### 3.2 吸収

半透明物体では吸収による透過光強度の減衰が発生する。本稿では、吸収による透過光強度の減衰は Lambert-Beer の法則 [9] に従うと仮定する。このとき、入射光強度  $L_c$  と透過光強度  $I_c$  の関係は

$$I_c = L_c e^{-\alpha_c d} \quad (5)$$

と表すことができる。なお、 $\alpha_c$  は吸収係数、 $d$  は光路長であり、吸収による減衰は偏光方向には依存しないとする。すなわち、透過光強度  $I_c$  は物体の吸収係数  $\alpha_c$  と厚さ  $d$  に依存する。

### 3.3 光弾性・吸収パラメータの推定

本稿の撮影環境を図 1 に示す。図 1 では、偏光角  $45^\circ$  の直線偏光を進相軸が  $x$  軸方向である  $\lambda/4$  板に入射することにより、直線偏光が右円偏光になる。先述したように、円偏光を試料に入射し、透過光が再度  $\lambda/4$  板を通ることにより透過光が直線偏光に戻り、最後に透過光を偏光板に通して RGB カメラで撮影する。また、本稿では、偏光板と RGB カメラの代わりに、偏光板と RGB フィルタを備えたカラー偏光カメラを使用する。

図 1 における偏光の伝播をジョーンズ計算法を用いて解析すると、偏光角  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  の透過光強度  $I_c$  は

$$I_c(0^\circ) = \frac{1}{2}L_c e^{-\alpha_c d}(1 + \sin \delta_c \sin 2\phi) \quad (6)$$

$$I_c(45^\circ) = L_c e^{-\alpha_c d} \cos^2 \frac{\delta_c}{2} \quad (7)$$

$$I_c(90^\circ) = \frac{1}{2}L_c e^{-\alpha_c d}(1 - \sin \delta_c \sin 2\phi) \quad (8)$$

$$I_c(135^\circ) = L_c e^{-\alpha_c d} \sin^2 \frac{\delta_c}{2} \quad (9)$$

と表せる。ただし、 $L_c$  は入射光強度、 $\delta_c$  は位相差、 $\phi$  は進相軸の方向、 $\alpha_c$  は吸収係数、 $d$  は厚さ、 $c$  はカメラの R, G, B バンドである。

式 (7) から式 (9) を引き、式 (6) から式 (8) を引くことにより

$$I_c(45^\circ) - I_c(135^\circ) = L_c e^{-\alpha_c d} \cos \delta_c \quad (10)$$

$$I_c(0^\circ) - I_c(90^\circ) = L_c e^{-\alpha_c d} \sin \delta_c \sin 2\phi \quad (11)$$

となる。ここで、式 (6) から式 (9) の4つの式の和は

$$I_c(0^\circ) + I_c(45^\circ) + I_c(90^\circ) + I_c(135^\circ) = 2L_c e^{-\alpha_c d} \quad (12)$$

となるため、式 (10) と式 (11) に式 (12) を代入することにより、光弾性パラメータである位相差  $\delta_c$  と進相軸の方向  $\phi$  を求めることができる。

また、式 (12) の両辺の自然対数を取ることににより

$$\alpha_c d = -\log \frac{I_c(0^\circ) + I_c(45^\circ) + I_c(90^\circ) + I_c(135^\circ)}{2L_c} \quad (13)$$

となる。ここで、試料を置かずに撮影することにより  $L_c$  を取得し、 $\alpha_R + \alpha_G + \alpha_B = 1$  とすることにより、式 (13) から吸収パラメータである厚さ  $d$  と吸収係数  $\alpha_c$  の相対値が得られる。

## 4. 実験

本研究では、偏光角  $45^\circ$  の偏光を出射する偏光光源であるディスプレイを用いて照明を行った。また、撮影は FLIR 製のカラー偏光カメラを用いた。カラー偏光カメラでは、一度の撮影で偏光角  $0^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $135^\circ$  の各 R, G, B バンドの計 12 枚の画像を得ることができる。

図 2 に被写体である下敷きとスプーンを示す。図 2(a) に示す下敷きは一枚の下敷きをカットし、数枚重ねている。図 2(a) 中の右半分が 1 枚の部分であり、左半分のうち、中心寄りの色が薄い部分が 2 枚の部分であり、左側の青色に近い部分が 3 枚の部分である。図 2 に示す下敷きとスプーンを被写体とし、撮影結果である偏光角  $0^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $135^\circ$  の偏光カラー画像を図 3 に示す。また、図 3 のカラー偏光画像を各バンド毎に分けた結果を図 4 に示す。さらに、図 4 に提案手法を適用することにより得られた実験結果を図 5 と図 6 に示す。(a), (b), (c) にバンド毎の位相差  $\delta_c$  の結果を、(d) に進相軸の方向  $\phi$  の結果を示し、(f), (g), (h) に

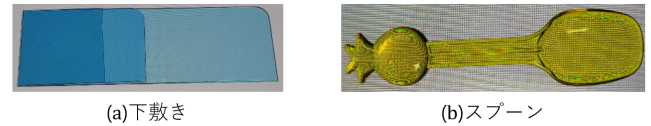


図 2 被写体

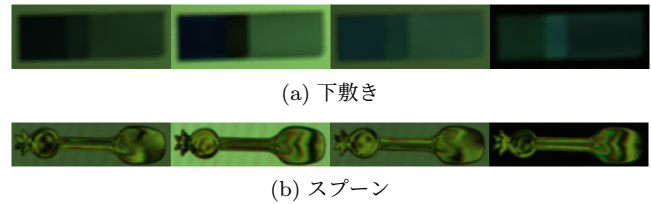


図 3 偏光カラー画像

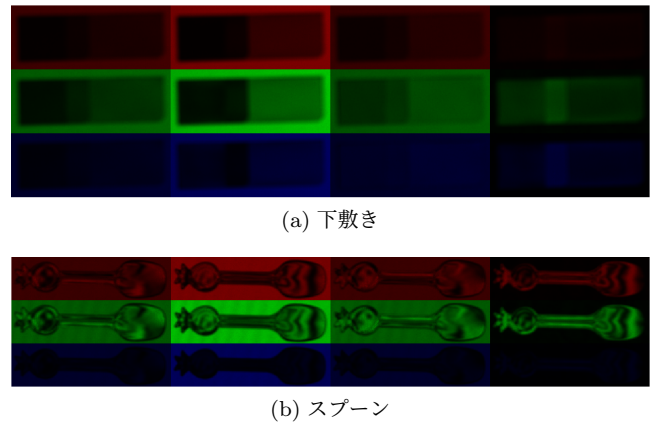


図 4 各偏光角・各バンド毎の撮影画像

吸収係数  $\alpha_c$  の結果を、(i) に厚さ  $d$  の結果を示す。なお、進相軸の方向  $\phi$  は RGB バンドの G バンドから推定し、図 5, 6(e) に示す色相環に基づいて可視化した結果を示す。ただし、吸収係数  $\alpha_c$  は被写体で一様であると仮定し、被写体の吸収係数の平均を画素値として出力している。

### 4.1 下敷きの実験結果の考察

下敷きは薄く板状の物体であるため、応力は一様に分布し、位相差と進相軸の方向は一様であると考えられる。図 5(a), (b), (c), (d) より位相差と進相軸は下敷きの枚数が同じ部分では一様であるため、光弾性パラメータは良好な結果が得られたことが確認できる。また、下敷きは水色であるため、赤色の波長を最も吸収し、次に緑色の波長を吸収し、青色の波長は比較的吸収されないと考えられる。図 5(f), (g), (h) より  $\alpha_R$  が最も大きく、 $\alpha_G$ 、 $\alpha_B$  の順に小さくなっていることが分かる。厚さに関して、図 5(i) より下敷きが 1 枚、2 枚、3 枚の部分があり、厚さが約 1 倍、2 倍、3 倍であることが確認できる。よって、吸収パラメータは良好な結果が得られたことが確認できる。

### 4.2 スプーンの実験結果の考察

スプーンは曲面の部分があり、下敷きと比較して、形状が複雑であるため、スプーンには複雑に応力が働いており、位

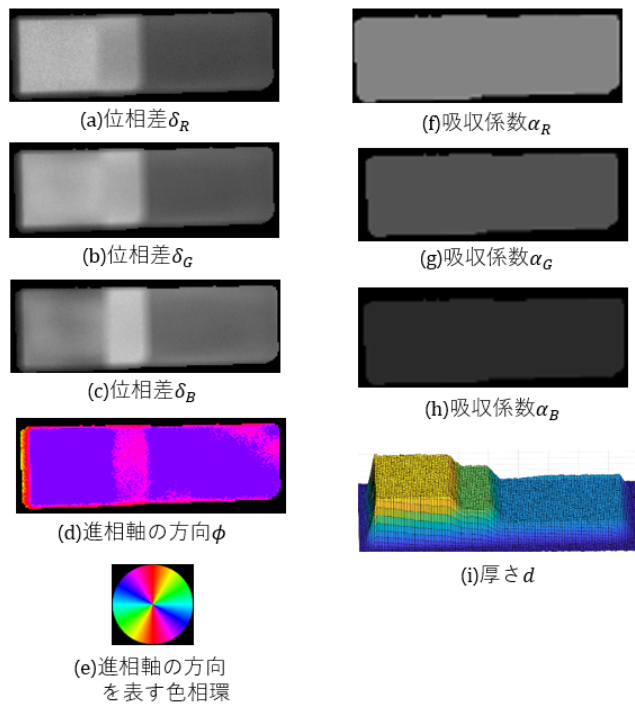


図 5 下敷きの実験結果

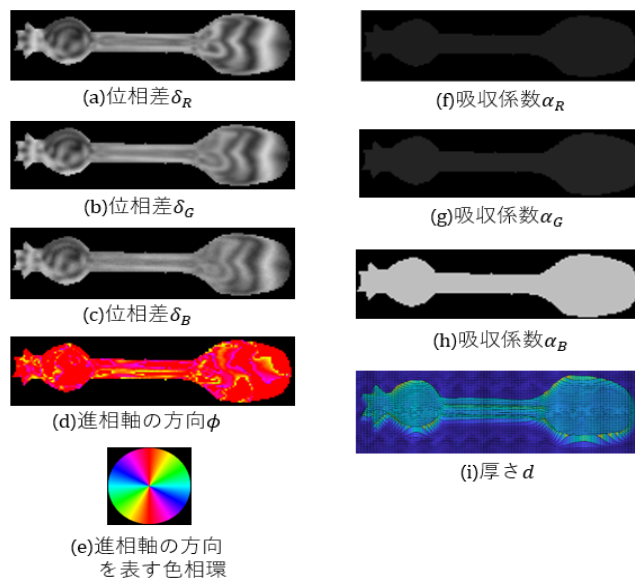


図 6 スプーンの実験結果

相差と進相軸は一樣ではないと考えられる。図 6(a), (b), (c) より光弾性特有の縞模様が確認でき、図 6(d) よりスプーン先端において進相軸の方向の急激な変化が確認できる。また、スプーンは黄色であるため、青色の波長を最も吸収し、赤色と緑色の波長は同程度に吸収すると考えられる。図 6(f), (g), (h) より  $\alpha_B$  が最も大きく、 $\alpha_R$ ,  $\alpha_G$  はほぼ同じ大きさであることが確認できる。さらに、図 6(i) よりスプーンのつぼが柄尻より少し青いことからつぼが柄尻より薄いことが確認できる。ただし、図 6(i) 中において、スプーンの縁が緑色や黄色であり、推定結果が悪いことがわかる。これはスプーンの縁が曲面であり、透過光が屈折している

ためだと考えられる。よって、光弾性・吸収パラメータは概ね良好な結果が得られたことが確認できる。

## 5. おわりに

本稿では、半透明物体の透過光に現れる色を光弾性による色と半透明物体の吸収による色を分離し、分離した色から光弾性パラメータと吸収パラメータを推定する手法を提案した。また、ディスプレイやカラー偏光カメラを用いた実画像実験を行い、提案手法の有効性を示した。従来手法の適用による位相差と進相軸の方向の不定性の除去や透過率を考慮することによるパラメータの推定精度向上が今後の課題である。

謝辞 本研究の一部は、JSPS 科研費 JP17H01766 および JP20H00612 の助成を受けた。

## 参考文献

- [1] P. Patil, C. Vyasrayani, and M. Ramji, "Linear least squares approach for evaluating crack tip fracture parameters using isochromatic and isoclinic data from digital photoelasticity", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol.93, pp.182–194, 2017.
- [2] M. Frocht, "Photoelasticity", Wiley, New York, Vol.1, pp.144–149, 1948.
- [3] A. Ajovalasit, S. Barone, and G. Petrucci, "Towards RGB Photoelasticity: Full-field Automated Photoelasticity in White Light", *Experimental Mechanics*, Vol.35, pp.193–200, 1995.
- [4] K. Ramesh, "Digital Photoelasticity: Advanced Techniques and Applications", Springer Berlin Heidelberg, Vol.1, pp.1–46, 2000.
- [5] E. Patterson and Z. Wang, "Towards full field automated photoelastic analysis of complex components", *Strain*, Vol.27, pp.49–53, 1991.
- [6] J. Briñez, A. Martínez, and J. Branch, "Computational hybrid phase shifting technique applied to digital photoelasticity", *Optik*, Vol.157, pp.287–297, 2018.
- [7] J. Oh and S. Kim, "Polarization-sensitive optical coherence tomography for photoelasticity testing of glass/epoxy composites", *Opt. Express*, Vol.11, pp.1669–1676, 2003.
- [8] J. Boer, C. Hitzenberger, and Y. Yasuno, "Polarization sensitive optical coherence tomography - a review", *Biomed. Opt. Express*, Vol.8, pp.1838–1873, 2017.
- [9] D. Swinehart, "The Beer-Lambert Law", *American Chemical Society*, Vol.39, No.7, pp.333–335, 1962.
- [10] Y. Asano, Y. Zheng, K. Nishino, and I. Sato, "Shape from Water: Bispectral Light Absorption for Depth Recovery", In Proc. ECCV2016, pp.635–649, 2016.
- [11] S. Murai, M. Kuo, R. Kawahara, S. Nobuhara, and K. Nishino, "Surface Normals and Shape From Water", In Proc. IEEE/CVF ICCV2019, pp.7830–7838, 2019.