

氾濫解析モデルからの知識蒸留に基づく リアルタイム内水氾濫予測機構

近藤 亮磨^{1,a)} 成末 義哲^{1,b)} 森川 博之^{1,c)}

概要：水理学分野の運動方程式（氾濫解析モデル）に基づく正確な氾濫シミュレーションは、発生が局所的である内水氾濫の予測に適している。しかし、リアルタイムに配信される雨量情報を用いて氾濫シミュレーションを行うためには計算量の削減が必要である。既存手法では、枝線下水道管路の省略するなど、モデル簡略化のアプローチが主流である。しかしこのアプローチは、地域ごとに氾濫解析分野の専門家を必要とするだけでなく、局所的な氾濫再現の精度を下げることで報告されている。そこで、我々は深層学習におけるモデル圧縮手法の一つである知識蒸留（Knowledge Distillation）を氾濫解析モデルに導入し、水理学分野の運動方程式に基づく正確な氾濫解析モデルから、軽量のニューラルネットワークに知識を蒸留する。本稿では、氾濫解析モデルからの知識蒸留において必要となる雨量データ向けのデータ拡張（Data Augmentation）手法について具体的に述べ、これによって精度劣化を抑えつつ、内水氾濫予測時の計算量の削減が可能であることを評価実験により示す。

1. はじめに

水理学分野の運動方程式に基づき、下水道内や地表面上の水の流れを計算する正確で精緻な氾濫シミュレーションは、発生が局所的である内水氾濫の予測に適している。また、雨量レーダや高解像度降水ナウキャスト等からリアルタイムに得られる雨量情報を用いて氾濫シミュレーションを行うことでリアルタイムな予測も可能である [1]。しかし、この氾濫シミュレーションは計算コストが非常に高く、予測時に高速な計算資源が必要となる。そのため、地方自治体や地下設備を持つ施設管理部門など、潤沢な防災予算を割くことが難しい場合、リアルタイム内水氾濫予測を防災に導入が困難となっている。

この状況を打破するため、本稿ではリアルタイム内水氾濫における予測時の計算コスト削減について検討する。計算コストを削減するための氾濫解析分野における既存手法では、下水道ネットワークに関する専門知識を用いたモデルの単純化が主流である。例えば、実際の環境には存在している枝線下水道管路をモデル上から省略する方法や、複数の枝線下水道を仮想的に1つの下水道管路にまとめて計算する方法も提案されている。しかし、このアプローチは、対象地域ごとに適用可能な手法の検討を氾濫解析分野の専門家が行う必要があり、さらに、モデルを単純化するアプローチは、発生が局地的な内水氾濫予測の場合に予測精度

の劣化を引き起こすことが報告されている。

そこで我々は、氾濫解析分野の専門家の検討を必要としない、予測時の計算コストを削減するアプローチとして、deep neural network のモデル圧縮手法の一つである知識蒸留（Knowledge Distillation）を応用する手法を提案している [2]。Hinton らによって提案された知識蒸留は、教師-生徒モデルをとる学習フレームワークであり、教師となる巨大なニューラルネットワークが既に獲得している知識を、精度を落とさずに小さなニューラルネットワークに移す手法である。生徒ネットワークは、教師ネットワークの出力と、教師ネットワークが学習の時に利用した正解データとを教師データとして学習に用いることで、教師ネットワークの挙動を真似ることが可能となる。しかし、既存の知識蒸留では教師はニューラルネットワークが想定されているのに対し、本アプローチでは、教師として水理学分野の運動方程式に基づく氾濫解析モデルを使用する（図1）。このアプローチを適用する場合、教師となる氾濫解析モデルが学習時に用いた正解データは存在しないため、この正解データから離れているほど大きくなる損失項を計算できない。これに対して、我々は教師 neural network の出力パターン数を増加させることで、知識蒸留の性能を担保するアプローチを提案している。

本稿では、教師 neural network の出力パターン数を増加させるアプローチについて、具体的な手法を示し、その有効性の評価を行う。具体的な手法として、氾濫解析モデルから得られる氾濫データの水増しのための、雨量データ向け Data augmentation 手法について論じる。その後、雨量レーダ（XRAIN）から得られた実際の雨量データと、都市域向けの統合型氾濫解析モデルである NILIM2.0 による氾

¹ 東京大学大学院工学系研究科
東京都文京区本郷 7-3-1

a) kondo@mlab.mlab.t.u-tokyo.ac.jp

b) narusue@mlab.mlab.t.u-tokyo.ac.jp

c) mori@mlab.mlab.t.u-tokyo.ac.jp

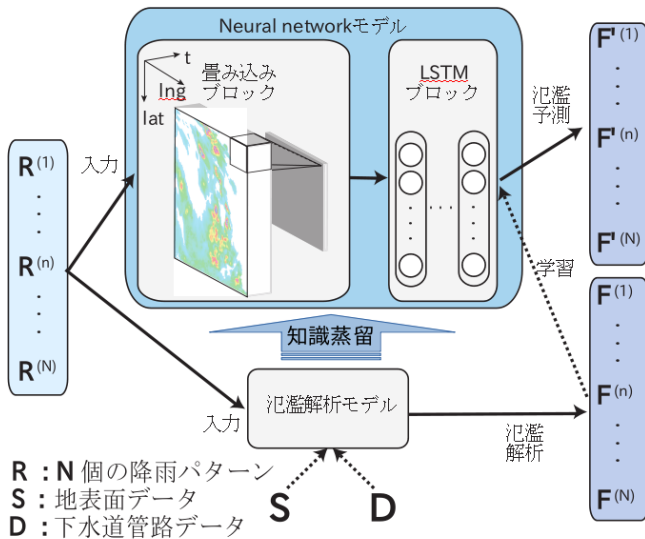


図 1 氾濫解析モデルからの知識蒸留の概要

氾濫シミュレーションデータを用いて、Data augmentation および知識蒸留を行い、汎化性能と予測にかかる時間の評価を行うことで、本手法が有効であることを示す。

本稿の構成は以下のようになる。第 2 節で関連研究を氾濫解析分野で行われていた高速化手法の観点、ニューラルネットワーク分野における既存の知識蒸留の観点、機械学習を用いた氾濫予測の観点の 3 つで整理し、第 3 節で具体的な Data Augmentation 手法について述べる。第 4 節では物理モデルに基づく統合型氾濫解析モデルである NILIM 2.0 から知識蒸留を行う軽量なニューラルネットワークを設計について論じ、第 5 節で評価および考察を述べる。最後に第 6 節で本稿をまとめる。

2. 関連研究

本節では、リアルタイムな氾濫予測を行うために知識蒸留を適用する上で、これまで氾濫解析分野で行われていた高速化手法、ニューラルネットワーク分野における既存の高速化手法、機械学習を用いた氾濫予測の 3 つで観点を整理を行う。

2.1 氾濫解析分野における高速化手法

氾濫の水理学的な機序を明らかにする目的で氾濫解析が行われてきた。Xanthopoulos らは diffusion wave 式による 2 次元氾濫解析 [3]、Fennema らは dynamic wave 式による地表面の氾濫解析 [4]、Suharyanto らは kinematic wave 式による斜面の氾濫解析 [5] を用いており、対象環境に合わせた数理モデルが提案されている。都市域の氾濫解析では、地表面や下水道管路などを複合的にシミュレーションするために、複数のモデルを組み合わせた統合型氾濫解析モデルが用いられる [6]。この統合型氾濫解析に、リアルタイムな気象レーダの雨量情報を入力することで、リアルタイムな氾濫予測に用いる試みも行われている [7]。

しかし、リアルタイムに配信される雨量情報を入力に用いて氾濫解析モデルで氾濫予測を行うためには、予測時の

計算量の削減が課題である。稲垣らは、統合型氾濫解析モデルを用いつつ、直径 600 mm 以下の枝線下水道管路を省略することで、リアルタイムの氾濫予測を実現している [8]。また Lee らは、枝線下水道管路を仮想的に集約する簡略化アプローチを提案している [9]。また関根は、直方体形状の建物が多い地域を想定し、解析の対象を道路に限定する街路ネットワーク浸水・氾濫解析モデルを提案している [10]。下水道管路網を簡略化するアプローチは、下水道管路網の特性が地域によって異なるため、下水道管路網の経験的な専門知識に基づく地域あわせた簡略化が必要となる。さらに、下水道管路網の単純化アプローチは、発生が局地的な内水氾濫の場合、精度の劣化が指摘されている [11]。また、都市環境に仮定を置く場合は、地域の環境が変化するたびに、氾濫解析の専門家による簡略化手法の適用可能性の検討が必要となる。

2.2 ニューラルネットワーク分野における高速化手法

数々の分野に適用され、成果を出している deep neural network は、精度向上とともに内部パラメータが増加し、予測時の計算コスト非常に高くなってきている。これに対して、いくつかのモデル圧縮アプローチが提案されている。ニューラルネットワーク内のニューロンを技巧的に省略する手法である pruning [12] や、ニューロン間の重みパラメータのビット数を減らすアプローチである Quantize [13] は、計算コストを削減には有効であるが、前節で述べた下水道管路網の省略と同様に個別の deep neural network のモデルに対する造詣が求められる。

これらのアプローチに対して、Hinton らによって提案された知識蒸留は、教師-生徒の学習フレームワークを通して deep neural network のモデルサイズを技巧的なニューラルネットワークの編集をせずに、圧縮することができる [14]。知識蒸留では、生徒のニューラルネットワークは、ハードラベルとソフトラベルに従って教師のニューラルネットワークの動作を学習する。ハードラベルとは、教師のニューラルネットワークが学習時に使用したラベルデータであり、氾濫予測におけるハードラベルは、実際に発生した氾濫のデータとなる。ソフトラベルは、教師のニューラルネットワークによって予測された値である。知識蒸留アプローチは、様々な deep neural network モデルに適用され、リアルタイムアプリケーションを実現している [15][16]。これらの知識蒸留アプリケーションの教師はニューラルネットワークであるが、本稿では、水理モデルに基づく精緻な統合型内水氾濫解析モデルを教師モデルとする場合の知識蒸留アプローチの適用可能性を示す。

2.3 機械学習を用いた氾濫予測

氾濫予測にニューラルネットワークを適用している既存研究について述べる。氾濫には、堤防の外側の河川から氾濫する外水氾濫と、堤防の内側で発生する内水氾濫が存在する。外水氾濫の予測に対しては、少ないパラメータで再現可能であるため、ニューラルネットワークが古くから適

用されており [17], サービスとしても展開されている [18].

Jeerana らは, 内水氾濫の予測のためにニューラルネットワークを含むデータ駆動型のアプローチを提案している [19]. しかし, 実際に氾濫が発生する回数は限られているため, 機械学習の教師データとして不十分である. また, このアプローチでは時間の経過とともに都市環境が変化することについて, 過去の氾濫データが, 現在の都市環境における氾濫予測の妨げになる可能性がある. とくに, 高い空間的な分解能が求められる内水氾濫の予測では, このノイズは深刻となり得る.

水理モデルに基づく氾濫解析コンポーネントの一部をニューラルネットワークに置き換えるアプローチも提案されている [20]. しかし, どの部分を置き換え可能か検討する必要があり, 複数の水理モデルから成り立つ統合型氾濫解析モデルに基づく洪水シミュレーション全体をニューラルネットワークには置き換えていない.

3. 氾濫解析モデルからの知識蒸留のための Data Augmentation

本稿では, 水理学分野の運動方程式に基づく氾濫シミュレーションに用いられる統合型氾濫解析モデルに対して deep neural networks のモデル圧縮技術の 1 つである知識蒸留を適用手法を示す. 通常, 既存の知識蒸留では, 教師ニューラルネットワークが学習に用いた真の正解値であるハードラベルと, 教師ニューラルネットワークによって予測された値であるソフトラベルを用いて機械学習が行われる. しかし, 統合型氾濫解析モデルを教師とする場合は, 統合型氾濫解析モデルが機械学習型のモデルではないため, 学習時のラベルが存在しない. また, 実際に内水氾濫が発生したデータが限られているばかりか, 大規模な内水氾濫の発生後は, 氾濫対策により現在の都市環境が当時の環境と異なっている可能性があり, 機械学習時のノイズになり得る. そこで, 我々はハードラベルの不足に対して, ソフトラベルの数を機械学習分野におけるデータの水増し手法である Data Augmentation を用いて増加させるアプローチを示す.

3.1 Data Augmentation

Data Augmentation は, 機械学習に用いる入力データの変種を作り出すことで, データ量を拡張させていく技法である [21]. 学習器の汎化性能の向上に寄与し, 学習データでの性能が向上しているにもかかわらず, 学習時に含まれていなかった検証用データでは精度が得られないといった過学習を抑制するために有用とされている. 特に画像分類タスクで活用されており, 変種の作り方は, ぼかしや, シフト, 回転, 明度の変更, ズームインアウト, クリッピング, 背景色の変更, 複数サンプルの合成などが存在し, 対象となるデータごとに適用可能な Data Augmentation の手法はドメイン知識に依存する.

統合型氾濫解析モデルからの知識蒸留における入力データは, メッシュごとに観測される雨量強度の時系列データ

オリジナル降雨パターン

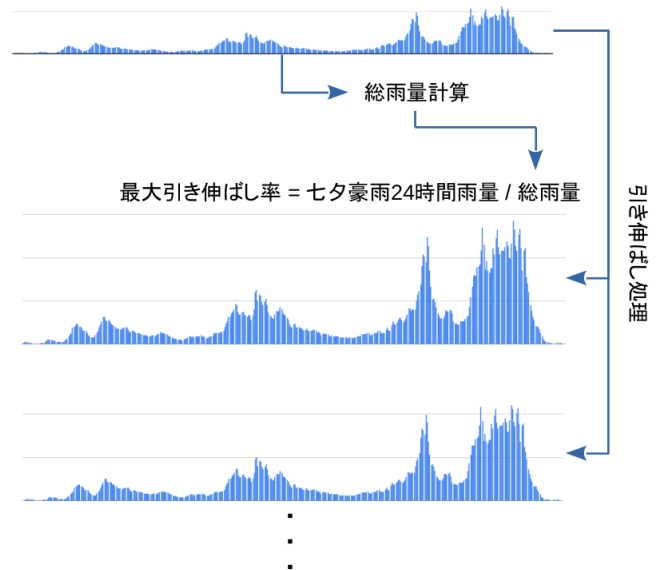


図 2 引き伸ばし処理概要

である. この雨量データを増加させるために, 降雨パターン変化させると, 氾濫の発生パターンも変化する [22][23]. ここで, 2 種類の降雨パターンの類似度が滑らかに離れるほど, それらを入力とした統合型氾濫解析モデルを用いて氾濫解析を行った 2 つの氾濫パターンの類似度が滑らかに離れるという性質を我々の基礎的検討のなかで確認している [24]. このことから, Data Augmentation により得られた雨量データの変種を入力データとして, 統合型氾濫解析モデルに基づく氾濫シミュレーションを行いソフトラベルを水増しすることで, 様々な雨量パターンに対する氾濫パターンを学習することができ, 学習器の汎化性能に寄与すると考えられる.

3.2 適用可能な Data Augmentation の手法

本節では, 内水氾濫解析の入力データとしての雨量データに対して適用可能な Data Augmentation 手法の検討について述べる. 降雨パターンの種類を増加させるためであっても, 雨域が時間とともに点滅するパターンや, 市松模様の降雨パターンといった自然界に存在しない降雨パターンを人工的に作って汎化させる意義は薄い. そのため, 過去 10 年間に, 実際に関東地方に降った降雨パターンを, データ統合・解析システム (DIAS) [25] で公開されている雨量レーダネットワーク (XRAIN) の時系列雨量データからランダム抽出し, これを元に Data Augmentation を適用する.

雨量データは, 時系列的に雨域が移動する地理空間データであるため, 空間的な加工を行ってしまうとパターンそのものの特性が失われてしまう. そのため, 画像分類タスクで用いられるシフトや, 回転, クリッピングは適切とはいえない. また, 実際に内水氾濫を引き起こした降雨は少ないことから, ランダムサンプリングされた降雨パターン

ンは、特性を残しつつ氾濫が発生しうる降雨パターンに加工する必要がある。以上より、我々は適用可能な Data Augmentation の手法として、雨量強度の時間的変化について、氾濫解析における降雨パターンの特性を保ったまま引き伸ばし処理を行う。

氾濫解析では、降雨地域や、降り始めから降り終わりまでの総雨量が重要となる。また、降雨パターンは、雨域の形状と移流に特性がある [26]。そのため、対象地域に降った降り始めから降り終わりまでの一連の雨について、時間的な形状と、空間的な移流を維持しながら雨量を一定の比率で引き伸ばす処理を行う。引き伸ばし比率の最大値は、記録的豪雨となった 1974 年の七夕豪雨の 24 時間雨量である 508 mm を降り始めから降り終わりまでの総雨量を割ることで算出する (図 2)。関東地方の 200 年に一度の確率降水量は 318 mm が最大であることから [27]、想定する総雨量としては十分であると考えられる。この手法の評価については 5 節で述べる。

4. 氾濫解析モデルからの知識蒸留

ヒントンらによって提案された知識蒸留は、教師-生徒モデル型学習フレームワークを使用して自動的に deep neural network のサイズの圧縮を行う手法である。もともとの知識蒸留では、生徒側の neural network は、ハードラベル損失項とソフトラベル損失項を持った損失関数に従って、教師ネットワークの動作を学習する。ハードラベル損失は、生徒 neural network が出力する値が教師 neural network が学習に用いた真の値から離れているほど大きくなる損失であり、ソフトラベル損失は、生徒 neural network が出力する値が教師 neural network の出力から離れているほど大きくなる損失である。

しかし、内水氾濫モデルに対して知識蒸留を適用する場合は、ハードラベル損失を使用することは、ハードラベル y となる実際の洪水データが不十分なケースが多く困難である。そのため、前節では、これに対処するためにソフトラベルの数を増加する方法について述べた。

入力となる降雨パターンは、降雨の開始から終了までのメッシュの時系列降水強度とする。XRAIN を使用して観測された降雨パターンからランダムサンプリングを実行する。前節で述べた引き伸ばし処理を行い、これを入力として統合型氾濫解析モデルを用いた氾濫シミュレーションを行う。このシミュレーションによって得られるメッシュごとの溢水深の時系列データを氾濫パターンと呼ぶ。氾濫パターンを教師データに、降雨パターンを入力として図 3 に示すアーキテクチャの neural network で学習を行う。学習の際に用いる知識蒸留の損失関数 L_{KD} は以下の通りである。

$$L_{KD} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha \|P_T^{(m)} - P_S^{(m)}\|^2 + (1-\alpha) \|P_T^{(d)} - P_S^{(d)}\|^2 \quad (1)$$

ただし、 $P_T^{(m)}$ と $P_T^{(d)}$ は、教師である統合型氾濫解析モデルが出力した水位と管路の内部状態である。また、 P_S は生徒 neural network の出力の値である。

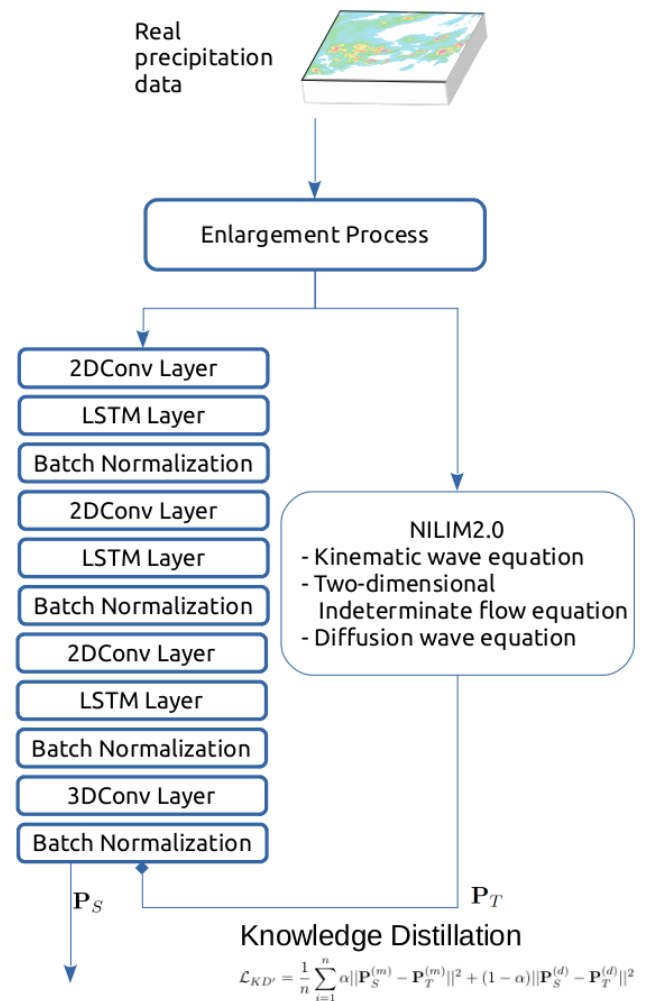


図 3 知識蒸留のフレームワーク

以上により、統合型氾濫解析モデルの知識が蒸留された軽量のニューラルネットワークは、高速な内水氾濫予測が可能となる。

5. 評価

本節では、評価実験を通して、第一に前節で述べた知識蒸留を適用することで、予測精度を保ったまま氾濫予測にかかる時間を低減可能であること述べる。第二に、ソフトラベルの数を増加させる有用性について、ソフトラベルの数を変えて学習を行い、学習曲線を比較することで示す。

実験環境として、統合型氾濫解析モデルには NILIM2.0 を用いる。これは、[8] で用いられるモデルと同様のモデルである。NILIM2.0 は、雨量データを使用して、50 m メッシュごとの溢水深を計算する。シミュレーションによって得られたデータの 80% が学習用に使用され、残りは検証用に使用される。NILIM2.0 とニューラルネットワークの両方の計算は、1 つのコアを使用するように構成された同じ仕様の CPU (Intel Core i7-3770K) で実行する。また、RAM は 16GB、HDD は Hitachi HDS721010CLA630 を利用する。

第一に、知識蒸留を適用することで氾濫予測にかかる時

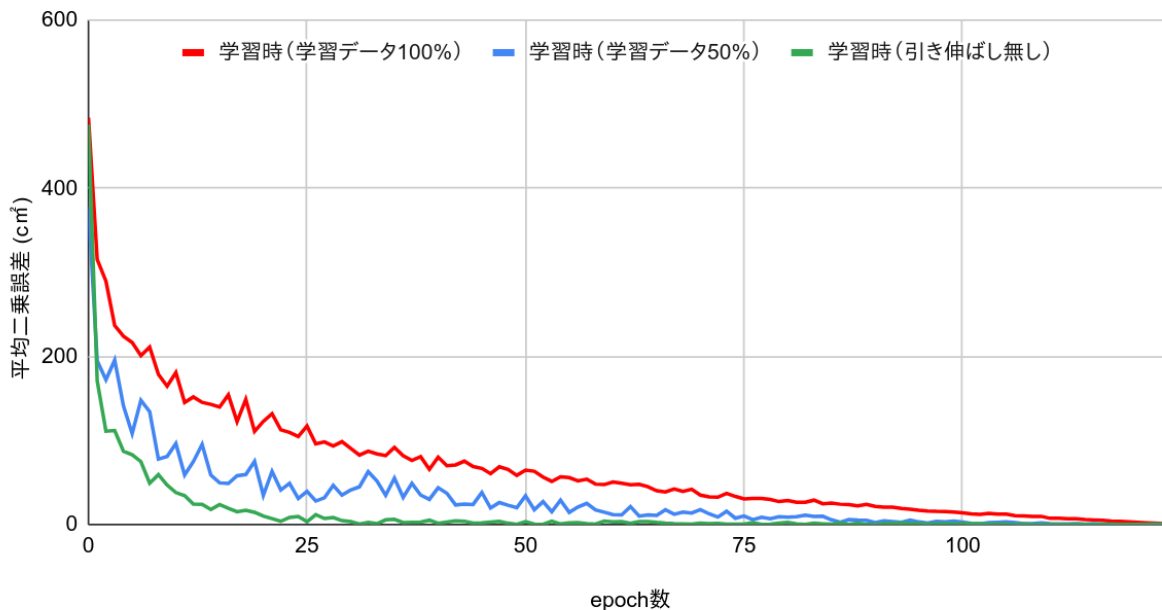


図 4 学習時の学習曲線の比較

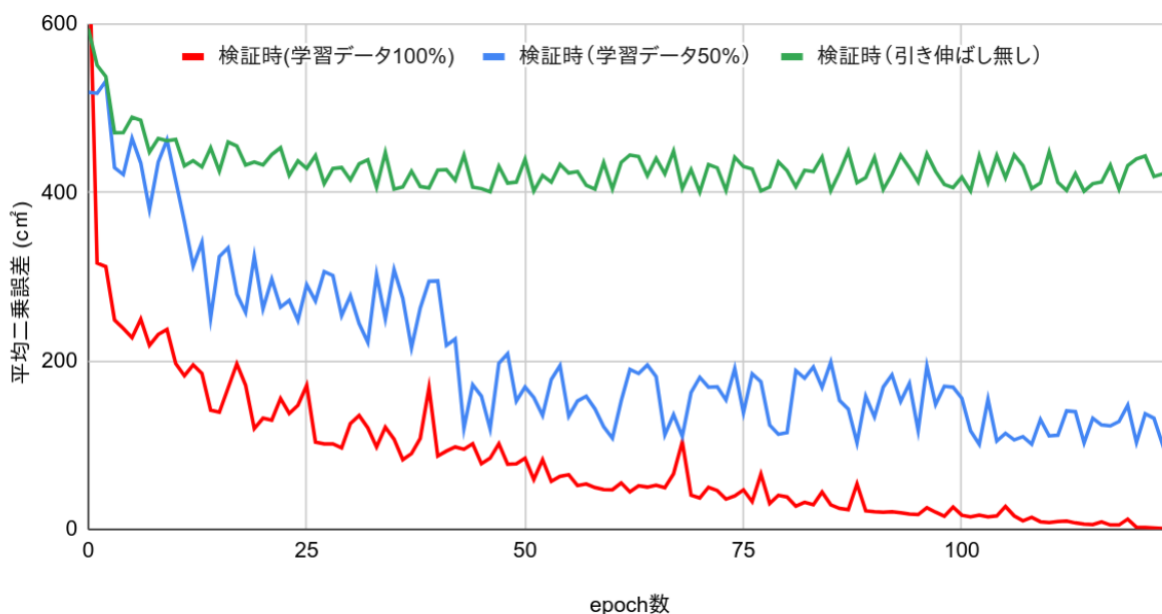


図 5 検証時の学習曲線の比較

間が削減されたことと、予測精度が維持できていることを示す。統合型氾濫解析モデル NILIM2.0 の予測平均時間は 2701 秒であったことに対して、統合型氾濫解析モデルの知識が蒸留された neural network の予測平均時間は 8.62 秒であった。これは、統合型氾濫解析モデルと比較して平均 313.34 倍高速である。つぎに、知識蒸留を適用することで得られた neural network が出力した氾濫パターンと、NILIM2.0 を用いて計算した氾濫パターンの誤差を計算する。誤差は、予測水深の平均二乗誤差から計算する。検証用データを用いた評価で、誤差はメッシュあたり平均 1.67 cm に抑えられた。これは標準的なマウントアップの高さ

が 5 cm であり、詳細な氾濫ハザードマップの最小単位よりも小さいことから、十分な精度を保っていると考えられる。

第二に、ソフトラベルの数を増加させる有用性について評価を行う。学習用データと、検証用データとについては、前述の実験環境と同様のものを用いる。ただし、学習には前節で述べた引き伸ばしによる Data Augmentation を行うケースと、Data Augmentation によって増やすデータ数を 50%にしたケース、Data Augmentation を行わないケースとの 3 種類を用いる。学習時の学習曲線の比較を図 4 に示す。引き伸ばしによる Data Augmentation を行わないケースが最も学習が早く、Data Augmentation を行うほど

学習に時間がかかる。これは、出力となる氾濫パターンの多様性が少ないケースほど、学習が早く進むためと考えられる。つぎに、検証時の学習曲線の比較を図5に示す。学習時とは対象的に、検証時では Data Augmentation による水増しが少ないケースほど平均二乗誤差が減少していない。これは、学習時に氾濫パターンの多様性が少ないため、学習データには容易に対応できるが、検証時に含まれる未知の氾濫パターンに対して対応できず、過学習となっていると考えられる。このことから、引き伸ばしによる Data Augmentation が汎化性能の向上に寄与していることがわかる。水増しによるシミュレーション回数の増加が学習にかかる時間を増加させるものの、汎化性能が向上することは、実際に氾濫が発生していない地域において、あり得る降雨パターンでの予測が可能になるため有用である。

6. おわりに

本稿では、発生が局所的である内水氾濫をリアルタイムに予測するために、水理学分野の運動方程式に基づく正確な氾濫シミュレーションと同等の結果を、深層学習におけるモデル圧縮手法の一つである知識蒸留を内水氾濫シミュレーションに導入することで、より少ない計算時間で得られる手法について述べた。また、知識蒸留の教師モデルを統合型氾濫解析モデルとする場合に適した学習フレームワークおよび軽量のニューラルネットワークの構造を示し、専門知識を必要としない知識による計算量の削減が、精度劣化を抑えつつ、有用であることを評価実験により示した。

参考文献

- [1] 関根正人, 児玉香織: 東京都 23 区を対象とした豪雨時浸水リスク評価とアンダーパスの冠水事前予測, 土木学会論文集 B1 (水工学), Vol. 74, No. 4, pp. I.1543-I.1548 (2018).
- [2] Kondo, R., Narusue, Y. and Morikawa, H.: A Pluvial Flood Nowcasting Approach Using Knowledge Distillation, *2020 IEEE 9th Global Conference on Consumer Electronics (GCCE)*, IEEE (2020). (To Appear).
- [3] Xanthopoulos, T. and Koutitas, C.: Numerical simulation of a two dimensional flood wave propagation due to dam failure, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 14, No. 4, pp. 321-331 (1976).
- [4] Fennema, R. and Chaudhry, M.: Explicit methods for 2D transient free surface flows, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 116, No. 8, pp. 1013-1034 (1990).
- [5] Suharyanto, A., Sugio, S., Deguchi, C. and Kunitake, M.: Simulation of flood control by rainwater storage facilities in urbanized watershed, *Journal of JSCE*, Vol. 1997, No. 572, pp. 95-104 (1997).
- [6] 川池健司, 井上和也, 戸田圭一, 野口正人: 低平地河川流域での豪雨による都市氾濫解析, 土木学会論文集, No. 761, pp. 57-68 (2004).
- [7] 関根正人, 浅井晃一, 古木雄: X バンド MP レーダによる降雨データを用いたリアルタイム浸水予測に向けた試み, 土木学会論文集 B1 (水工学), Vol. 70, No. 4, pp. I.1423-I.1428 (2014).
- [8] 国総研 (水害研空室): リアルタイム浸水予測システム, <http://www.nilim.go.jp/lab/rcg/newhp/seika.files/shinsuiyosoku/index.html>. (参照 2020-09-01).
- [9] 李星愛, 古米弘明: 管渠が集約化された排水区の流れ過程に適用する非線形貯留池モデルパラメータの補正方法, 下水道協会誌, Vol. 55, No. 664, pp. 80-86 (2018).
- [10] 関根正人: 住宅密集地域を抱える東京都心部を対象とした集中豪雨による内水氾濫に関する数値解析, 土木学会論文集 B1 (水工学), Vol. 67, No. 2, pp. 70-85 (2011).
- [11] 相良亮輔, 錦織俊之, 井上和也, 戸田圭一: 枝線下水道を考慮した市街地氾濫解析, 水工学論文集, Vol. 48, pp. 589-594 (2004).
- [12] Guo, Y., Yao, A. and Chen, Y.: Dynamic network surgery for efficient dnns, *Advances in neural information processing systems*, pp. 1379-1387 (2016).
- [13] Cai, Z., He, X., Sun, J. and Vasconcelos, N.: Deep learning with low precision by half-wave gaussian quantization, *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, pp. 5918-5926 (2017).
- [14] Hinton, G., Vinyals, O. and Dean, J.: Distilling the knowledge in a neural network, *arXiv preprint arXiv:1503.02531* (2015).
- [15] Deng, J., Pan, Y., Yao, T., Zhou, W., Li, H. and Mei, T.: Relation distillation networks for video object detection, *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, pp. 7023-7032 (2019).
- [16] Jin, H., Zhang, S., Zhu, X., Tang, Y., Lei, Z. and Li, S. Z.: Learning Lightweight Face Detector with Knowledge Distillation, *2019 International Conference on Biometrics (ICB)*, IEEE, pp. 1-7 (2019).
- [17] 藤間聡, 外山かおり, 大坂忠史: ファジィ・ニューラルネットワークを用いた洪水流出実時間予測, 水工学論文集, Vol. 41, pp. 173-178 (1997).
- [18] 構造計画研究所: リアルタイム洪水予測システム「River-Cast」, <https://www.weather.kke.co.jp/>. (参照 2020-09-01).
- [19] Noymanee, J., Nikitin, N. O. and Kalyuzhnaya, A. V.: Urban pluvial flood forecasting using open data with machine learning techniques in pattani basin, *Procedia computer science*, Vol. 119, pp. 288-297 (2017).
- [20] Wolfs, V. and Willems, P.: Modular conceptual modelling approach and software for sewer hydraulic computations, *Water resources management*, Vol. 31, No. 1, pp. 283-298 (2017).
- [21] Shorten, C. and Khoshgoftaar, T. M.: A survey on image data augmentation for deep learning, *Journal of Big Data*, Vol. 6, No. 1, p. 60 (2019).
- [22] 吉見和紘, 岡部真人, 山田正: 利根川上流域における降雨パターンの違いが流出現象に与える影響に関する研究, 土木学会論文集 G (環境), Vol. 68, No. 5, pp. I.255-I.260 (2012).
- [23] 田中智大, 立川康人, 市川温, 萬和明: 降雨の時空間分布の違いが浸水被害額に与える影響の分析, 水文・水資源学会研究発表会要旨集水文・水資源学会 2015 年度研究発表会, 水文・水資源学会, pp. 112-113 (2015).
- [24] 近藤亮磨, 成末義哲, 小林亘, 森川博之: 降雨と氾濫解析データの平滑性仮定に基づく事前氾濫解析を用いた早期氾濫予測, 電子情報通信学会 2018 年ソサイエティ大会講演論文集, 電子情報通信学会, pp. A-19-27 (2018).
- [25] 網谷弘子, 清水敏之, 吉川正俊, 喜連川優, 小池俊雄: DIAS におけるデータ公開と課題, 情報知識学会誌, Vol. 24, No. 3, pp. 254-274 (2014).
- [26] 椎葉亮晴, 高棹琢馬, 中北英一: 移流モデルによる短時間降雨予測手法の検討, 水理講演会論文集, Vol. 28, pp. 423-428 (1984).
- [27] 気象庁: 異常気象リスクマップ 確率降水量 地点別一覧表, https://www.data.jma.go.jp/cpdinfo/riskmap/qt_table.html. (参照 2020-09-01).