

数学証明図式化ツールにおける 原文対論理構造図対応付け機能の開発

田中 孝治[†] 宮崎 佳典[‡]

静岡大学大学院総合科学技術研究科情報学専攻[†] 静岡大学大学院情報学領域[‡]

1. はじめに

学校数学において、証明の学習に困難を抱える学習者は多く、令和元年度全国学力学習状況調査の結果報告書[1]の課題・指導改善のポイントにも挙げられる項目である。対して、先行研究では論理構造への理解を補助するために、自然言語で記述された証明の論理構造を図式化する体系が提案され[2]、その有用性が実験によって確認された。本研究では[2]の体系に従って証明を図式化し、提示するための Web アプリケーション開発を進めている。[3]では教員が GUI 上で教材作成を行うためのオーサリングツールが開発され、実験で GUI の利便性が確認された。また、数式組版に MathJax[4]を用いることで、TeX と同程度の数式表現を可能とした。本発表では、証明を図式化したもの（以下、論理構造図とする）による理解を自然言語で記述された証明（以下、原文とする）による理解へ転移させることを志向した機能開発を行う。今回は論理構造図と原文を並べて提示し、内包される命題同士の対応関係を明示・対比するための機能及び学習者向けビューワーを開発する。更に、その効果を検証するための実験により、学習ログを収集・分析し、その結果から、学習に対する本機能の貢献の有無・程度を考察した上で改善に繋げる。さらに学習・指導場面での本アプリケーションの活用方法を提案する。

2. 証明図式化体系の概要

ここでは、[2]による証明図式化体系について概説する。体系において、証明中の各命題は矩形に囲まれて示され、証明の構造は矩形同士を線分で結び、上から下への命題の列を作ることで表現する。ある命題に対して上方向に位置する命題が前提、下方向に位置する命題が帰結を表す。また、命題同士を結ぶ線分にラベル付けし、推論の根拠が記述可能である。この体系では前提となる命題群がすべて真であるときに、帰結となる命題が真となる。これにより、複数の前提から一つの帰結を導く構造や、一つの前提から複数の帰結を導く構造を表現することができる。この体系に従って、「 a^2 と b^2 はともに奇数であ

るため、 $a^2 + b^2$ は偶数である」という推論を図式化すると図 1 のようになる。図中の点線で囲んだ部分は推論の根拠をラベル付けしたものである。

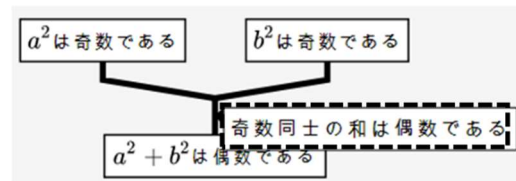


図 1: 図式化した推論の例

3. 原文対論理構造図対応付け機能

今回開発した、原文と論理構造図を並べて提示し、含まれる命題同士の対応関係を明示するための機能について説明する。この「対応関係の明示」とは、原文と論理構造図の双方に共通する命題の一方を指定することによって、もう一方もハイライトすることを意味する。本機能は、証明を振り返って、論理構造を考察する学習場面において、論理構造図を参考資料とすることへの支援を志向した機能である。

3.1. 対応付け表示機能

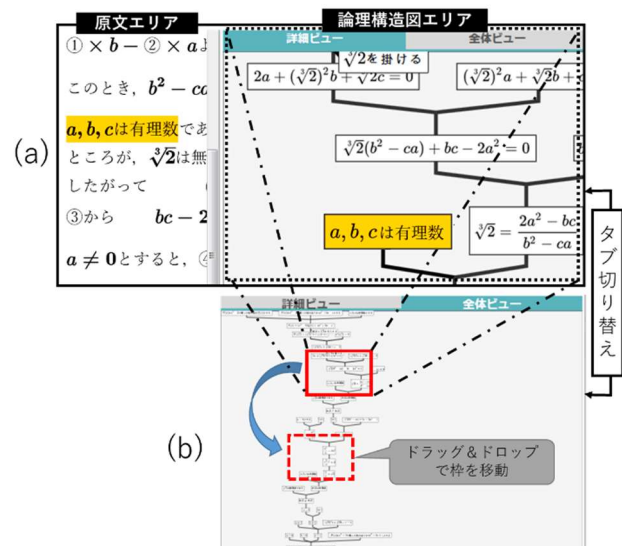


図 2: 原文対論理構造図対応付け表示機能

ここでは、学習者が提示された原文と論理構造図の各命題が持つ対応関係を明示的に参照するためのビューワー機能を説明する。図 2(a)は開発したビューワー画面である。左ペインが原文を提示する原文エリア、右ペインが論理構造図を提示する論理構

Development of Web-based Application Diagramatizing Math Proof with Function to Make Correspondence with Its Original Proof

[†] Koji Tanaka, Department of Informatics, Graduate School of Integrated Science and Technology, Shizuoka University

[‡] Yoshinori Miyazaki, College of Informatics, Shizuoka University

造図エリアである。論理構造図エリアか原文エリア上の対応付けされている命題にマウスオーバーすると、図 2(a)中の命題「 a, b, c は有理数」のように、原文と論理構造図双方の当該命題がオレンジ色にハイライトされる。論理構造図エリアの表示には、論理構造図の一部分を大きく表示する「詳細ビュー」(図 2(a)の右ペイン)と論理構造図全体を一画面に収める「全体ビュー」(図 2(b))の2種類が存在し、論理構造図エリア上部のタブをクリックすることで、それらを切り替えることができる。全体ビュー上には、詳細ビュー上での表示範囲を表す赤枠が存在し、赤枠をドラッグ&ドロップ(以下 D&D とする)で移動させることで、詳細ビューの表示範囲を変更できる。

3.2. 対応付け設定機能

ここでは、教員が教材作成時に、原文と論理構造図を対応付けるための機能を説明する。対応付けは図 3 に示す手順により、原文から論理構造図に向けて命題ごとに行う。まず、原文エリアの原文に対し矩形選択を行う(図 3 の①)。続いて選択した箇所を論理構造図エリアへ D&D する(図 3 の②)ことで、対応付けされた命題矩形が作成される(図 3 の③)。

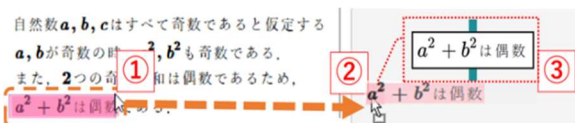


図 3: 原文との対応関係を持つ命題の作成手順

また、本機能を用いたコンテンツ作成の自由度向上のため、原文内の一命題に対する複数個の命題矩形生成を許したり、逆に複数の矩形選択範囲をまとめて一つの命題矩形を生成したりできるほか、生成した命題矩形に対しては、[3]で定義された命題内容の編集や矩形の削除といった操作が可能である。

4. 比較実験

開発した原文と論理構造図の対応付け表示機能によって、学習者がその対応関係を意識、活用した学習ができるかを検証するために比較実験を実施した。実験では、対応付け表示機能をもつビューワーに対し、図中のすべての命題が原文上に対応付けられている論理構造図を提示した状態で、証明の論理構造に関する問題に解答させた。某大学の1年次用数学基礎科目(2019年度)を履修する学生109名をA, B群に二分し、表1に従う形で両群の学生それぞれに対応付け表示機能を使用できる/できない状態(実験群/統制群)で問題を解かせた。実験冒頭で[2]の体系とビューワーについて説明し、例題を用いて解答・操作方法の確認を行ったのち、問題1, 2の順で解答させた。各問題では、それぞれ異なる論理構造を持つ証明について、ある命題の前提などを問う多

肢選択問題と原文上に記述された「与式」などの内容を命題群から選択する小問を出題した。本実験は実験協力者各人のPCおよびWebブラウザを用いて行い、解答内容とともに、命題へのマウスオーバーなど、解答中の原文・論理構造図への操作ログを収集し、事後アンケートも行った。

表 1: 群分けと対応付け表示機能の使用可否

群	例題	問題 1	問題 2
A	可能	可能	不可能
B	可能	不可能	可能

実験の結果、問題1の小問3において原文・論理構造図に対する操作ログ(有/無)群の正答率はおのおの0.326, 0.120であり、この分布にはカイ2乗検定で有意水準5%の有意差が認められた。同ログに対して学習効果につながる操作を吟味するため、操作ログ有群に対する系列パターン分析によって得られた特定行動の有無による学習効果を検討した。その結果、「人間が単一タスクにかかる最短時間よりも長時間、論理構造図上で無操作であった後、詳細ビュー状態の論理構造図をD&Dによって移動した」という系列パターンの操作ログと対応付け表示機能の使用ログの両方があった群の正答率は0.750、そうでなかった群の正答率は0.237であり、カイ2乗検定で有意水準1%の有意差が得られた。他の小問に関する分析結果については発表当日に詳述する。

5. まとめ

本稿では、[3]で開発された数学証明学習支援のためのアプリケーションに追加した原文対論理構造図対応付け機能について述べた。また、実験で収集した学習者の操作ログからは本機能の効果的な利用法の示唆が得られた。今後は、効果が確認された利用法を促すための機能開発や、逆に本機能が有効に利用できなかった場面に対する新しいアプローチの検討が必要と考えられる。

参考文献

- [1]国立教育政策研究所, “平成31年度(令和元年度)全国学力・学習状況調査 報告書【中学校/数学】”, (2019) .
- [2]渡部孝幸, 宮崎佳典, 林佳樹, “導出規則に着目した証明視覚化・式変形支援システムの提案”, 京都大学数理解析研究所講究録, 第1865巻, pp. 137-145 (2013) .
- [3]田中孝治, 宮崎佳典, “数学教育における証明学習のための論理構造図式化 GUI アプリケーション”, 日本 e-Learning 学会誌, 第18号, pp. 7-18 (2018) .
- [4]“MathJax”, (2009), <https://www.mathjax.org>