2P-07

先読みを考慮した一人ぷよぷよの必勝性

菊地　翔　武永康彦
電気通信大学大学院　情報・ネットワーク工学専攻

1　はじめに

ぷよぷよ [1] とは、盤面の上部から落ちてくるピースを積み上げ、ピースをある条件に従って並べると消える、落ち物パズルゲームである。ぷよぷよの必勝性について、盤面の幅と落下するピースの色数を変化させたときに、必勝あるいは必敗となる条件が研究されており、実際のゲームと同様の先読みがある場合についても、必敗となる条件が示されている [2, 3] 。実際のゲームでは、先読みがあることでプレイヤーに有利になる。しかし色数が多くなると、いくら先読みがあっても必敗になると予想される。本研究では先読みの数が無限、つまりプレイヤーがゲーム開始時点で落ちてくるピースの色と順序が全て分かっている状態での、盤面の幅が 2 と 3 の一人ぷよぷよの必敗条件を示す。

2　ぷよぷよのルール

ゲームの基本単位であるピースをぷよと呼ぶ。それぞれのぷよには色が付いている。ゲームの盤面は格子状で、1マスにつき 1 つのぷよが配置できる。ぷよは二つ一組の組ぷよとして盤面の上部から落下する。落下してきたぷよは、回転や左右の移動を行って、盤面の床や他のぷよの上に着地させることで、そのマスに配置される。横向きに組ぷよを落下させた時、片方のぷよの下に 1 マス分でも空白がある場合、2つのぷよは切り離されてそのぷよだけ落下する。ぷよは、上下左右の隣接したマスに同色のぷよが配置されると連結し、4つ以上連結した時点で、それらのぷよは消滅する。消滅したぷよの上に乗っているぷよは落下する。その時に消える条件が成立していた場合、それらのぷよも消滅する。これを連鎖と呼ぶ。先読みがある場合、先読みが m 個ならば、m 個の組ぷよを見ることが出来る。なお、本稿ではぷよの色を数字で表す。ゲームの進行例を図 1 に示す。

本研究ではぷよぷよを一人ゲームとして扱い、可能な限り長い間プレイし続けることをプレイヤーの目的とする。どんな入力列でも盤面に積まれるぷよを有限の高さに留めた状態で永遠にプレイできる場合、プレイヤーは必勝であるといい、そうできない場合、必敗であるという。

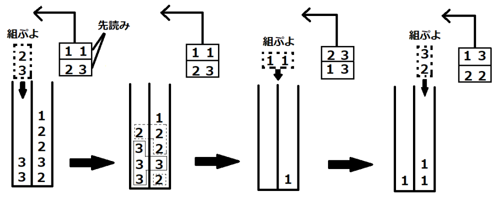

図 1: 進行例

3　幅 2 先読み無限の場合の必敗条件

本章では、盤面の幅が 2 の一人ぷよぷよの必敗条件を示す。ぷよの色数を $2n$ 色とし、入力列は (1,2),(3,4),...,($2n$-1,$2n$) の順序で繰り返すものとする。(1,2),(3,4),...,($2n$-1,$2n$) までを一周期分と表現する。以下ではこの一人ぷよぷよは 10 色で必敗であることを示す。

証明は次の方針で行う。盤面の幅が 2 の場合、ぷよを消すためには、縦に同じ色が二つ繋がる部分（以後、縦 2 連結と呼ぶ）が必要である。初めに、縦 2 連結を用いて最も効率良く消した場合の消えるぷよの数を示す。次に t 周期分のぷよを置いた場合に消えるぷよの数の上界を示す。最後に、消えずに残るぷよが、t が増えると無限に増加し、必敗になる時の入力列の色数が 10 色であることを示す。

補題 1. 用いる縦 2 連結の数に対して、消えるぷよの数の比率が最大になるのは、縦 2 連結を 2 つ用いて 5 連結で消す場合である。その次に縦 2 連結を 2 つ用いて 4 連結で消す場合である。

証明の概要. 実際のゲーム中に作れるかどうかにかかわらず、各 m 連結 ($m \geq 4$) で消した場合に最低限必要となる縦 2 連結の数を確かめた。 □

次に t 周期分のぷよを置いた場合に、プレイヤーが実際に作れるかどうかに関わらず、ゲーム進行中に作られ得る縦 2 連結の数の上界を示す。盤面の幅が 2 であるので、プレイヤーは任意の列にぷよを置いていく。各列に置かれたぷよの列は、落下してくる全ての組ぷよを縦 1 列に積み上げた列の部分列である。従って、t 周期分のぷよを置いた時点で作られる縦 2 連結の数の上界は、t 周期分のぷよを縦 1 列に積み上げた列から

Conditions to lose in a single player PuyoPuyo with lookahead.

Sho Kikuchi and Yasuhiko Takenaga Department of Computer and Network Engineering, The University of Electro-Communications.

求めることができる。盤面の幅は2であるので、作れる縦2連結の数は、求めた上界の2倍で抑えられる。作れる縦2連結の数の上界を次に示す。

補題 2. t 周期分のぷよを縦一列に積んだ列では、作れる縦2連結は高々$2(t-1)$ 個である。

証明の概要. ゲーム進行中、いずれかの時点で縦2連結となるぷよの組をペアと表現する。また t 周期目の色 k のぷよを $p_{t,k}$ で表す。ペアは同じ色である必要があり、ペアが実際に縦2連結になるには、二つのぷよの間に存在するぷよが全て消えている必要があるので、任意の二つのペア $(p_{i,l}, p_{j,l})$ と $(p_{i',l'}, p_{j',l'})$ は図2の α か β の位置関係になっている必要がある。図2は縦1列に積んだぷよを横に並べて表しており、一番下が一番左である。

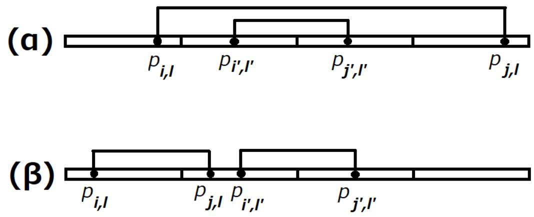

図 2: 2個のペアの位置関係

上記ではぷよを一つ一つに分けて表現したが、ある組ぷよ $(p_{i,2k-1}, p_{i,2k})$ $(1 \leq k \leq n)$ に対して、プレイヤーは $(i < j)$ なる組ぷよ $(p_{j,2k-1}, p_{j,2k})$ を順序を反対にして置くことによって、α の条件を満たす二つのペア $(p_{i,2k-1}, p_{j,2k-1})$ と $(p_{i,2k}, p_{j,2k})$ を作ることができる。反対に異なる種類の組ぷよに含まれるぷよ2個をペアにすることは出来ないので、ペアの数を数え上げる際に、組ぷよごとに考えても差支えなく、以後の証明では組ぷよごとに説明し、t 周期目の k 組目の組ぷよを $a_{t,k}$ で表す。

ある k 個の組ぷよのペアが存在し、任意の異なる二つのペアが α の位置関係となっているものとする。このとき、k 個のペアを作るのに必要な組ぷよは $nk+1$ 個であることが示せる。t 周期分の組ぷよを置いた場合、合計 nt 個の組ぷよが置かれるので α の位置関係を満たすペアは高々$t-1$ 個しか作れないことが分かる。組ぷよごとにペアを数えていたので、実際に作りうる2連結の数は高々$2(t-1)$ 個である。

次に t 周期で β の位置関係を含めた k 個のペアが存在するならば、α のみの位置関係の k 個のペアを作れることを示す。ある m 個のペア $(a_{i_1,l_1}, a_{j_1,l_1}), ..., (a_{i_m,l_m}, a_{j_m,l_m})$ ともう一つのペア $(a_{i_s,l_s}, a_{j_s,l_s})$ が図3(x) の位置関係になっているとする。この時、m 個のペアともう一つのペア $(a_{i'_s,l'_s}, a_{j'_s,l'_s})$ を図3(y) のように作ることも出来る。従って、必要な組ぷよの数を増やさずに、α のみの位置関係の同じ数のペアを作ることが出来る。以上より、t 周期で β の位置関係を含めた k 個のペアが作れるのならば、α のみ

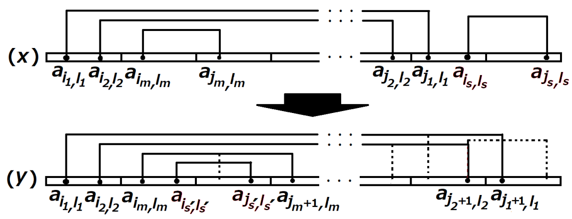

図 3: β から α のみの位置関係に変更する

の位置関係の k 個のペアが作れる。よって、t 周期分のぷよを縦一列に積んだ列では、高々$2(t-1)$ 個の縦2連結しか作れない。 □

定理 1. 盤面の幅が 2、先読みの数が無限の一人ぷよぷよは 10 色で必敗である。

証明の概要. 補題2より、t 周期分のぷよを2列にわたっておいた時に作れる縦2連結の数は高々$4(t-1)$ 個であることが分かる。最も効率よく消せる5連結の形には、縦に同じ色が3つ繋がった部分が存在する。このような部分を作る場合、作れる縦2連結の最大数を1減らさなければならない。よって、この形の5連結で消す回数が x 回の場合、補題1,2より、t 周期分のぷよを置いたときに消え得るぷよの最大数は $8t-8-2x$ となる。置くぷよの総数は $2nt$ であるので、消えずに残るぷよは $2(n-8)t+8+2x$ である。$n \geq 5$ の時、周期 t が増加すると消えずに残るぷよが無限に増加するので、盤面にぷよが無限に積みあがり 10 色で必敗である。 □

4 幅3先読み無限の場合の必敗条件

定理 2. 盤面の幅が 3、先読みの数が無限の一人ぷよぷよは 26 色で必敗である。

証明の概要. 幅3の場合、消えるぷよの数の比率が最大になるのは、縦2連結を1つ用いて4連結で消す場合である。よって、補題2より、t 周期分のぷよを置いたときに消え得るぷよの最大数は $24t-24$ である。従って、26 色で必敗であることが示せる。 □

謝辞 本研究は JSPS 科研費 18K11601 の助成を受けたものです。

参考文献

[1] SEGA. http://www.sega.co.jp/.

[2] Y.Takenaga and Y.shimada, "Strategies for Single-Player PuyoPuyo, " ICGA Journal, vol. 39, no. 2, pp. 87-101, 2017.

[3] Y.Takenaga, M. Katsuno and H. Quan, "On Winning Strategies for Tetris Type Games, " The 20th Korea-Japan Joint Workshop on Algorithms and Computation (WAAC2017) 2017.