

情報伝達長を考慮した連結ピン組織構造の2階層間関係追加

澤田 清†

流通科学大学 経済学部 経済情報学科†

1. はじめに

ピラミッド組織構造[1]が上下関係のみで形成される組織構造であるのに対して、連結ピン組織構造[2]はピラミッド組織構造の同じ部署内の横関係を追加形成した組織構造である。ピラミッド組織構造は組織内メンバーを頂点としメンバー間関係を辺とした根付き木として表現され、連結ピン組織構造は根付き木の兄弟（同じ親を持つ頂点）を隣接化した構造として表される。

ここでは、完全 K 分木型ピラミッド組織構造の全兄弟を隣接化した完全 K 分木型連結ピン組織構造を対象とし、異なる階層の2メンバー間に1つの関係を追加したときに、組織全体の情報伝達効率が最大となる関係追加階層対を求めることを考える。すなわち、高さ H の完全 K 分木型連結ピン組織構造に対して、深さ M の頂点とその子孫である深さ N の頂点との間に1辺を追加する。このモデルに対して筆者はすでに、完全 K 分木型連結ピン組織構造の各辺の長さとして追加辺の長さが同じである場合について、最適な辺追加深さの対 $(M, N)^*$ を求めている[3, 4]。そこでは、辺を追加したときの完全 K 分木型連結ピン組織構造の総頂点間経路長（全頂点間の最短経路長の総和）を最小にすることにより、最適な辺追加深さの対を求めた。

本研究では、組織メンバー間の元々の関係より、追加された関係の方が伝達長が小さい場合のモデルを考える。すなわち、完全 K 分木型連結ピン組織構造の各辺の長さ1に対して、追加辺の長さを L ($0 < L < 1$) とし、上述のモデルと同様に高さ H ($H = 1, 2, \dots$) の完全 K 分木型連結ピン組織構造 ($K = 2, 3, \dots$) に対して、深さ M ($M = 0, 1, \dots, H - 1$) の頂点とその子孫である深さ N ($N = M + 1, M + 2, \dots, H$) の頂点との間に1辺を追加するモデルを提案する。ここでは、辺追加前と比べて総頂点間経路長がどれだけ短縮され

たか（以後、総頂点間短縮経路長と呼ぶ）を最大化する問題として考える。

2. 総頂点間短縮経路長の定式化

ここでは、前述した完全 K 分木型連結ピン組織構造の2階層間辺追加問題について、総頂点間短縮経路長を定式化する。

辺追加により隣接化される深さ M の頂点と深さ N の頂点をそれぞれ v_M, v_N とし、 v_N の子孫の集合を V_1 とする。ただし、子孫はその頂点自身も含む。また、 v_M の子孫のうち v_N の親の祖先の集合を V_2 とする。ただし、祖先はその頂点自身も含む。また、 v_M の子孫のうち V_1 と V_2 を除いた頂点の集合を V_3 とする。さらに、完全 K 分木型連結ピン組織構造の全頂点集合から v_M の子孫を除いた頂点の集合を V_4 とする。

このとき、 V_1 の頂点と V_2 の頂点との間の短縮経路長の総和は、

$$A_H(M, N) = W(H - N) \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N-M+1}{2} \rfloor} (N - M - L - 2i + 2) \quad (1)$$

と表される。ただし、 $W(h)$ ($h = 0, 1, 2, \dots$) は高さ h の完全 K 分木の頂点数を表す。また、 $\lfloor \cdot \rfloor$ は \bullet を越えない最大の整数を表す。次に、 V_2 内の頂点間および、 V_1 の頂点と V_3 の頂点との間の短縮経路長の総和は、それぞれ、

$$B(M, N) = \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N-M-1}{2} \rfloor} \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{N-M+1}{2} \rfloor - i} (N - M - L - 2i - 2j + 2), \quad (2)$$

$$C_H(M, N) = W(H - N) \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N-M}{2} \rfloor} (K - 1) \times W(H - M - i)(N - M - L - 2i + 1) \quad (3)$$

で与えられる。ただし、 $\sum_{i=1}^0 \bullet = 0$ と定義する。

Adding relation between two levels of a linking pin organization structure considering communication length

†Kiyoshi Sawada, Department of Economic Information, Faculty of Economics, University of Marketing and Distribution Sciences

さらに、 V_2 の頂点と V_3 の頂点との間および、 V_3 内の頂点間の短縮経路長の総和は、それぞれ、

$$D_H(M, N) = \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N-M}{2} \rfloor - 1} (K-1)W(H-M+i) \times \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{N-M}{2} \rfloor - i} (N-M-L-2i-2j+1) + \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N-M}{2} \rfloor} (K-1)W(H-N+i-1) \times \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{N-M}{2} \rfloor - i + 1} (N-M-L-2i-2j+3), \quad (4)$$

$$E_H(M, N) = \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N-M-1}{2} \rfloor} (K-1)W(H-N+i-1) \times \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{N-M+1}{2} \rfloor - i} (K-1)(H-M-j) \times (N-M-L-2i-2j+2) \quad (5)$$

となる。ただし、 $\sum_{i=1}^{-1} \bullet = 0$ と定義する。また、 V_1 の頂点と V_4 の頂点との間、 V_2 の頂点と V_4 の頂点との間および、 V_3 の頂点と V_4 の頂点との間の短縮経路長の総和は、それぞれ、

$$F_H(M, N) = (W(H) - W(H-M))W(H-N) \times (N-M-L), \quad (6)$$

$$G_H(M, N) = (W(H) - W(H-M)) \times \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N-M-1}{2} \rfloor} (N-M-L-2i), \quad (7)$$

$$J_H(M, N) = (W(H) - W(H-M)) \times \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N-M}{2} \rfloor} (K-1)W(H-N+i-1) \times (N-M-L-2i+1) \quad (8)$$

と表される。

以上より、総頂点間短縮経路長 $S_H(M, N)$ は、

$$S_H(M, N) = A_H(M, N) + B(M, N) + C_H(M, N) + D_H(M, N) + E_H(M, N) + F_H(M, N) + G_H(M, N) + J_H(M, N) \quad (9)$$

と定式化される。

総頂点間短縮経路長 $S_H(M, N)$ を最大にする最適深さ対 $(M, N)^*$ に関する考察は、発表時に報告する。

参考文献

- [1] Y. Takahara and M. Mesarovic, Organization Structure: Cybernetic Systems Foundation, Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2003.
- [2] R. Likert and J. G. Likert, New Ways of Managing Conflict, McGraw-Hill, 1976.
- [3] 澤田 清, 完全 K 分木連結ピン型組織構造の階層間関係追加, 第 11 回情報科学技術フォーラム講演論文集(1), pp.113-114, 2012.
- [4] K. Sawada, Adding Relation between Two Levels of a Linking Pin Organization Structure Maximizing Communication Efficiency of Information, IAENG Transactions on Engineering Technologies, Lecture Notes in Electrical Engineering, Springer, Vol.229, pp.57-66, 2013.