

拡張型スペースコロナイゼーションによる有向グラフ生成とモデリングへの応用

田中利樹¹ 伊藤智也² 菊池司³

概要: 本論文では、拡張型スペースコロナイゼーションアルゴリズムを用いて有向グラフを生成し、樹状構造および自己相似性を持つ対象物のモデリングに応用する手法を提案する。現段階では、従来のアルゴリズムに対してベクトル場による制御を試みている。3次元空間内における節点を2つ以上のグループに分け、開始点となる節から一定範囲内における節点に対して連結する処理を再帰的に行う。最終的に、この処理によって生成されたグラフを用いたモデルの生成を試みる。

キーワード: スペースコロナイゼーション, ベクトル場, 有向グラフ, モデリング

Directed Graph Generation using Extended Space Colonization and Application to Modeling

TOSHIKI TANAKA^{†1} TOMOYA ITO^{†2}
TSUKASA KIKUCHI^{†3}

Abstract: In this paper, we propose a method to generate a directed graph using an extended space colonization algorithm and apply it to modeling objects with tree-like structure and self-similarity. At this stage, we are trying to control the conventional algorithm using vector fields. Nodes in a three-dimensional space are divided into two or more groups, and the process of connecting nodes within a certain range from the starting node is performed recursively. Finally, we try to generate a model using the graph generated by this process.

Keywords: Space Colonization, Vector Field, Directed Graph, Modeling

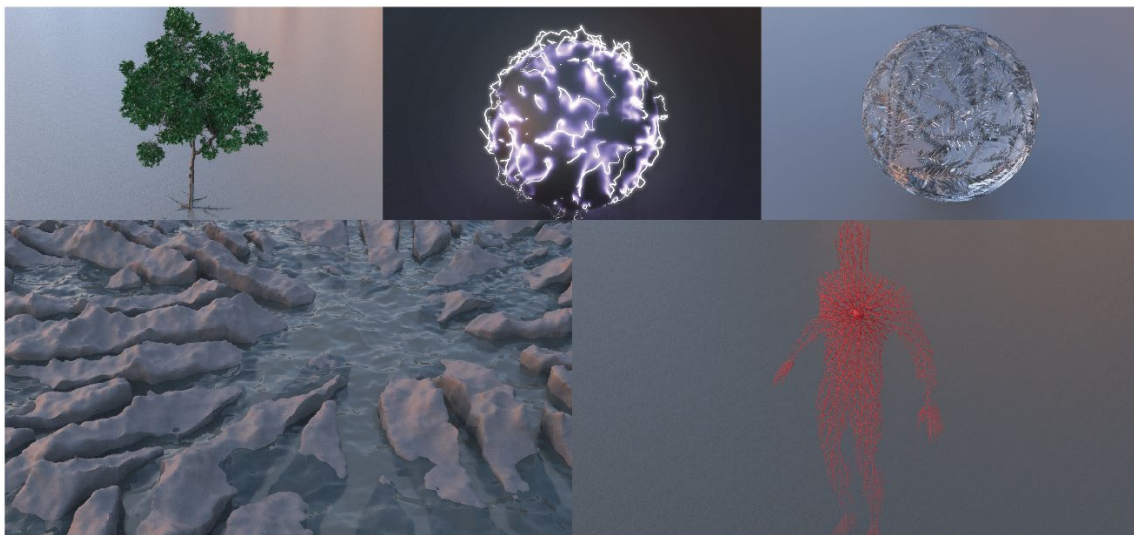


図 1 本手法における成果画像

1. はじめに

コンピュータグラフィクス (CG) を利用して自然現象の再現やモデリングを行う技術は、映画などのエンターテインメント分野ではニーズの高いものとなっている。現在では、実際に撮影するのが困難である自然現象 (大規模な津

波や竜巻, 地震など) や対象物を表現する場合, CGを利用して映像化を行うほうが現実的である。例えば, 雷や霜などの自然現象は撮影者側が意図するような形で発生するとは限らないため, その一例としてあげられる。

本論文では, 拡張型スペースコロナイゼーションを用いて有向グラフを生成し, これをモデリングに活用すること

¹ 東京工科大学大学院
Tokyo University of Technology Graduate School
² 八戸工業大学
Hachinohe Institute of Technology

³ 東京工科大学
Tokyo University of Technology

を目指す。現段階では、Runions らの手法[2]に対して、ベクトル場を生成することでグラフが成長する方向をおおまかに制御可能となっている。

2. 関連研究

Runions らは、葉脈パターンを生成するための生物学に動機づけられたアルゴリズムを提案した[1]。植物の葉に存在するホルモン(オーキシン)の分布と葉の静脈の間に幾何学的なパターンが存在することを見出し、これを定式化してシミュレーションを行うことを試みた。また、3次元空間上で同アルゴリズムを再現することを目的として拡張され、スペースコロナイゼーションと名付けられた[2]。

Alessandro らの研究では、スペースコロナイゼーションを用いた群衆シミュレーション法を提案した[4]。エッジの成長を群衆密度に基づいた衝突回避のためのガイドとして用いることで、よりシンプルに群衆の制御を行うことを可能としている。

3. 提案手法

3.1 グラフによる樹状構造のモデル化

本論文ではモデリングの対象をよりシンプルなアルゴリズムを用いて再現することを目的とし、その中でスペースコロナイゼーションと呼ばれる探索系アルゴリズムの一種をベースとして用いる。自然物あるいは自然現象のモデリングを行う際に、樹状構造を持つ対象物に対して単純化することを考えた際に、グラフ理論を当てはめることができる[5]。

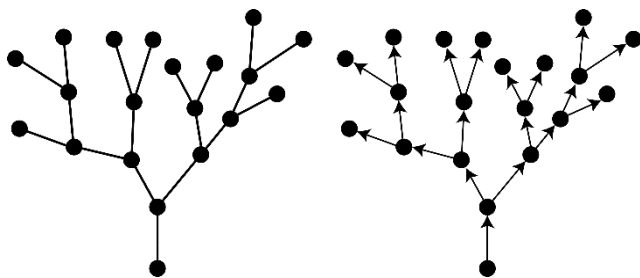


図 2 木(左)と有向木(右)

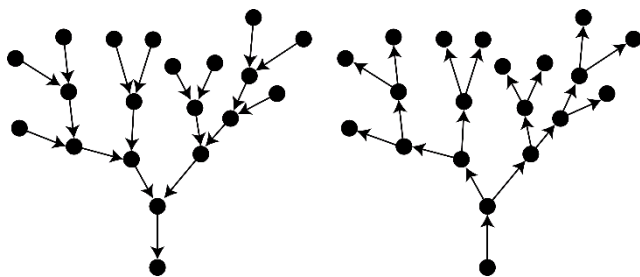


図 3 有向木における内向木(左)と外向木(右)

グラフという概念を節点あるいは頂点とそれらの点間を繋ぐ線によって物事を抽象的に捉えたものであると定義した場合、グラフとして表現できる事象は現実世界に多数存在する。例えば、交通網を例にとった場合、節点(頂点)は都

市や駅、辺は道路や路線などに置き換えて考えることができる。分子構造を例にとった場合、節点(頂点)は原子、辺は結合として捉えることができる。同様に、雷の形状を単純化して捉えた場合、節点は稲妻のシミュレーションを行う際に設定する電位空間中の点電荷[6]と捉えることができ、辺は形成される階段状の放電路を当てはめることができる。

また、本論文において生成されるグラフは有向グラフとして考えることができる。一度の処理において全ての空間上に配置された節点が結ばれる場合、辺の向きを考慮することはできないが、スペースコロナイゼーションによって生成される辺はある一点を開始点として生成され、時間経過と共に成長する。

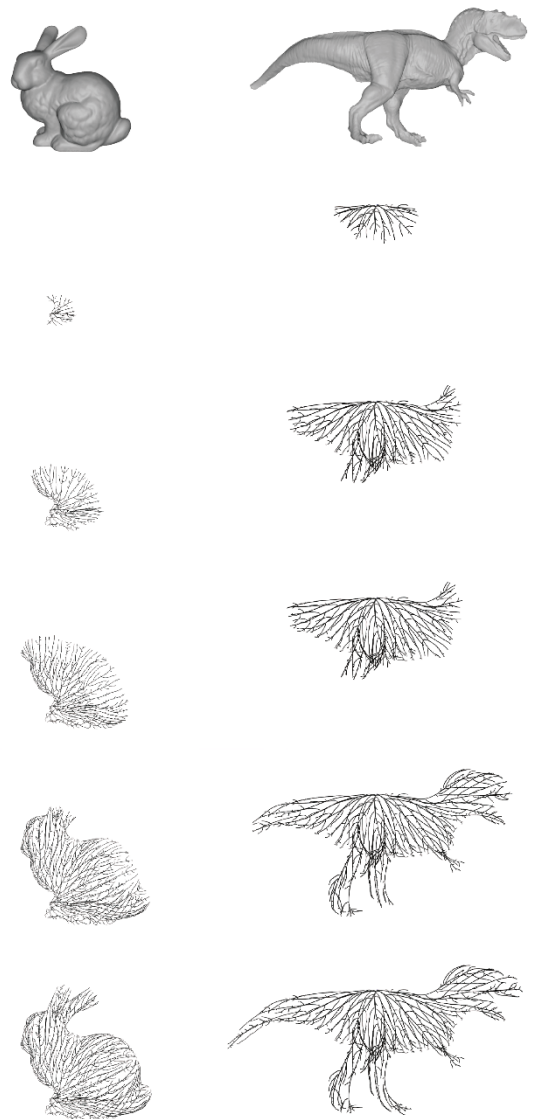


図 4 スペースコロナイゼーションによるグラフの例

そのため、グラフの成長する向きをタイムステップで考慮した際には有向グラフとして扱うことができると考えられる。加えて、スペースコロナイゼーションによって生成されるグラフは閉路がなく、連結であることから有向木と判

断でき、その向きは常に根から開始する外向木であることがわかる。

3.2 節点の配置



図 5 節点となるポイントの配置
(左:表面位置, 右:ボリュームを使用)

本手法における第1ステップとして、拡張型スペースコロナイゼーションを適用させるための節点群を3D空間上に配置する必要がある。節点の配置は、3D空間上で作成されたポリゴンモデルをベースに行う。オブジェクトの表面に対して節点として使用する点群の作成を行う場合は、オブジェクト表面位置に点群を作成し、内部の状況は反映させない。点群の作成はプリミティブの単位面積に対してランダムに行われる。

一方で、オブジェクトの内部に対しても点群の作成を行うため、本論文では3Dグリッドに離散化された Sparse Volume を操作するためのC++ライブラリである OpenVDB をデータフォーマットとして使用した。インデックススペースの最小ボリューム要素である各ボクセルには、単一の数値がそれぞれ割り当てられる。ある陰関数 $\phi(x, y)$ が定義されているとき、狭帯域レベルセットによって狭帯域内のすべてのボクセルがアクティブになり、他のすべてのボクセルは非アクティブになる[7]。これを用いてボリュームプリミティブを作成することにより、内部に点群の配置を行うことができる。

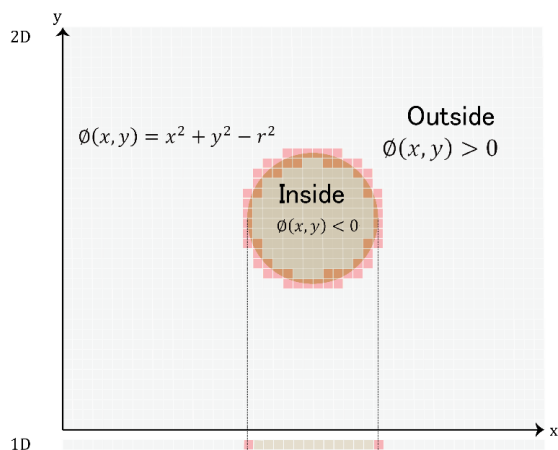


図 6 狭域レベルセットのイメージ図

3.3 節点のグループ分け

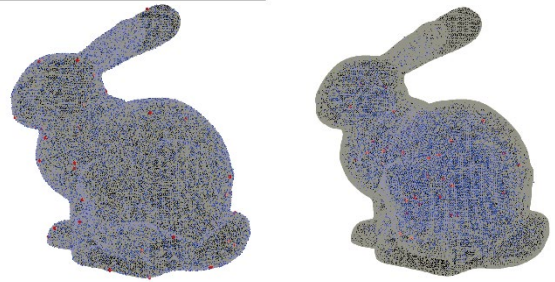


図 7 節点のグループ化
(左:表面位置, 右:ボリュームを使用)

本論文における拡張型スペースコロナイゼーションのベースとなるスペースコロナイゼーションアルゴリズムは、開始点となる節点から一定範囲内に存在する節点を探索し、探索によって発見された節点の持つ固有の番号を配列データとして格納することで、節点同士を接続することが可能である。ここで、3D空間上に配置する節点は少なくとも2種類用意する必要がある。本論文では0と1の値を用いてグループを分けることによって2種類以上の節点が空間上に存在するようにした。本手法におけるスペースコロナイゼーションではグラフの開始点となる節点をノードグループとし、接続先となる節点をアトラクターグループとした。ノードグループに含まれる節点とアトラクターグループに含まれる節点を頂点としてプリミティブを作成し、これによって作成されたラインをグラフにおける辺として扱う。

また、アルゴリズムは3D空間上に節点が存在する限り無限に繰り返される。そのため同じ節点が複数回に渡り開始点として使用される場合がある。

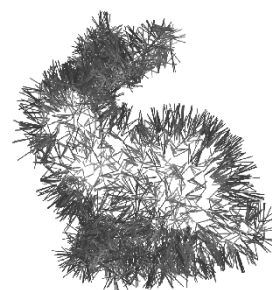


図 8 節点が複数回使用された場合における形状の例

これを防ぐため、一度使用された節点はアトラクターグループからノードグループに切り替わるように設定した。しかしながら、これだけでは既に形成されたグラフの頂点として使用されているノードグループに属する節点の近傍にアトラクターグループに属する未使用の節点が残っていた場合、既に作成されたグラフの頂点を開始点として新たにグラフが生成される形となるため、結果として望ましくな

い形状が得られる可能性が高い。この問題を解消するため、グラフの頂点として一度でも使用されたノードグループに属する節点に対して、一定範囲内に存在するアトラクターグループに属する節点を削除するための探索範囲をパラメータとして設けた。これによってアトラクターグループに属する節点を間引くことが可能となるため、何度も同じ節点が頂点として繰り返し使用される可能性を軽減させることができる。

3.4 有向グラフ生成のための定義

アルゴリズムを用いる前に、必要な変数や集合に関して以下のように定義を行う。

[1]アルゴリズムによって利用される節点は、ノードを P_n と表し、アトラクターを P_a と表す。

[2] A を全てのアトラクターの集合としたとき、以下の関係が成り立つ。

$$\forall P_a, P_a \in A \quad (1)$$

[3] N を全てのノードの集合としたとき、以下の関係が成り立つ。

$$\forall P_n, P_n \in N \quad (2)$$

[4]時間を追うごとに成長させるため、到達されたアトラクターはノードの一部に置き換わる処理が必要である。この処理の影響を受けるノードを $S(P_n)$ と表すこととする。

[5]節点 a と b の間をユークリッド距離で $D(a, b)$ と表した場合、以下の式が成り立つ。

$$D(a, b) = \sqrt{(a.x - b.x)^2 + (a.y - b.y)^2 + (a.z - b.z)^2} \quad (3)$$

[6] P_a と P_n の間の探索範囲の最大半径を R_m と表す。

[7]同じアトラクターが何度も同じ処理に巻き込まれることを防ぐため、一定距離内にある節点を間引く目的で削除する必要がある。この削除される一定範囲の半径を D_k と表す。以下のような関係が成り立つとき、削除が実行される。

$$\exists P_n \in N | D(P_a, P_n) < D_k \quad (4)$$

3.5 有向グラフの生成

各アトラクターがアトラクターにおける全体集合の中の要素として成り立つとき、ノードは自身が配置されている位置から最も近いアトラクターに対して影響を及ぼすことができる。影響を及ぼす場合の条件は以下の関係式で表すことができる。

$$D(P_a, P_n) < R_m \quad (5)$$

周囲にあるアトラクターを探索した際に、範囲内にあるアトラクターは必ずしも1つであるとは限らず、複数のアトラクターをノードの影響下に置く可能性がある。その場合、複数個発見されたノードが $S(P_n) \neq 0$ であれば新しいノード P'_n が作成される。新しいノード P'_n については、以下の

式で表すことができる。

$$P'_n = P_n + D(P_n, P'_n) \frac{\dot{n}}{\|n\|} \quad (6)$$

$$\dot{n} = \sum_{P_a \in S(P_n)} \frac{P_a - P_n}{\|P_a - P_n\|} \quad (7)$$

新しいノードの作成の際に重複することを防ぐため、以下の条件に当てはまる場合に削除する。

$$D(P_a, P_n) < D_k \quad (8)$$

本節における処理が、空間上に分布している節点群の連結が不可能になるまで繰り返し実行されることによりグラフを形成する。

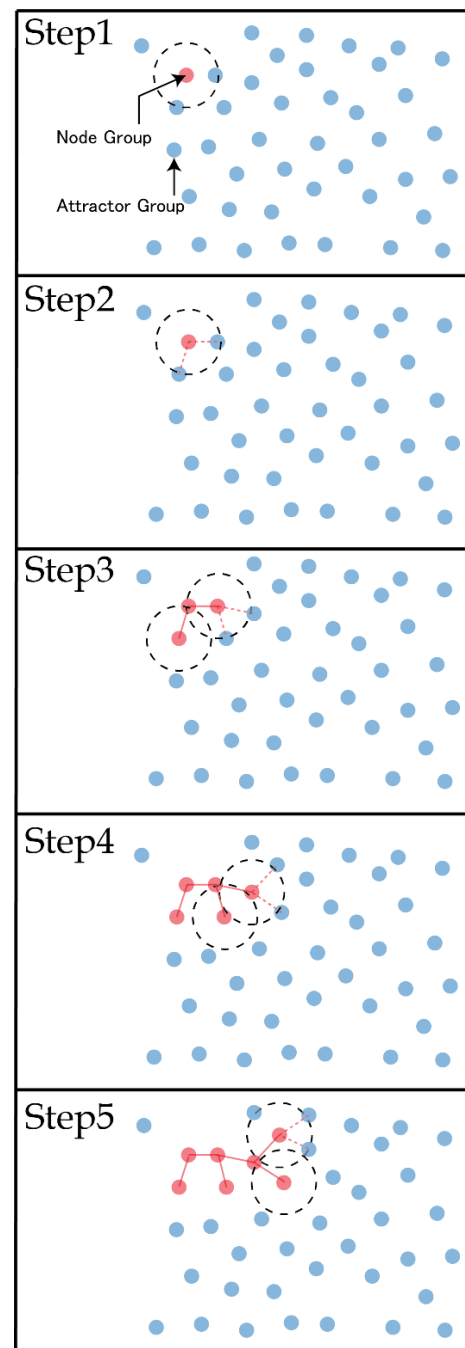


図9 スペースコロナイゼーションによる生成

3.6 ベクトル場を用いたグラフ形状制御法

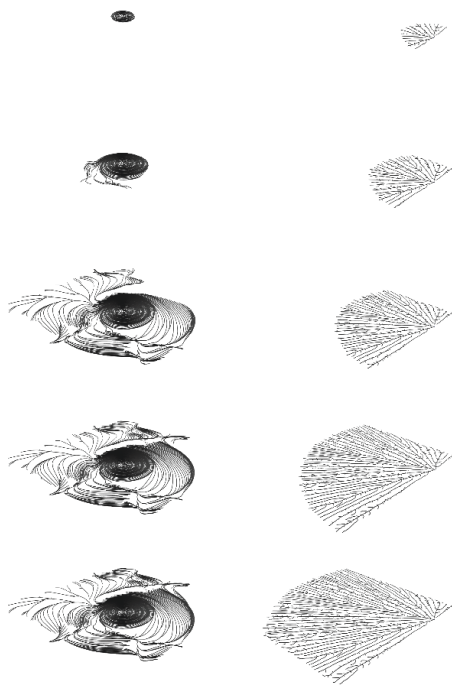


図 10 ベクトル場を用いた場合(左)と通常の場合(右)の比較

本論文における拡張要素として、ベクトル場によるグラフの形状制御があげられる。本手法では節点を持つ法線ベクトルを軸として四元数による回転を行うと同時に、3D空間上に配置された点群の持つベクトルを用いて場を生成し、スペースコロナイゼーションによって新たに節点を作成される際にベクトルの向きを考慮することにより、生成されるグラフの形状を制御する。

まず、3.4節と3.5節で先述したアルゴリズムに加え、新たに制御のために用いるベクトル場の生成を行う。アトラクターグループに属する節点からノードグループに属する最も近い節点を探し出し、その座標値を得る。最も近いノードグループの節点を P_{near} としたとき、点群の持つベクトルは以下の式で表すことができる。

$$X_{dir} = \frac{P_a - P_{near}}{\|P_a - P_{near}\|} \quad (9)$$

また、本手法で扱う四元数 q と q の共役 \bar{q} は以下のような4つの基底を持つベクトルとして定義される。

$$q = w + xi + yj + zk \quad (10)$$

$$\bar{q} = w - xi - yj - zk \quad (11)$$

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad (12)$$

回転ベクトルとして、本論文ではアトラクターグループに属する各節点を持つ法線ベクトルを用いる。法線ベクトルを N_{nor} とすると、本手法における四元数 q_0 は以下のように表される。また、最終的に得られるベクトル場 X_{field} は以下

のように表される。

$$q_0 = \cos \frac{\theta}{2} + (N_{nor} \cdot x) \sin \frac{\theta}{2} + (N_{nor} \cdot y) \sin \frac{\theta}{2} + (N_{nor} \cdot z) \sin \frac{\theta}{2} \quad (13)$$

$$X_{rot} = q_0 x \bar{q}_0 \quad (14)$$

$$X_{field} = \frac{X_{rot}}{\|X_{rot}\|} \quad (15)$$

ベクトル場による形状制御を行う場合、アルゴリズムによって作成される新しいノードグループに属する節点 P'_n は以下の式で表すことができる。

$$P'_n = P_n + D(P_n, P'_n) \frac{\dot{n}}{\|n\|} + X_{field} \quad (16)$$

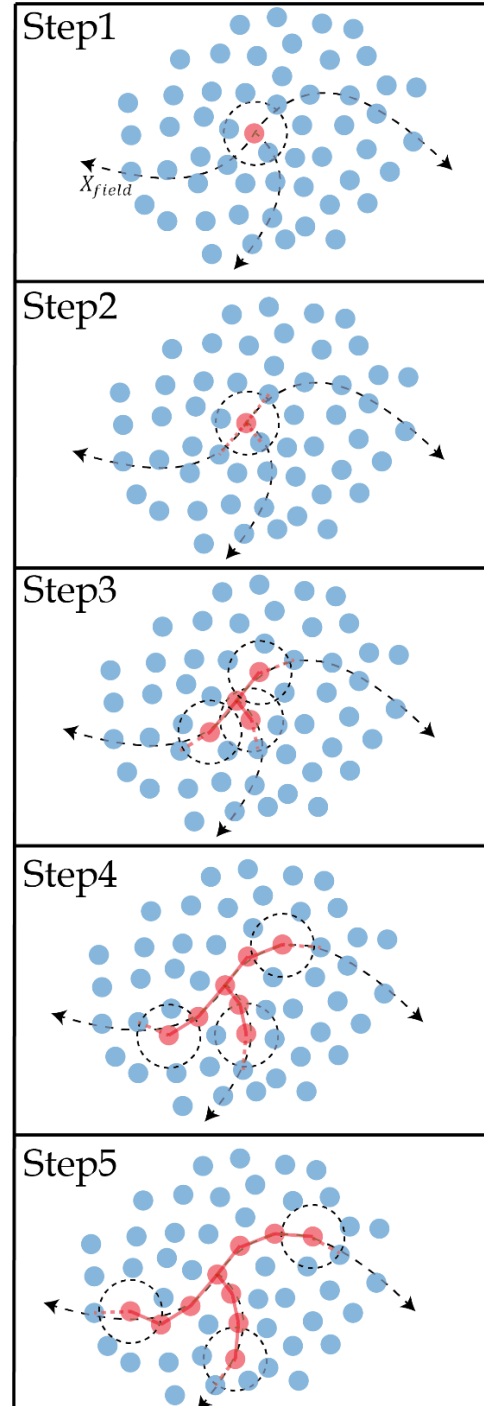


図 11 ベクトル場を用いた生成

3.7 モデリングへの応用

本手法によって生成された有向グラフを用いることにより、樹状構造および自己相似性を持つ対象物をモデリングすることが可能になる。自然における大規模放電である雷の形状モデリングや、同じく自己相似性が認められるものとして、侵食による河川の形状パターンの再現なども可能であると考えられる。更に、スペースコロナイゼーションは類似のアルゴリズムである拡散律速凝集(DLA)と比較しても高速であることが確認できる。更に、ベクトル場を節点の生成の際に考慮することで、ベクトルの向きに沿った節点の生成が行われ、より複雑なグラフの生成が可能となった。

以下の項では、本手法における拡張型スペースコロナイゼーションを用いたグラフを用いた現段階で作成可能なモデルの例を取り上げる。

3.7.1 樹木の生成

樹木の形状を拡張型スペースコロナイゼーションによって再現する際には、樹木の形状をいくつかの要素に分類し、形状を整えるほうがより詳細度を保つことができる。本論文では、樹木を3つの要素に分け、それぞれの形状の再現に拡張型スペースコロナイゼーションを用いた。樹木を構成する要素の形成には、3.2節におけるボリュームデータを用いたランダムな節点群の配置を用いたグラフの生成を行った。構成要素は、幹、枝、根の3つである。いずれも、形状に厚みを持たせるため、生成されたグラフを軌道として立体の断面となる輪郭を押し出すスイープ処理によってサーフェイモデルを作成している。サーフェイモデルの厚みの調整には、ベースとなるグラフ上の各節点を持つ変数を用いている。この変数は、生成されてからの経過時間を格納したもので、変数値が小さいほど処理の後半部分で作成されたことが確認できる。この数値を参照して押し出す輪郭の半径を調節することにより、先端に向かうほど細く太さが変化する厚みを再現することができる。

幹に対し、枝を配置する際にはグラフ上の節点を参照する。幹のベースとなるグラフ上の節点と枝のベースとなるグラフの開始位置を重ね合わせた。配置位置の指定は各節点の持つy座標値を参照し、y座標値の昇順にソートした番号を用いた。これにより、先端部分に近い節点に対してのみ、枝を配置することが可能になる。グラフ配置時の向きには節点の持つ法線ベクトルを用いる。

3.7.2 稲妻の生成

稲妻の再現においては、最終的なイメージによって節点の配置方法を変更する必要がある。オブジェクトの表面上を移動する稲妻の挙動を再現する場合は、使用するオブジェクトの表面位置に対して節点の配置を行う必要がある。一方で、大規模な雷としての稲妻の表現を行う場合は3.7.1

項と同様にボリュームデータによる配置を行う必要がある。これによって大気中における稲妻の挙動が再現可能である。ただし、物理的に正しい挙動を示したものではないことを断っておく。

また、稲妻としてグラフを使用する際にはグラフを形成する節点の座標値に対してノイズを与える必要がある。これによって稲妻特有のステップ状経路の再現が可能である。本手法では、非整数ブラウン運動(fractional Brownian motion : fBm)によるノイズを用いている。稲妻の放電経路が自然界における自己相似性を持つ形状の一つであるという仮説からも、本論文においては自己相似性を示すノイズを用いることで、稲妻のステップ状経路の再現を行うこととした。

通常のブラウン運動を $B(t)$ としたとき、非整数ブラウン運動 $B_H(t)$ は以下の式で表すことができる。なお、 $\Gamma(x)$ はガンマ関数、指数 H はハースト指数である。

$$B_H(t) = \frac{1}{\Gamma(H + 1/2)} \int_{-\infty}^t (t - t')^{H-1/2} dB(t') \quad (17)$$

3.7.3 霜の生成

霜の生成では、本論文における拡張要素であるベクトル場を用いた拡張型スペースコロナイゼーションによるグラフ形状の制御を試みている。ただし、現段階では霜の幹に相当する箇所成長を制御することにとどまっており、幹から延びる枝については、3.7.1項における枝の配置と同様に形状の作成を行っている。ここでは処理開始時にノードグループに属している節点を霜の核として使用し、これを中心として放射状に延びるベクトル場の生成を行っている[8]。ベクトル場の回転角度は、法線ベクトルの大きさに影響し、法線ベクトルの大きさが大きいほど、ベクトル場における渦の強さは強くなる。

3.7.4 血管モデルの生成

Murray らは樹木の分岐に関する法則性が血管の分岐にも存在することを報告している[10]。人型のサーフェイモデルをベースとして、拡張型スペースコロナイゼーションによるグラフの生成を行った。血管の形状を一つのグラフとして捉えたとき、開始地点は心臓部からとなるため、ここでは処理の開始時にノードグループに属する節点を一つだけ設定した。厳密には血管の分岐角度は血管内の体積と分岐後の血管の径と関連しており、その法則が樹木の枝の分岐にも見られると報告されている[9]。しかしながら、現段階における本手法では、分岐角度の調節を自在に行える段階までは至っていない。

3.7.5 地形のデザイン

侵食による河川の形状パターン、岩石断面の割れ目などにおいてはフラクタル性が認められている。特に岩石の割

れ目の長さ、割れ目の表面形状についてもの同じような性質が認められている[11]。フラクタル性は形状の一部が全体と自己相似である図形と定義されるため、厳密には異なる性質であり、自己相似性を備えているからと言って必ずしもフラクタル性についても備えているとは限らない。しかし、逆に考えた場合、フラクタル性を備えている対象物は総じて自己相似性を備えているということになる。研究の目的は自己相似性を持つ複数対象物の大まかな形状再現にあるため、地形の形状についても対象とした。ここでは、生成されたグラフ上の節点からの距離を閾値とし、グラフを生成する際に使用したベースオブジェクトを形成する閾値内に存在するポイントを削除することにより、ベースオブジェクト本体を生成されたグラフを用いてオブジェクトの分割を行った。

4. 結果

本論文の提案手法によって現段階で生成されたモデルを図 12 に示す。

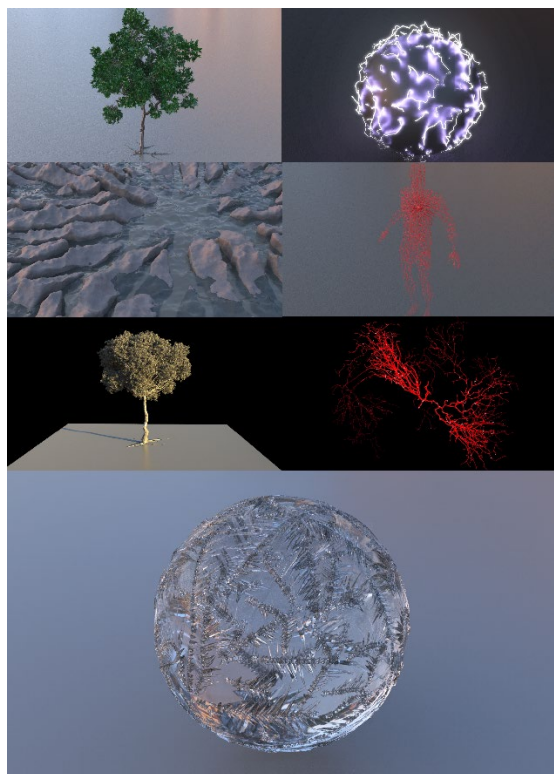


図 12 本研究における現段階において生成可能なモデル

また、使用した計算環境は以下の通りである。

表 1 使用した計算環境

Computer Used	MousePro W9
CPU	Intel(R)Xeon(R)CPU E5-2620 v4 @ 2.10GHz
Memory	32.0GB
Operating System	Windows 10 Pro (64bit)
Graphics Card	NVIDIA Quadro P4000

5. まとめと課題

本論文では、拡張型スペースコロナイゼーションを用いて有向グラフを作成し、モデリングへ応用する手法を提案した。しかしながら、グラフの成長する方向に関して、現段階では大まかな制御を可能とすることにとどまり、分岐角度の調整や意図した方向にグラフを成長させるなどより詳細な制御が可能な段階までは至っていない。また、本論文において、拡張型スペースコロナイゼーションが自己相似性を持つ対象物のみで使用できるものではなく、ベクトル場を用いた節点の配置を行うことにより、更に形状として汎用的に用いることができると予想される。

今後の課題として、節点を配置する際のベクトル場に対してより詳細な設定を行える制御ポイントを与えると同時に、分岐角度についても考慮し、より意図的にグラフ形状の制御を行うことを可能にすることなどが挙げられる。また、現在はアニメーションさせているオブジェクトやトポロジーが変化するオブジェクトに対しては、節点に割り当てられている番号がタイムステップ毎に変化するため、アルゴリズムの適用が難しい。今後の解決すべき点として、列挙される。

参考文献

- [1] Adam Runions, Martin Fuhrer, Anne Gaelle Rolland
Lagan :Modeling and visualization of leaf venation patterns, ACM Transactions on Graphics, No.3, Issue0730-0301, pp702-711, 2005
- [2] Adam Runions, Bredman Lane, Przemyslaw Prusinkiewicz :
Modeling trees with a space colonization algorithm, Eurographics Workshop on Natural Phenomena 2007, pp.63-70, 2007
- [3] Marta Feriani, Bournemouth University : Art-directing procedural vegetation in Houdini using a space colonization algorithm,
<<https://nccastaff.bournemouth.ac.uk/jmacey/MastersProjects/MSc17/01/index.html>>, (参照 2019-12-27)
- [4] A.L.Bicho, R.A.Rodrigues, S.R.Mussw, C.R.Jung, M.Paravisi, L.P.Magalhaes : Simulating crowds based on a space colonization algorithm, Virtual Reality in Brazil 2011, Computer & Graphics, No.36, pp70-79, 2012
- [5] B.ポロバシユ著 斎藤伸自, 西関隆夫訳, 「グラフ理論入門」, 培風館, 1983
- [6] B.Sosorabaram, T.Fujimoto, N.Chiba, K.Muraoka : CG Lightning Model Taking into Account an Electric Field, Journal of the Institute of Image Electronics Engineers of Japan, Vol.32, Issue.1, pp64-70, January 2003
- [7] Ken Museth, Dreamworks Animation : VDB:High-Resolution Sparse Volumes with Dynamic Topology, ACM Transactions on Graphics, Vol.32, Issue3, July 2013
- [8] 堀川淳一郎著, 「Algorithmic Design with Houdini」, 株式会社ビー・エヌ・エヌ新社, 2019
- [9] 伊能教夫著, 「生物機械工学」, コロナ社, 2018
- [10] C.D.Murray : The Physiological Principle of minimum work.I.The Vascular System and the Cost of Blood Volume , vol.12, No.3, pp207-214, 1926
- [11] 土屋範芳, 松川陽介, 中塚勝人 : 岩石断面の割れ目の分布と形状のフラクタル解析, 日本地熱学会誌, 第 16 巻, 第 2 号, 1994, 153 項-171 項