

正多角形の再帰アルゴリズムによる 建築デザイン

田原拓美¹ 守田了¹

概要: 建築分野における, IT 技術を利用した設計支援のほとんどは3 面図を基盤で作られている. それは直方体を基盤とした建物では有効であるが, 曲面を多用するデザインでは困難である. そこで本論文では, 正多角形を基盤にした新しい建築設計支援の手法を提案する. 局所プログラムから全体を構築できる再帰アルゴリズムを使用し, 幾何学模様の建築デザインをコンピューターで表現する. まず, 正多角形を平面に充填するプログラムを作成し, 次にそれを2 次曲面に充填できるよう応用した. さらにそこから, 空間充填以外の建築デザインを表現するプログラムに発展させた. 実際に本手法を適用し建築デザインを作成して有効性を示す.

キーワード: 再帰手法, 設計支援, 正多角形

Architecture Design using Recursive Algorithm for Regular Polygon

Abstract: Almost CAD system using internet technique in the architectural field is generated based on z plane, y plane and x plane. Though it is efficient for building based on cube, it is difficult to generate the design with many curved surfaces. So we propose the new design method based on polygon. Architectural design can be supported using recursive algorithm generating global algorithm from local program. We generate architectural design with geometric pattern using computer. At first, we generate the program putting regular polygons on the plane to fill the space. Next, the space-filling algorithm is applied for two dimensional curved surface. Space-filling algorithm and extended space-filling algorithm are generated using this recursive algorithm. It is shown the efficient to generate architectural designs using in this method.

Keywords: recursive algorithm, CAD, regular polygon

1. はじめに

近年, 建築分野において IT を利用した新しい技術が取り入れられている. 特に CAD や BIM のように, コンピューターグラフィックス [1] を用いた建築設計支援が行われている [2]. しかし建築設計において三面図を基盤としない設計を支援することは困難である. そこで本論文では, 三面図を用いずに正多角形を基盤とする建築設計を支援する手法を提案する. また, 支援には局所プログラムから全体を構築できる再帰アルゴリズムを使用する [3].

2. 建築デザイン

建築物の形状, 様式, 用途などを建築デザインに含めることがあるが, 本論文では主に外装のデザインに着目する. 植物などを思わせる曲線を多用した有機的なデザイン様式をアール・ヌーヴォーといい, 幾何学図形をモチーフにした記号表現や, 装飾を排除した機能的で実用的な様式をアール・デコという. ここではまず, 幾何学図形を組合せたアール・デコ様式の外装デザインをコンピューターで表現する.

3. 再帰アルゴリズム

あるものが定義されている場合, その定義の中に更にその定義されるべきものが含まれている時, それを再帰的で

¹ 山口大学大学院創成科学研究科
2-16-1 Tokiwadai, Ube, Yamaguchi 755-8611, Japan

あるという。ここでは再帰的な手続きを再帰アルゴリズムと呼び、そのアルゴリズムを利用したプログラムを再帰プログラムと呼ぶ。一般的に再帰アルゴリズムは一部の局所的なプログラムで大きな計算を簡潔に進めることができる。

4. 正多角形による空間充填

建築デザインにおいて、まず考案したのが正多角形による空間充填である。空間充填とは、空間内を図形で隙間なく埋め尽くす作業である。ある物体の表面にタイルを貼っていく事に似ている。つまり、建築物の表面を正多角形(正三角形, 正四角形, 正六角形)で隙間なく埋める作業をプログラミングする。そのアルゴリズムは次の(1)から(4)の操作を再帰的に繰り返すことである。

- (1) 単位円を利用し、正多角形を作成する。
- (2) 任意の頂点を選び、回転の中心とし、多角形を回転させる。回転の軌跡に図形を配置する。
- (3) 既に配置してある場所や面の外へ到り着くと多角形を配置せず回転の中心である頂点を、反時計回りに一つずらして回転を再開する。
- (4) 全ての頂点で回転できなくなると、一つ前の図形に着目し(2)(3)を実行する。

以上のアルゴリズムを元に作成したプログラムの内容を次に示す。

(操作1) 正多角形の作成

面上に正多角形を作成する方法はいくつかあるが、ここでは単位円上の隣接する点が全て等間隔であるような点を取り、繋ぐことで正多角形を作成する。正n角形を作成する場合のx,y,z座標はそれぞれ式(1)、式(2)、式(3)で計算できる。lには0から(n-1)が入る。

$$x[l][0] = \cos(((360/n) * l)/180 * \pi) \quad (1)$$

$$y[l][0] = \sin(((360/n) * l)/180 * \pi) \quad (2)$$

$$z[l][0] = 0 \quad (3)$$

例としてn=3のとき計算して出た値と三角形の座標(式(4))は(式(5))と対応している。

$$\begin{bmatrix} \Gamma\Gamma\Gamma\Gamma\Gamma\Gamma x\Gamma\Gamma & y\Gamma\Gamma & z\Gamma\Gamma \\ \Gamma\Gamma\Gamma\Gamma\Gamma\Gamma x\Gamma\Gamma & y\Gamma\Gamma & z\Gamma\Gamma \\ \Gamma\Gamma\Gamma\Gamma\Gamma\Gamma x\Gamma\Gamma & y\Gamma\Gamma & z\Gamma\Gamma \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} x[0][0] & y[0][0] & z[0][0] \\ x[1][0] & y[1][0] & z[1][0] \\ x[2][0] & y[2][0] & z[2][0] \end{bmatrix} \quad (5)$$

nに3と6を入力し、それぞれ三角形と六角形を作成した例が図1, 図2である。

(操作2) 正多角形の回転

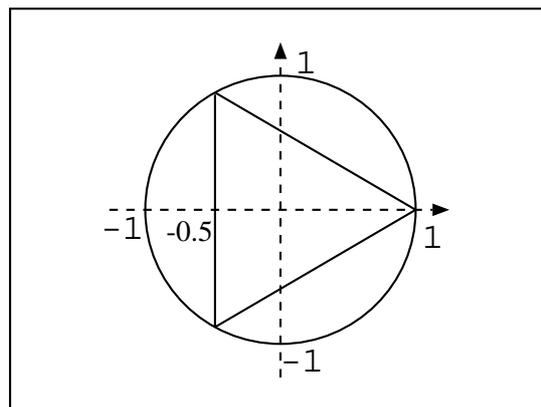


図1 三角形の作成

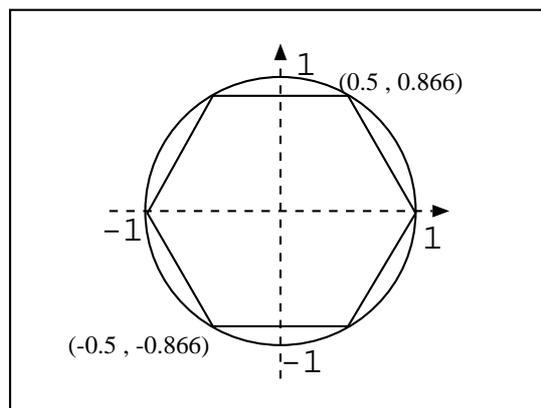


図2 六角形の作成

正多角形を作成したら、頂点のうち1つを決めて回転の中心とする。正多角形の平面充填においては、正多角形の内角を回転の角度として回転する。回転していく図形の跡が残るように、プログラム上では、コピーと回転を繰り返している。計算方法は式(1)、式(2)、式(3)で求めた多角形の座標に式(7)をかけることである。その式が式(8)である。式(6)においてsは多角形の回転角とする。つまり空間充填を行うためには、三角形はs=30°、四角形はs=90°、六角形はs=120°とする。

$$rad = (s/180) * \pi \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \cos(rad) & -\sin(rad) & 0 \\ \sin(rad) & \cos(rad) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} x[0][0] & y[0][0] & z[0][0] \\ x[1][0] & y[1][0] & z[1][0] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x[n][0] & y[n][0] & z[n][0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(rad) & \sin(rad) & 0 \\ -\sin(rad) & \cos(rad) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

(操作3) 回転の中心の変更

一度図形を置いた位置の座標をリストに入れて記憶する。そして、正多角形を回転した位置に置く度に、リストに入っている過去の座標データと比較して、そのデータの中に新たに置く位置の座標がないかどうかを確かめる。このこと

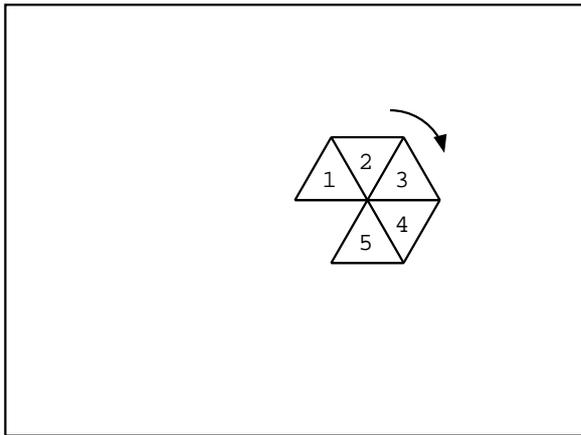


図 3 正三角形が回転する様子

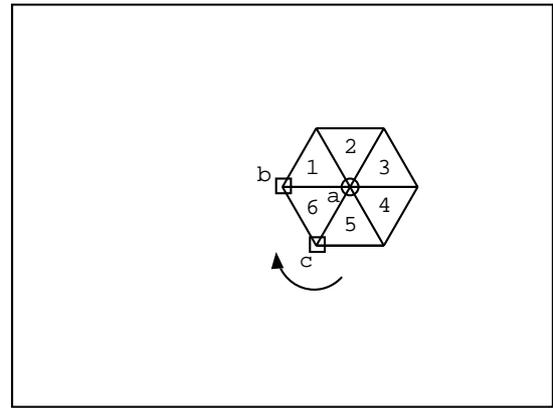


図 5 回転の中心変更2

により 同じ図形同士が重なることを防ぐことができる. 正多角形を置く場所の座標データがリストの中にある座標データと一致した場合, そこに正多角形を配置することなく, 回転の中心の変更をする.

図 4 において 5 番の三角形に注目する. はじめに回転の中心となっている頂点を点 a とし, 点 a から反時計回りに点 b, 点 c とする.

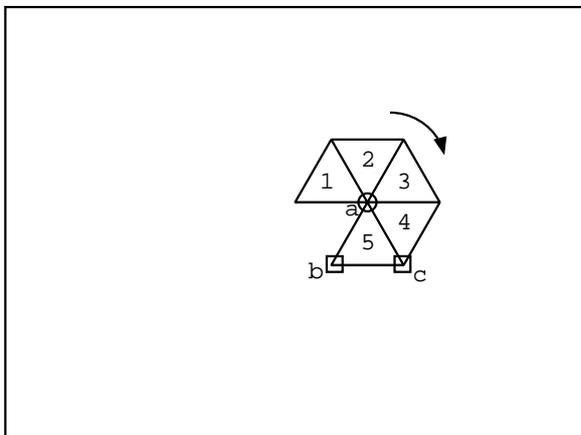


図 4 回転の中心変更1

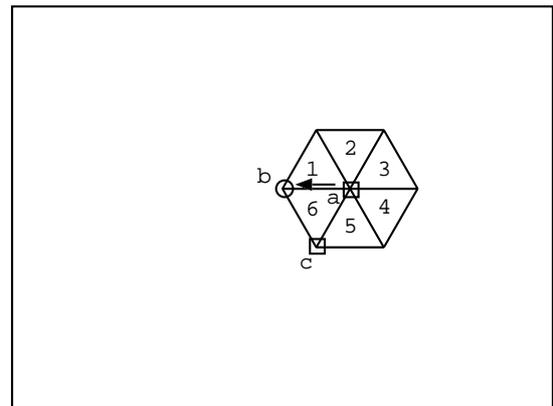


図 6 回転の中心変更3

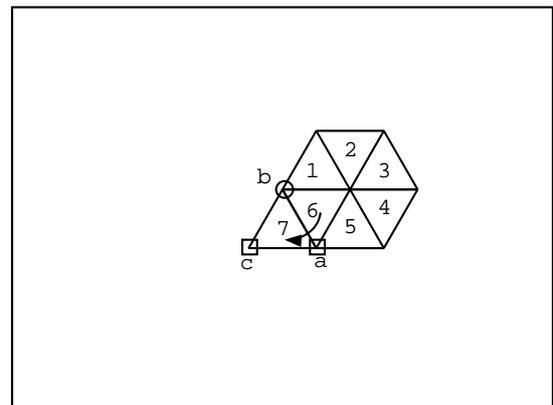


図 7 回転の中心変更4

図 5 において 5 番の三角形が回転し, 6 番の位置に移動する. 次に点 a を中心に回転すると 1 番の三角形と重なってしまうので, 回転が止まる.

そこで図 6 のように, 回転の中心を回転の方向と逆である反時計回りに一つ隣りの頂点へずらす.

図 7 において, 回転の中心が点 b になったことにより, 7 番の位置に三角形を置くことができるので回転が再開する.

正多角形の回転で使った式(8)において, 左辺の x 行列の各行に上から a, b, c... とつける.

$$\begin{bmatrix} x[0][0] & y[0][0] & z[0][0]...a \\ x[1][0] & y[1][0] & z[1][0]...b \\ x[2][0] & y[2][0] & z[2][0]...c \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x[n][0] & y[n][0] & z[n][0] \end{bmatrix} \quad (9)$$

回転の中心の変更をすることは, 式(9)における a, b, c... を入れ替えることと同義である. したがって, 回転の中心の変更を一度行ったときの新たな回転の式は式(10)である.

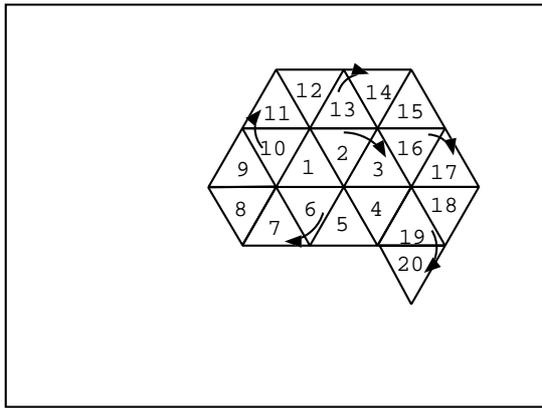


図 8 回転の中心変更5

$$\begin{bmatrix} x[1][0] & y[1][0] & z[1][0] \\ x[2][0] & y[2][0] & z[2][0] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x[n][0] & y[n][0] & z[n][0] \\ x[0][0] & y[0][0] & z[0][0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(rad) & \sin(rad) & 0 \\ -\sin(rad) & \cos(rad) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

(操作4) 着目する正多角形の変更

面の端などにおいて、回転の中心を変更しても正多角形を配置できない場合は、一つ前に配置した正多角形に着目し(操作2)と(操作3)を行う。正三角形による平面充填の例である図7においては、17番の三角形で回転できなくなったので17番の三角形に着目して回転を再開している。

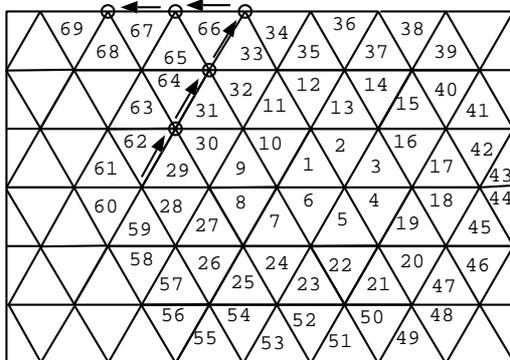


図 9 着目図形の変更

5. 曲面への貼り付け

(1) から (4) に示したことをプログラミングし実行することで、図 10 のように平面上に正多角形を敷き詰める平面充填が完成する。

この平面充填を、建築物を想定した2次曲面へと応用する [4]。2次曲面とは、2次多項式によって表現される代数曲面であり、式(11)で表される。

$$ax^2+by^2+cz^2+d+2eyz+2gxy+2hx+2iy+2jz=0 \quad (11)$$

2次曲面には、楕円面、一葉双曲面、二葉双曲面、楕円放物面、楕円錐面、双曲放物面、楕円柱面、双曲柱面、放物柱面

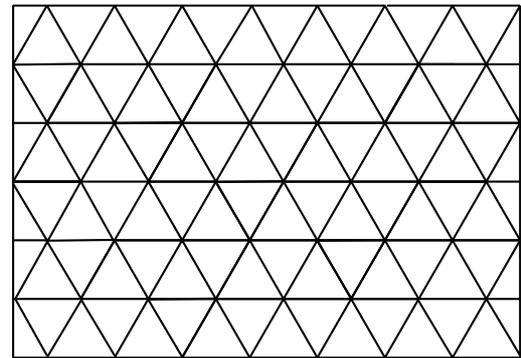


図 10 正三角形による平面充填

の9種類がある。これらの式をプログラムに入力し、正多角形を貼り付けることで2次曲面に対する正多角形の空間充填が完成する。

6. 建築デザインの生成

平面充填の実行結果が図 11, 図 12, 図 13 である。

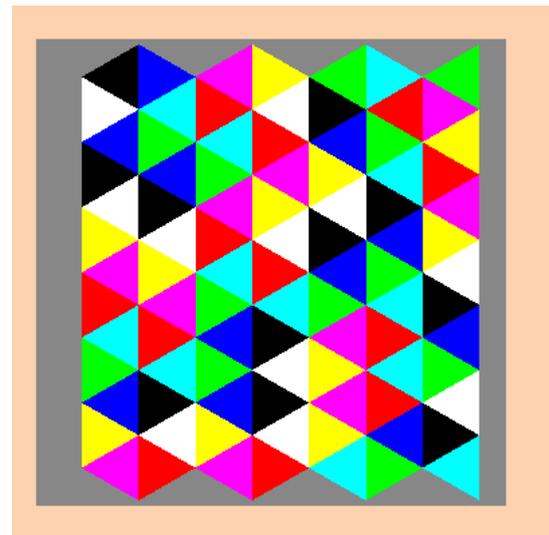


図 11 正三角形による平面充填

図 14, 図 15 は曲面に対する空間充填の実行結果である。

4. で示したプログラムを利用して、用意された面に正三角形, 正四角形, 正六角形を隙間なく貼り付けることができた。そこで更に、上記の3つの図形だけでなく他の図形を使ったデザインを作る。空間充填でなく、隙間をつくりながらも規則的に図形を並べられれば、デザインの幅がより増える。正多角形の頂点の数と、図形を回転させる角度を入力し自由に決めることで上記3つの正多角形以外の正多角形を規則的に回転させたデザインを作成する。図 16 は正十二角形と一葉双曲面を用いたデザインである。図 17 は正十二角形と楕円面を用いたデザインである。

7. おわりに

三角形, 四角形, 六角形を隙間なく並べる空間充填のデザ

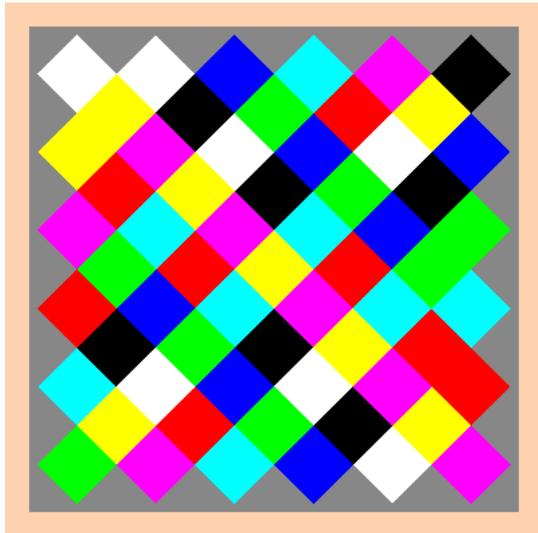


図 12 正四角形による平面充填

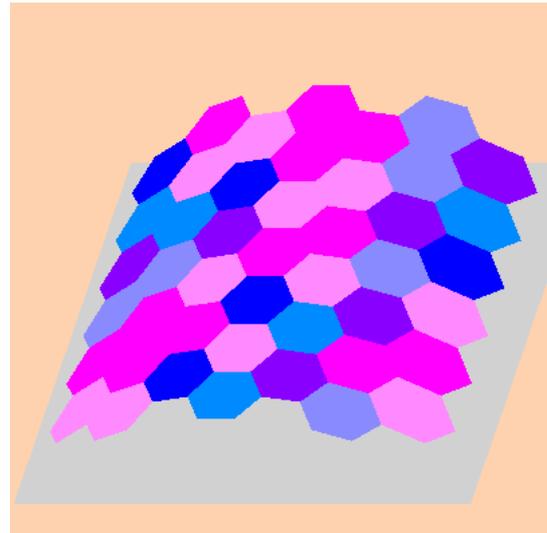


図 15 曲面への正六角形による空間充填

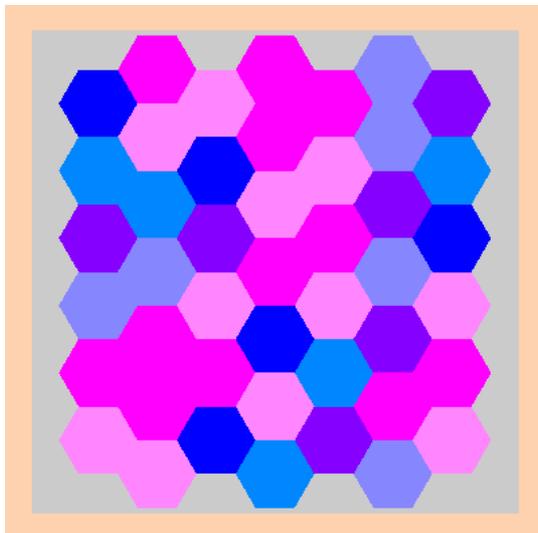


図 13 正六角形による平面充填

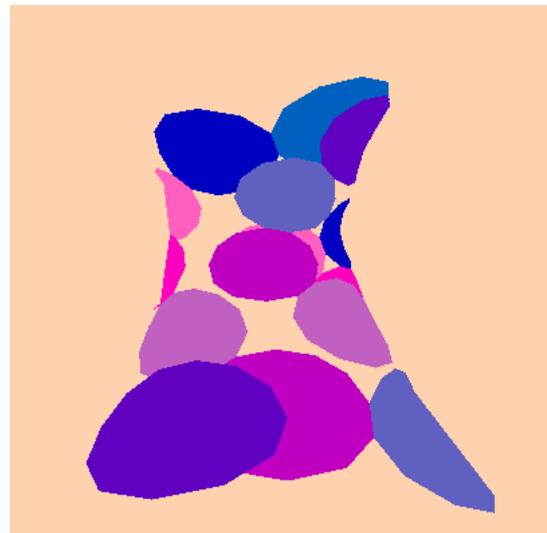


図 16 空間充填でないデザイン1

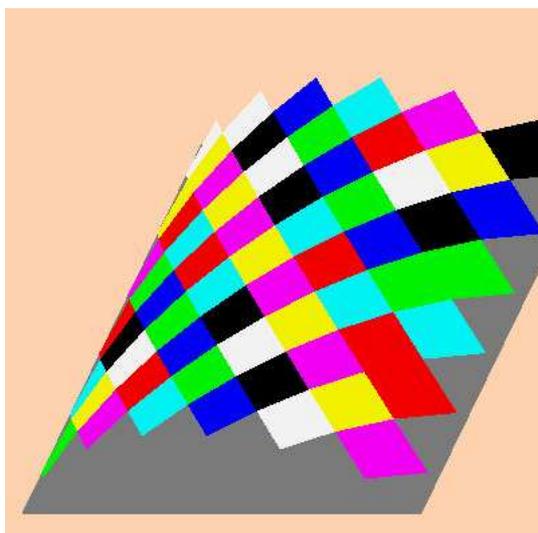


図 14 曲面への正四角形による空間充填

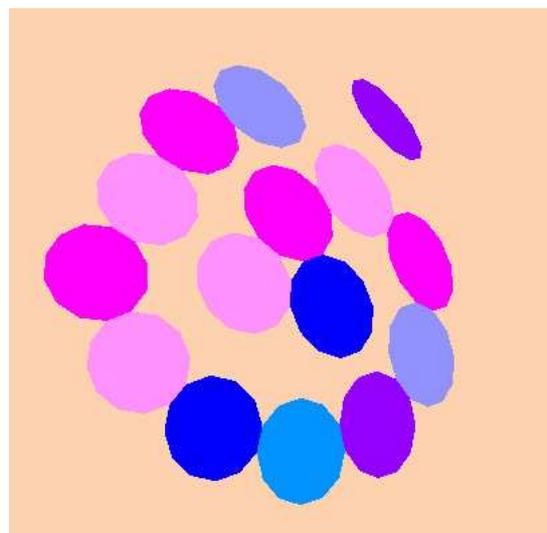


図 17 空間充填でないデザイン2

インと, 正多角形を規則正しく配置したデザインを, 再帰アルゴリズムを用いてどんな形状のものにでも貼り付けるプログラムを提案した.

参考文献

- [1] CG-ART 協会: コンピュータグラフィックス (2004)
- [2] 建築+情報技術=: 5月号, pp.2-24, 建築ジャーナル (2019)
- [3] 平田富夫: アルゴリズムとデータ構造, 森北出版株式会社 (2002)
- [4] A. グレイ, 曲線と曲面の微分幾何, トッパン (1996)