データベースシステム　104－24
（１９９５．　７．　１９）

制約を導入した時区間代数

天笠 俊之 †　　田頭 利規 †　　金森 吉成 †　　増永 良文 ††

† 群馬大学工学部情報工学科　　†† 図書館情報大学

時区間代数では，時区間を実時区間と空時区間とに区分し，それらを組み合わせた複合時区間によって，事象全体の履歴を表現する．本論文では，時区間代数の拡張として，複合時区間の時間的関係を定義し，これが持つ代数的性質を導いた．この時間的関係は，実時区間だけでなく空時区間の関係も扱うことができる．すなわち，事象の休止を制約の対象にすることができるので，実世界に存在する複雑な制約関係を明快に記述することができる．制約が記述されていれば，無効な問い合わせを前処理によって拒否することができる．また，この関係が持つ代数的性質により，時区間代数の種々の演算を効率的に行なうことができる．

Temporal Interval Algebra under Introduction of Constraints

Toshiyuki Amagasa †　　Toshimi Tagashira †　　Yoshinari Kanamori †
Yoshifumi Masunaga ††

† Department of Computer Science, Gunma University
†† University of Library and Information Science

In the temporal interval algebra, we classify the time intervals into real and null ones. We define composite intervals which consists of real and null ones. In this paper, we introduce the definition of the binary temporal relations between composite intervals in order to extend the algebra, and show its algebraic features. The extention can handle the constraint relationship between not only real intervals, but also null ones. Accordingly, we can lucidly describe complex constraints in the real world. Under constraints, invalid inquiries can be rejected at the stage of its preprocessings, and the operations of the temporal interval algebra can be efficiently executed.

1 はじめに

実世界に存在する事象にはさまざまな時間的制約が存在する.

例えば，実世界として医療症例を対象にして見ると，かなり複雑な時間構造が存在する．図1において横軸は時間を，縦軸は患者のデータ (例えば血糖値など) を表している．グラフの上方にある帯は患者の治療に用いた薬の投薬履歴である．この図から，患者の下がりはじめた血糖値を投薬によって元の水準まで戻すことができた，ということが読み取れる.

さらに，別の例を挙げると，慢性疾患の治療では，ある治療を定期的に繰り返して行うことがある．図2では，1セット20日の治療を10日おきに3回繰り返している．治療に使用した薬はA～Fの6種類である．個々の治療において，患者に投薬される薬の種類と投薬される時間は決まっている．例えばAとBとCは同時に使用されている．一方，EはABCが投薬された一定時間後に投薬が開始され，1セット終了まで使用される．FはABCの投薬終了直後に使用される．また薬の種類によっては，同時に使用できない薬がある.

このように，実世界には時間的に種々の制約構造を持った事象が存在する．これを正確にモデル化するには，事象間の時間的制約を記述する能力が不可欠である.

著者らは，前回の発表 [1] において，複雑な時間的構造を持った実世界をモデル化するために，事象の存在した期間を時区間 (time interval) を用いて表現した．さらに，時区間を事象の存在を表す実時区間 (real interval) と，事象の休止を表す空時区間 (null interval) とに区分し，これらを組み合わせて，事象全体の履歴を表現する複合時区間 (composite interval) を定義した．この複合時区間に対して問い合わせを行なうための代数系として，時区間代数 (temporal interval algebra) を考案した．時区間代数では，事象を対象に種々の演算を施すことによって，複雑な質問を容易に記述することができる．しかし，上の例に挙げたような事象間の意味的関連を定義していなかったので，事象間の制約を記述することができなかった.

そこで，本研究では，事象間の意味的関連を表現するために時区間代数を拡張し，複合時区間の時間的関係を記述できるようにした.

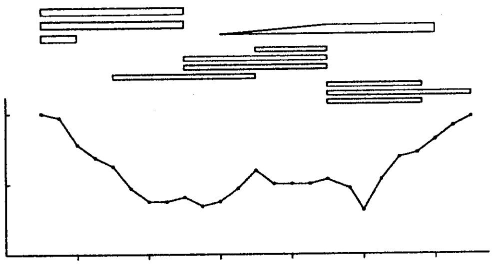

図 1: 医療症例

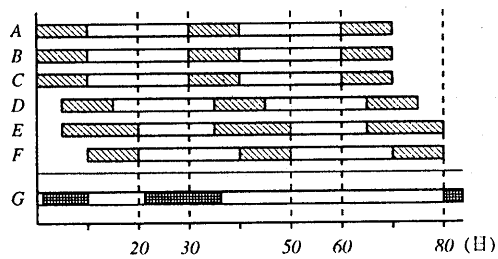

図 2: 慢性疾患の治療の例

2 時区間代数の概要

2.1 時区間および複合時区間の定義

時区間代数では，ある事象の履歴を表現するために時区間を用いる.

[定義 1] 時区間は開始時刻 (start time) t_s と終了時刻 (end time) t_e を持った時間軸上の閉区間であり，次のように表される.

$$(t_s, t_e)$$

Allen[2] は2つの時区間の間に13種の時間的関係 (temporal relation) が定義できることを示した．表1は時区間 t と u の間に存在する時間的関係である． *equals*を除く12種類の時間的関係には逆関係もある．表には片方のみの6種類を示してある.

t equals u	$t_s = u_s$ and $t_e = u_e$
t before u	$t_e < u_s$
t during u	$u_s < t_s$ and $t_e < u_e$
t overlaps u	$t_s < u_s < u_e$ and $u_s < t_e < u_e$
t meets u	$t_e = u_s$
t starts u	$t_s = u_s$ and $t_e < u_e$
t finishes u	$t_e = u_e$ and $u_s < t_s$

表 1: 時間的関係

時区間代数では，「事象の存在」を表す実時区間と「事象の休止」を表す空時区間を導入した．

[定義 2] t_s、t_e を時刻とし，I を事象名 (時区間識別子) とする．このとき実時区間を，

$$(t_s, t_e | I)$$

空時区間を，

$$(t_s, t_e)$$

と表す．

実時区間と空時区間を組み合わせて，ある事象全体の履歴を表現することができる．これを複合時区間と呼ぶ．

[定義 3] r_i を $(rs_i, re_i|\mathrm{C})$ で定義される実時区間，n_i を (ns_i, ne_i) で定義される空時区間とする $(1 \le i \le j)$．事象 C の履歴を表す複合時区間は次のように表される．

$$C \equiv \{r_1, n_1, r_2, n_2, \ldots, r_i, n_i, \ldots, n_{j-1}, r_j\}$$

複合時区間は，時間的順序を構造として持った時区間の集合 (collection) である．これを「収集」と呼ぶことにする．以下，大文字で複合時区間，小文字で時区間を表すことにする．

2.2 時区間代数の演算

時区間代数では，複合時区間に関する問い合わせを行なうために，実時区間および空時区間を対象とする 11 種類の単項演算を定義した．

Leban 等 [3] は，カレンダーを対象に区間の収集を扱う dicing と slicing を定義した．時区間代数でも dicing と slicing を用いて複合時区間に対する操作を行なう．

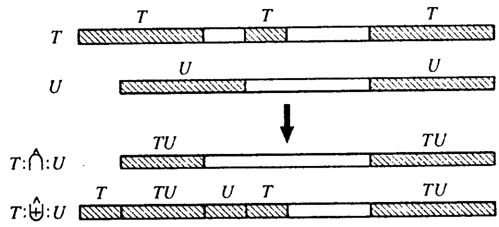

図 3: 拡張共通演算と拡張被覆演算

また，時区間代数では実時区間，空時区間の共通演算と被覆演算をとるために，時区間識別子を考慮に入れた拡張共通演算 ($\hat{\cap}$) と拡張被覆演算 ($\hat{\uplus}$) を定義した (具体的な定義については [1] を参照)．

dicing を用いて複合時区間 T と U の拡張共通演算を取ることによって，T と U の実時区間が同時に存在している期間を表す複合時区間を求めることができる．同様にして，拡張被覆演算をとることによって，T か U に存在する実時区間の和を取った複合時区間を求めることができる．拡張共通演算と拡張被覆演算の例を図 3に示す．

3 複合時区間の時間的関係

3.1 複合時区間の時間的関係の定義

まず，いくつかの演算を定義する．T を複合時区間とし，$real(t)$ と $null(t)$ は，時区間 t がそれぞれ実時区間，空時区間であるとき真を返す関数であるとする．

[定義 4]

$$T : real \equiv \{t \mid t \in T \wedge real(t)\}$$
$$T : null \equiv \{t \mid t \in T \wedge null(t)\}$$

[定義 5]

$$T[i] \equiv i/(T : real)$$
$$\overline{T}[i] \equiv i/(T : null)$$

すなわち，$T[i]$ は T に含まれる i 番目の実時区間を，$\overline{T}[i]$ は T に含まれる i 番目の空時区間を表す．

以下に，複合時区間の時間的関係の定義を示す．ただし，T, U を複合時区間とし，T に含まれる実時区間の数は m，U に含まれる実時区間の数は n であるとする．tr は時間的関係である．

[定義 6]

- $T\ tr\ U$, if $\forall i(1 \leq i \leq m), \exists j(1 \leq j \leq n)$, $T[i]\ tr\ U[j]$
- $T\ tr\ \overline{U}$, if $\forall i(1 \leq i \leq m), \exists j(1 \leq j \leq n-1)$, $T[i]\ tr\ \overline{U}[j]$
- $\overline{T}\ tr\ U$, if $\forall i(1 \leq i \leq m-1), \exists j(1 \leq j \leq n)$, $\overline{T}[i]\ tr\ U[j]$
- $\overline{T}\ tr\ \overline{U}$, if $\forall i(1 \leq i \leq m-1), \exists j(1 \leq j \leq n-1)$, $\overline{T}[i]\ tr\ \overline{U}[j]$

[定義 7]

- T *strictly* $tr\ U$ if, $\forall i(1 \leq i \leq m), \exists U[i]$, $T[i]\ tr\ U[i]$
- T *strictly* $tr\ \overline{U}$ if, $\forall i(1 \leq i \leq m), \exists \overline{U}[i]$, $T[i]\ tr\ \overline{U}[i]$
- $\overline{T}$ *strictly* $tr\ U$ if, $\forall i(1 \leq i \leq m-1), \exists U[i]$, $\overline{T}[i]\ tr\ U[i]$
- $\overline{T}$ *strictly* $tr\ \overline{U}$ if, $\forall i(1 \leq i \leq m-1), \exists \overline{U}[i]$, $\overline{T}[i]\ tr\ \overline{U}[i]$

複合時区間 T, U の間の時間的関係の例を示す．

- $T\ tr\ U$ の場合 (図 4)
  - T *meets* U
  - T *during* $\overline{U}$
  - T *before* U
- T *strictly* $tr\ U$ の場合 (図 5)
  - T *strictly meets* U
  - T *strictly during* $\overline{U}$
  - T *strictly before* U

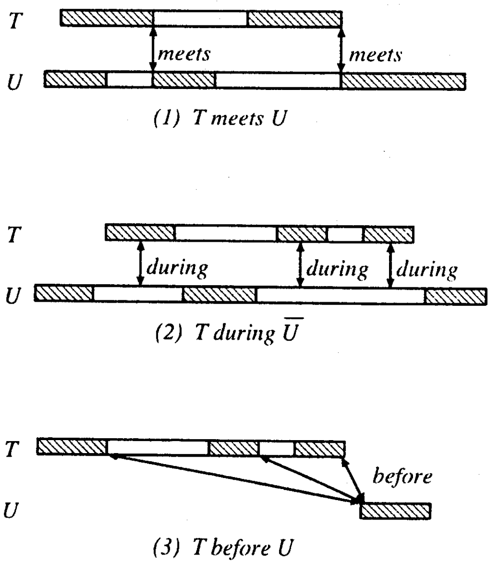

図 4: $T\ tr\ U$ の例

図 4と図 5の対応する演算の図を見ると，*strictly* のついた時間的関係の方が，これのついていない時間的関係よりも強い制約になっていることが分かる．特に図 4(3) と図 5(3) は極端な例で，T *before* U が，T の最後の実時区間よりも後ろに U の実時区間が一つでも存在すれば良いという緩い制約なのに対し，T *strictly before* U では，T の各々の実時区間に対して U の実時区間が対応するという強い制約になっている．

従来の時間的関係は，Allen の時間的関係およびその拡張を含めて，全て，事象の「存在」している期間，すなわち実時区間の間の関係を扱っていた．これに対して本研究では複合時区間相互の時間的関係を対象としている．それが本研究の特徴である．

すなわち，複合時区間を関係の対象にすることで，事象の「存在」だけでなく，事象の「休止」も関係の対象にすることができる．これによって，より表現能力を拡張することができる．例えば「事象 T は事象 U が休止している間でなければ存在できない」という制約を考えることができる．

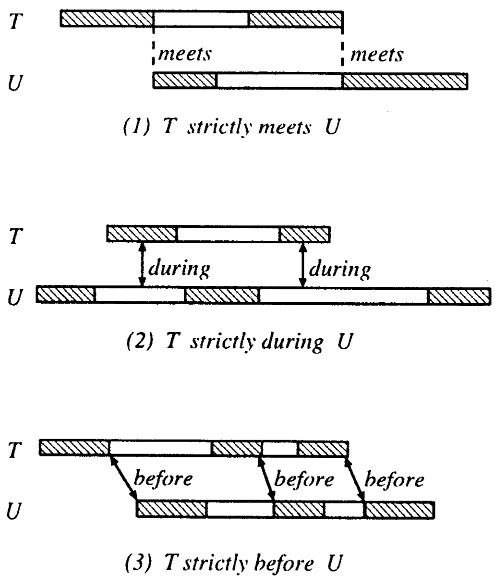

図 5: T *strictly tr* U の例

空時区間を直接の対象とすることができないLadkinの時間的関係 [4] でも，「U の休止」を表す時区間を作ることによって，上の制約を表すことができる (図 6)．しかし，事象 U 自体が他の事象と何らかの関係を持つ場合，「U の存在」と「U の休止」を表す別個の時区間を作らなければならない．しかも，「U の存在」と「U の休止」は互いに *meets*の関係にあるので，その制約も記述する必要がある．

これに対して，本研究の時区間代数では「U の休止」を複合時区間 U の空時区間として表現することができるので，上のような間接的な記述ではなく，T *during* $\overline{U}$ のように，直接「U の休止」と他の事象の関係を陽に表すことができる (図 4(2))．

3.2 複合時区間の時間的関係が持つ性質

Allen は時間的関係の推移性について触れている．時区間 t, u, v の間に，t tr_1 u, u tr_2 v なる時間的関係があるとき，t と v がどのような時間的関係を持つかを研究した [2].

ここでは，複合時区間 T, U, V の間に T tr_1 U, U tr_2 V なる関係があるとき，T と V が持つ時間的関係について述べる．ただし，以下では逆関係を持つ時間的関係については，片方のみを取り上げる．また，時間的関係の対象として実時区間のみを取り上げるが，複合時区間の先頭と末尾にある実時区間を無視してしまえば，空時区間も実時区間と同様に扱うことができる．従って，T, U, V を $\overline{T}, \overline{U}, \overline{V}$ とし，t, u, v を $\overline{T}, \overline{U}, \overline{V}$ に含まれる空時区間，と置き換えることができる．

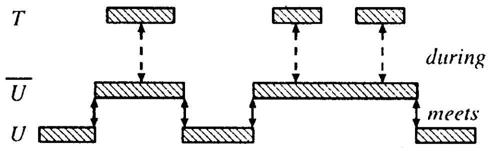

図 6: 空時区間を定義していない場合

[定理 1] T, U, Vを複合時区間とし，t, u, v をそれぞれ T, U, V に含まれる実時区間とする．tr_1, tr_2, tr_3 を時間的関係とする．

任意の実時区間 t, u, v に関して t tr_1 u, u tr_2 v が成り立つとき，t tr_3 v が一意に決まるなら，複合時区間 T, U, V は次の関係を持つ．

$$(T\ tr_1\ U) \text{ and } (U\ tr_2\ V)$$

なら，

$$T\ tr_3\ V$$

$$(T\ strictly\ tr_1\ U) \text{ and } (U\ strictly\ tr_2\ V)$$

なら，

$$T\ strictly\ tr_3\ V$$

(証明) 定義より，T に含まれる任意の実時区間 t に対して，t tr_1 u を満たす U の実時区間 u が存在する．同様に u tr_2 v を満たす V の実時区間 v が存在する．時間的関係が *strictly*の場合は $T[i]$ に対して $U[i]$ が，$U[i]$ に対して $V[i]$ が対応する．このとき，t tr_3 v が成り立つので，T の任意の実時区間 t に対して t tr_3 v を満たす V の実時区間 v が存在する．よって，定義を満たす． □

$tr_1 \setminus tr_2$	b	d	o	m	s	f	e
(b)efore	b		b	b	b		b
(d)uring	b	d		b	d	d	d
(o)verlaps	b			b	o		o
(m)eets	b		b	b	m		m
(s)tarts	b	d		b	s	d	s
(f)inishes	b	d		m	d	f	f
(e)quals	b	d	o	m	s	f	e

表 2: 時間的関係の推移性

このような条件を満たす時区間の一覧を表2に示す．表はT, U, Vが$T\ tr_1\ U$, $U\ tr_2\ V$を満たすとき，TとVが持つ関係tr_3を表している．

二つの複合時区間が，ある時間的関係trを条件付きで満たすなら，それから強い関係 *strictly* trを導くことができる．

[定理 2] trが *meets*, *overlaps*, *starts*, *finishes*のいずれかであるとき，

$$(T\ tr\ U) \text{ and } (U\ tr^{-1}\ T)$$

を満たすなら，

$$T \textit{ strictly } tr\ U$$

である．

(証明) 定義より，Tに含まれる任意の実時区間tに対して，$t\ tr\ u$を満たすUの実時区間uが存在する．このとき，tを決めればuが一つに定まり，uを決めればtが一つに定まることを示す．

上に挙げた時間的関係は，それを満たす時区間が含まなければならない時間を，範囲でなく点として決定する．例えば，t *meets* uならtの終了点とuの開始点が等しくなければならない．t *overlaps* uなら，tの終了点をuが含まなければならないし，uの開始をtが含まなければならない．他の時間的関係の場合も同様に示すことができる．

ところで，ある点を含むような区間は，同時に二つ以上存在することはない．従って，$T\ tr\ U$において$t\ tr\ u$を満たす時区間を一意に定めることができる．

$U\ tr^{-1}\ T$の場合も同様に，$u\ tr^{-1}\ t$を満たす時区間を一意に定めることができる．従って，TとUが含む実時区間の間に一対一対応が付くので，*strictly* trの定義を満たす．□

4 制約の応用

実際にどのように事象間の制約を記述し，どのような問い合わせを行なうかを，医療分野を例に説明する (図 2参照).

4.1 制約の記述

図において，AからFは患者に与えられる薬の種類を示している．帯のうち，斜線部分が実際に投薬される期間である．

Gは薬Fを与えるのに使用される機械の利用スケジュールであり，斜線部分は，他の患者がその機械を使用するために薬Fを与えることができない．

この制約は次のように記述することができる．

```
define A strictly equals B;
define B strictly equals C;
define C strictly overlaps D;
define C strictly overlaps E;
define C strictly meets F;
define D strictly starts E;
define D strictly overlaps F;
define E strictly finished-by F;
define F during ~G;
```

A *strictly equals* Cは明示せずとも，定理1から求めることができる．
(A, B) *strictly overlaps* D, (A, B, C) *strictly overlaps* E, (A, B) *strictly meets* Fも同様である．ここで，

```
define F during ~G;
```

の定義において "~G" は "$\overline{G}$" の意味である．

4.2 時区間代数の演算への応用

複合時区間の時間的制約関係があらかじめ与えられていると，演算の手間を省くことができる．

例えば，$A \hat{\cap} F$, $B \hat{\cap} F$, $C \hat{\cap} F$, $F \hat{\cap} G$は，制約から各々の実時区間に共通部分がない

$tr \diagdown$ op	$t \cap u$	$t \uplus u$
before	ϵ	ϵ
meets	ϵ	(t_s, u_e)
overlaps	(u_s, t_e)	(t_s, u_e)
during	(t_s, t_e)	(u_s, u_e)
starts	(t_s, t_e)	(u_s, u_e)
finishes	(t_s, t_e)	(u_s, u_e)
equals	(t_s, t_e)	(u_s, u_e)

表 3: 時間的制約関係が与えられている場合の演算

ことが分かるので，実際に計算を行なう必要がない．

また，ある時区間の時間的関係が分かっていれば，その共通演算や被覆演算は容易に求めることができる．すなわち，時区間 t, u の間に t tr u なる関係があれば，その共通演算，被覆演算は表3のようなテーブルを用意しておけば，それを見ることによって答えを求めることができる．この場合，時区間のそれぞれの端点の時刻を比較する必要がない．

複合時区間が *strictly* な時間的関係を持っている場合，それぞれの時区間は，対応する位置にある時区間と時間的関係を持つ．つまり，T *strictly* tr U なら，$T[i]$ *strictly* tr $U[i]$ であることが分かっているので，その区間に関しては，端点の比較をする必要がない．よって，その分の計算量を減らすことができる．

4.3 問い合わせにおける制約の応用

例えば「A と同時に存在している期間があるのはどれか？」という質問を考える．前発表の時区間代数では，A と他の複合時区間の共通部分を求める処理を繰り返すことによって，答えを得ることができる．この例の場合，$A \hat{\cap} F = \epsilon$ で，他は ϵ にならないので，「F 以外の全ての複合時区間」が質問の答えである．しかし，この方法は対象となる複合時区間の数が大きいと，現実的な解法とはいえない．この場合，制約が前もって記述されていれば，それを調べることによって，容易に答えを得ることができる．

上記の質問では答えを出すことができたが，従来の時区間代数では答えを出すことができない質問もある．「A の全ての実時区間に関して，かならず共通部分を持つのはどれか？」という質問を考える．この場合，A にある全ての実時区間と共通部分があるかどうかを調べなければならない．しかし，拡張共通演算 ($\hat{\cap}$) では，実時区間の共通部分を求めることはできるが，それが全ての共通部分であるかどうかを判断することができない．それ故，このような答えを求めることはできない．これに対し，事象間の時間的制約が記述されていれば，それを調べることによって，答えを求めることができる．

このように，問い合わせがあった場合，まず制約関係を調べて，要求される演算に解があるのかどうかを調べることができる．すなわち，制約を無視した問い合わせは，演算を行なう前に拒否することができる．

4.4 一貫性制約としての応用

4.1節で定義した制約の元で，F の新しい投薬プラン (newplan) をデータベースに追加することを考える．

```
add newplan to F;
```

この場合，newplan の正当性は次のようなコードでチェックすることができる．

```
if during(append(F, newplan), ~G) != true
then begin
        warning(); /* ユーザへの警告 */
        abort();
end else
        commit();
endif;
```

5 関連する研究

これまで，マルチメディアや知識表現など多くの分野で，Allen の示した時間的関係の適用範囲を広げようとする研究が行なわれて来た．

Little 等 [5] は，Allen の定義した 13 種の 2 項関係を n 時区間 (n temporal interval) 間の n 列の時間的関係 (n-ary temporal relation) に拡張した．n 時区間は，n 個の区間から成る時区間の収集である．n 列の時間的関係の例を図7に示す．n 列の時間的関係は，データベース上

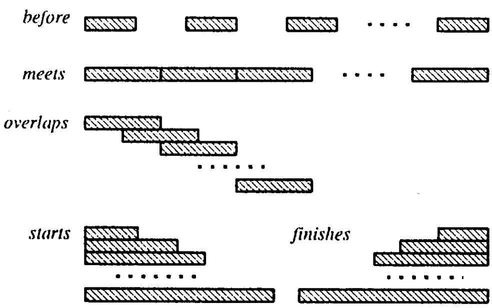

図 7: n 列の時間的関係

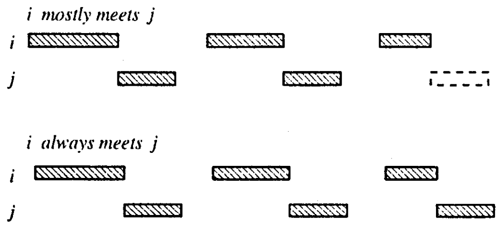

図 8: 凸区間の和の間の関係

のマルチメディアデータの同期問題に利用される.

Little 等の研究は，実時区間を対象としたスケジューリングである．空時区間や複合時区間に関しては，全く検討されていない．

Ladkin は [4] において非凸区間，すなわち，ここでいう複合時区間の間の時間的関係は，それを構成している凸区間の数が定まらなければ数え上げが不可能であることを示した．そこで，非凸区間に含まれる凸区間の数に関係せずに導かれる性質を抽出し，*functor* としてまとめた．functor によって，凸区間 (*convex interval*) の間に定義される時間的関係を凸区間の和 (*unions of convex intervals*) の間の関係にまで一般化することができた．functor は mostly, always, partially, sometimes, disjunction から成る．凸区間の和の間の関係の例を図 8に示す．

Ladkin の研究は，従来，区間の間に定義されていた時間的関係を，区間の収集に適用しようとしている点において本研究と類似している．しかし，事象の休止や複合時区間については研究されていない．

6 おわりに

本論文では，時区間代数において定義された複合時区間の時間的関係を定義した．また，その時間的関係が推移性を持つこと，*strictly tr* なる時間的関係が一般の時間的関係から導くことができることを示した．

今後の課題として，具体的な実例をより詳しく調査し，このモデルが持つ表現能力を検討することが考えられる．

謝辞

この研究を進めるに当たり御討論頂いた福田紀彦氏に感謝致します．

参考文献

[1] 福田紀彦, 天笠俊之, 金森吉成, 増永良文. "時区間に基づく拡張時間データモデル". In *Proc. of Advanced Database System Symposium '94 (Tokyo, Japan)*, pp. 175-184, Dec. 1994.

[2] J. F. Allen. "Maintaining Knowledge about Temporal Intervals". *Communications of the ACM*, Vol. 26, pp. 832-843, Nov. 1983.

[3] B. Leban, D. McDonald, and D. Forster. "A Representation for Collections of Temporal Intervals". In *Proc. of the AAAI-1986 5th Int. Conf. on Artificial Intelligence*, pp. 367-371, 1986.

[4] P. Ladkin. "Time Representation: A Taxonomy of Interval Relations". In *Proc. of the National conference on Artificial Intelligence*, pp. 360-366, 1986.

[5] T. D. C. Little and A. Ghafoor. "Interval-Based Conceptual Models for Time-Dependent Multimedia Data". *IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering*, Vol. 5, No. 4, pp. 551-563, Aug. 1993.

[6] R. Chandra, A. Segev, and M. Stonebraker. "Implementing Calendars and Temporal Rules in Next Generation Databases". In *Proc., Tenth International Conference on Data Enfineering*, pp. 264-273, Feb. 1994.