

サッカーの戦術における数理的考察とシミュレーション

堀之内 あゆ^{†1,a)} 浅本 紀子^{†2}

概要: サッカーの戦術の有効性が、フォーメーションやプレーヤーの上手さなどのパラメータにどのように依存するのかを数理的に検証した。本研究では、サッカーの戦術で有効な攻撃パターンの1つの、サイド攻撃に注目した。コスト関数を用いて、ディフェンダーとオフエンダーの能力関係によってどのような最適な配置がみられるかを数値計算した結果、攻撃側の能力が高い場合はオフエンダー同士の距離が最も離れた位置、攻撃側の能力が低い場合はオフエンダー同士の距離が最も近い位置が最適であることがわかった。さらに、MAS (Multi Agent Simulation) を用いてオフENS 2人対ディフェンス 1人の3人プレーヤーの関係性をモデルにし、戦術の有効性を明らかにした。攻撃側のパラメータが優勢である場合に最も成功率が高く、ディフェンダーのボールを保持することができる範囲のパラメータが高い場合が最も成功率が低いことがわかった。また、戦術が成功した時の方が失敗した時よりもオフエンダーとボールを持ったプレーヤーの距離が短いことが確認できたことから、プレーヤーの能力差によらず、攻撃側の距離は近い方が戦術が成功しやすいということがわかった。

キーワード: サッカー, サイド攻撃, MAS (Multi Agent Simulation)

Mathematical research and Simulation on the Strategy of Soccer

HORINOUCHI AYU^{†1,a)} ASAMOTO NORIKO^{†2}

1. はじめに

サッカーの試合では有力な選手がいるだけで勝つことができるわけではなく、勝利につながるような有効な戦術が存在する。しかし、経験的に有効な戦術だと知られていても、その有効性は証明されていない。そこで私は、サッカーの戦術の有効性が、フォーメーションやプレーヤーの上手さなどのパラメータにどのように依存するのかを数理的に検証したいと考えた。

本研究では、サッカーの戦術で有効な攻撃パターンの1

つの、サイド攻撃に注目した。実際には、サイド攻撃は複雑なダイナミクスとなる現象だが、ここでは、ディフェンダーとオフエンダーの能力関係によってどのような最適な配置が得られるかを、コスト関数を用いて明らかにすることを試みた。(2章)。コスト関数を用いて、古くから最適施設配置等の研究が数多く行われている。[1]

さらに、オフENS 2人対ディフェンス 1人の3人のプレーヤーの関係性をモデルにして、戦術の有効性を明らかにした。(3章)。オフエンダーとディフェンダーの能力のパラメータを一つ設定して解析を行ったが、MASを用いることで、3人のプレイヤーそれぞれにルールを与えることができる。したがって、能力差だけを考慮した場合と比べて、より具体的にどのようなパラメータによって結果が左右されるかどうかを検証した。なお、シミュレーション

^{†1} 現在、お茶の水女子大学 人間文化創成科学研究科 理学専攻 情報科学コース

Presently with Ochanomizu University

^{†2} 現在、お茶の水女子大学

Presently with Ochanomizu University

a) horinouchi.ayu@is.ocha.ac.jp

の手法はMAS (Multi Agent Simulation) を用い、シミュレータは(株) 構造計画研究所の artisoc を利用する。MASとは、複数の人や生物などのエージェントに同時進行的に各々のルールを設け、お互いに相互作用を受けながら実行させるシミュレーションのことである。[3]

2. 数理的考察

2.1 コスト関数

サイド攻撃とは、攻撃側のプレーヤーが行う戦術である。図1のように、攻撃側のプレーヤーは2人で、1人がシュートを狙うオフエンダーで、もう1人はボールを持ったプレーヤーであり、ディフェンダーのいる方向に攻めていると仮定する。オフエンダーは、ボールを持ったプレーヤーからパスを受けてシュートすることが目標である。

サイド攻撃では、シュートを狙うオフエンダーとボールを持ったプレーヤーが離れているため、両方を確認するのが難しい。オフエンダーを注視するとボールを見失い、ボールを注視するとオフエンダーの動きに対応することが難しくなる。したがって、サイド攻撃においてディフェンダーは、オフエンダーとボールの異なる方向の動きに同時に対応するため、対応が難しくなると考えられる。一方、サイド攻撃にはパスの距離が伸びるという攻撃側にとってのリスクもある。



図1: オフエンダー (パスの受け手と出し手), ディフェンダーの位置関係. 2名のオフエンダーはディフェンダーから等距離1にいるとし、パスの受け手はディフェンダーの正面に固定.

サイド攻撃のコスト関数を与える (図2 参照).

$$H = (1 - K)f(\theta) + Kg(L) \quad (1)$$

ここで、 $f(\theta)$ はディフェンスのしやすさ、 $g(L)$ はパスのリスクの大きさを表す関数で、それぞれ、ディフェンスから見た攻撃者2名のなす角度 θ と、攻撃者間の距離 L の関数であるとする (図2)。また、パラメータ K ($0 \leq K \leq 1$) はこれら2つのコストの重みを調整するパラメータで、 K が大きいほどパスのリスクが大きな重みを持つので、攻撃者側の下手さを表すパラメータであると解釈できる。

ここでは、 $f(\theta) = \cos \theta$, $g(L) = L^\alpha$ と設定した。 $f(\theta)$

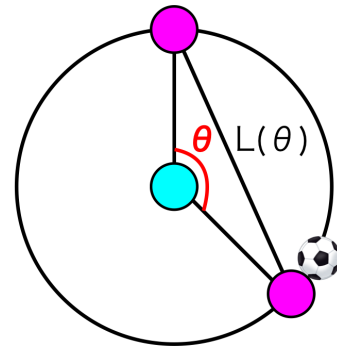


図2: コスト関数の概略.

はパスの出し手の位置によって、 $f(0) = 1$ から $f(\pi) = -1$ の値を取る。パスのリスクを表す $g(L)$ は距離 L のべき関数とし、指数 α をパラメータとして持つ。たとえば、パスのリスクがパスにかかる時間 T にのみ依存するとすれば $g(L) = T$ となる。このとき時間が L に比例すると考えると $\alpha = 1$ となる。またパスのリスクは、パスに必要なパワー P にも同時に比例すると考えると $g(L) = TP$ となる。このとき、 P も L に比例すると考えると $\alpha = 2$ となる。さらに、パスのリスクは、パスに要求される精度にも同時に比例すると考えられる。要求される精度が L に比例して増加するとすると、 $\alpha = 3$ となる。このように様々な要因によって α は決まると考えられる。本研究ではいくつかの α の値を考える。

2.2 解析結果

攻撃側にとっての最適配置を考えるために、サイド攻撃のコスト H を最小にする θ の値を求めたい。図2より、 $L = \sqrt{2(1 - \cos \theta)}$ であるから、コスト関数は以下のように書き換えられる。

$$H = (1 - K) \cos \theta + K(\sqrt{2(1 - \cos \theta)})^\alpha \quad (2)$$

α の値が1から3の値をとるとき、パスのリスクの重み K の値によって、コスト関数がどのように変化するかをみた。

2.2.1 $\alpha = 1$ の場合

パラメータ値を $\alpha = 1$, $0 \leq \theta \leq \pi$ とした。つまり、パスのリスクがパスにかかる時間 T にのみ依存する場合である。

まず、 $K = 0.1$, $K = 0.9$ の場合のコスト関数を図3に示す。 $K = 0.1$ では $\theta = \pi$ のときコストが最小になり、 $K = 0.9$ では $\theta = 0$ のときコストが最小になる。また、 H の極小を手計算によって求める。

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = \sin \theta \left((K - 1) + \frac{K}{\sqrt{2(1 - \cos \theta)}} \right) \quad (3)$$

左辺を0として計算すると、 $\theta = 0$ ($\frac{1}{2} \leq K \leq 1$), $\theta = \pi$ ($0 \leq K < \frac{1}{2}$) で極小となることがわかった。

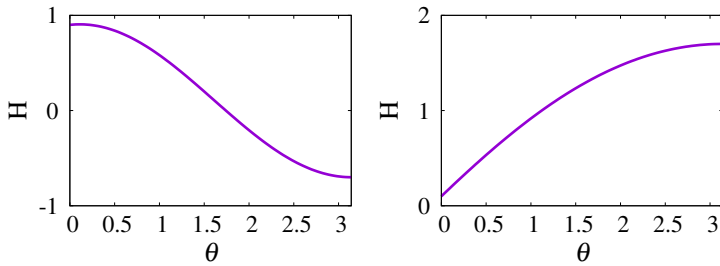


図 3: $\alpha = 1$ の場合のコスト関数. (左図) $K = 0.1$. (右図) $K = 0.9$.

2.2.2 $\alpha = 2$ の場合

次に、パラメーター値を $\alpha = 2, 0 \leq \theta \leq \pi$ とした。つまり、パスのリスクがパスにかかる時間 T とパスに必要なパワー P に依存する場合である。 $K = 0.1, K = 0.9$ の場合のコスト関数を図 4 に示す。

$\alpha = 1$ の場合と同様に、 $K = 0.1$ では $\theta = \pi$ のときコストが最小になり、 $K = 0.9$ では $\theta = 0$ のときコストが最小になった。

H の極小を手計算によって求める。

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = \sin \theta (3K - 1) \quad (4)$$

左辺を 0 として計算すると、 $\theta = 0$ ($\frac{1}{3} \leq K \leq 1$)、 $\theta = \pi$ ($0 \leq K < \frac{1}{3}$) で極小となることがわかった。

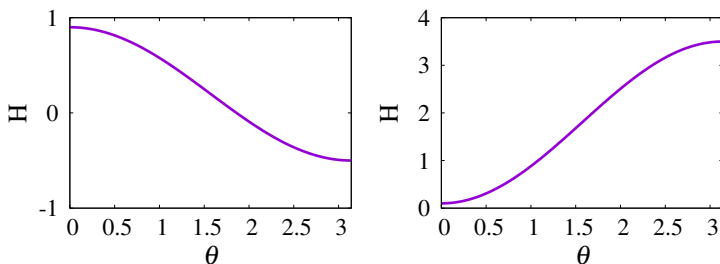


図 4: $\alpha = 2$ の場合のコスト関数. (左図) $K = 0.1$. (右図) $K = 0.9$.

2.2.3 $\alpha = 3$ の場合

次に、パラメーター値を $\alpha = 3, 0 \leq \theta \leq \pi$ とした。つまり、パスのリスクがパスにかかる時間 T 、パスに必要なパワー P 、パスに要求される精度に依存する場合である。

$\alpha = 1, \alpha = 2$ の場合と同様に、 $K = 0.1$ では $\theta = \pi$ のときコストが最小になり、 $K = 0.9$ では $\theta = 0$ のときコストが最小になった。

$K = 0.3$ の場合のコスト関数を図 5 に示す。グラフから、 θ の値が 0.5 から 1.0 の間でコストが最小になっている。よって、 $\alpha = 3$ の場合、コストを最小にする θ の値の変化は連続的であることがわかった。

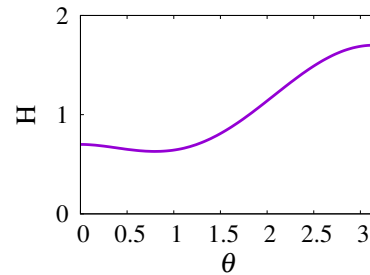


図 5: $\alpha = 3$ の場合のコスト関数 ($K = 0.3$) .

2.3 考察

α が 1 から 3 の場合を考察すると、 K の値が小さいときは「攻撃側が上手」ということになる。つまり、ボールを持ったプレイヤーの位置に関わらずパスを通すことができ、攻撃者の距離が最も大きい位置が最適になると考えられる。反対に、 K の値が大きいときは「攻撃側が下手」ということになる。つまり、攻撃側の距離が大きいとパスを通すことができず、攻撃者の距離が最も小さい位置が最適になると考えられる (図 6 参照)。

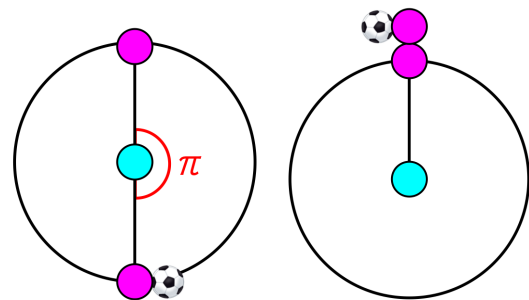


図 6: K の値によって変わる最適配置. (左図) K の値が小さい場合. (右図) K の値が大きい場合.

攻撃側の最適な配置がどのように変化するかを数値計算し、 α の値の違いで比較した。 α が 1 から 3 の値をとるとき、様々な K の値に対する θ の変化をプロットした (図 7 参照)。

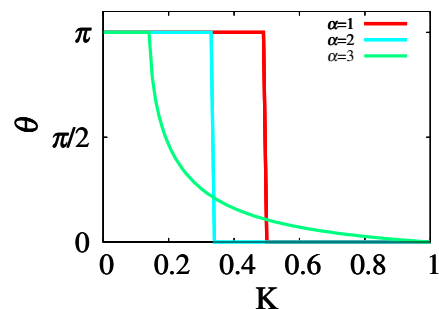


図 7: α の値ごとの最適配置の比較.

α が 1 のときは、安定する配置が $K = \frac{1}{2}$ でジャンプが

起こる。また、 α が 2 のときは $K = \frac{1}{3}$ でジャンプが起こる。 α が 3 のときは θ の値が連続的に変化する。したがって、 $2 < \alpha < 3$ でジャンプが生じなくなり、連続的に最適配置が変わっていくことがわかった。

3. シミュレーションと考察

3.1 プレーヤーの設定

オフエンダーとディフェンダーの能力差だけを考慮した場合と比べて、より具体的にどのようなパラメータによって結果が左右されるかどうかを検証した。今回は、サイド攻撃の流れを以下のように想定した。

- ボールを持ったプレーヤーは、逆サイドにいるオフエンダーにパスを出す
- オフエンダーとボールを持ったプレーヤーは、ゴールに向かう
- ディフェンダーは、オフエンダーとボールを持ったプレーヤーの両方を確認できる位置からスタートしてパスカットを狙う

また、プレーヤーごとにルールを設定してシミュレーションを行った。能力を評価するパラメータは、「プレーヤー・ボールのスピード（1 ステップごとに進む距離）」、「ボールを持つことができる範囲」である。以降、それぞれ「スピード」、「範囲」と表記する。

● オフエンダーの設定

オフエンダーはフィールドの左端 0(m) から 7.5(m) の間の位置からスタートする。また、ボールを持つことができる範囲にボールが入ったら受け取る。範囲は 2(m) から 5(m) とする。それ以外の場合はゴールに向かって走る。パラメータの設定は、デフォルトの場合スピード 0.5・範囲 3 とする。

● ボールを持ったプレーヤーの設定

ボールを持ったプレーヤーはフィールドの右端 0(m) から 5(m) の間の位置からスタートする。初期状態では、このプレーヤーがボールを保持している。ディフェンダーが周囲にいない場合はパスを出し、それ以外の場合はボールを保持したままゴールに向かって走る。ディフェンダーに注意する範囲は 2(m) から 5(m) とする。パラメータの設定は、デフォルトの場合スピード 0.5・範囲 3 とする。

● ディフェンダーの設定

ディフェンダーはフィールドの中央で他の 2 人のプレーヤーよりも 5(m) ゴールに近い位置からスタートする。ボールが周囲にあればボールをカットし、それ以外の場合はオフエンダー同士のパスカットを狙うために、オフエンダー同士を結ぶ直線上の midpoint に向かって走る。パスをカットできる周囲の範囲は 1(m) から 1.3(m) とする。パラメータの設定は、デフォルトの場合

合スピード 0.5・範囲 1 とする。

● ボールの設定

ボールを持ったプレーヤーと同じ座標を持ち、どのプレーヤーもボールを保持していない時は、オフエンダーに向かって等速運動をする。ボールスピードは 1(m) から 1.5(m) とする。パラメータの設定は、デフォルトの場合スピード 1 とする。

3.2 戦術の成功・失敗の定義

ボールを持ったプレーヤーからオフエンダーにパスが通り、オフエンダーがボールを保持できれば成功とする。また、ディフェンダーが途中でパスカットしてボールを保持した場合は失敗とする。さらに、ボールを持ったプレーヤーがパスすることなくゴールまで走り抜ける場合も失敗とする。

3.3 モデル

モデルは縦 15(m)×横 20(m) の 2 次元空間である。サッカーのフィールドは実際には縦 100–110(m)×横 64–75(m) と厳密には決められているが、サイド攻撃を行うことを想定して場を与えるため、ハーフコート内の一角を仮定しシミュレーション空間とした。実際のシミュレーションモデルを図 8 に示す。



図 8: シミュレーションモデル。

3.4 シミュレーション結果

戦術が成功・失敗の判定が終わるまでを 1 回の実行とし、1000 回繰り返し行うことにより、成功率を算出した。また、オフエンダーとボールを持ったプレーヤーの初期位置は乱数を用いて毎回違う値をとるため、その初期位置によって成功率に変化が見られるかどうか、攻撃側のプレーヤーのスタート時の距離の平均を計算することにより両者の距離を測定した。

はじめに、3 人のプレーヤーのスピード・範囲の能力が共に高い場合または低い場合について、パターン A からパターン D の 4 つのパターンを検証した。次に、戦術の成功がプレーヤーの能力のうち、スピードと範囲のどちらに

依存するかを明らかにするために、攻撃側と守備側どちらか片方のパラメータはデフォルト値にして、A から D までのパターンと同様に E から H の 4 パターンをさらに検証した。表中では、オフエンダーを OF、ボールを持ったプレイヤーを OF (B)、ディフェンダーを DF、ボールを BALL と表記する。また、カッコ内の数値は (スピード・範囲) を表す。

3.4.1 スピード・範囲のパラメータが同調する場合

パターン A からパターン D までのパターン表を表 1 に、実行結果を表 2 に示す。

表 1: パターン表

パターン	OF	OF (B)	BALL	DF
A	(1.0, 5.0)	(1.0, 2.0)	スピード=1	(0.5, 1.0)
B	(0.5, 2.0)	(0.5, 5.0)	スピード=1.5	(1.0, 1.3)
C	(1.0, 5.0)	(1.0, 2.0)	スピード=1.5	(1.0, 1.3)
D	(0.5, 2.0)	(0.5, 5.0)	スピード=1.0	(0.5, 1.0)

表 2: 結果 パターン A から D

パターン	成功率	成功した時の距離 (m)	失敗した時の距離 (m)
A	90.5	8.96	9.52
B	39.2	8.65	9.98
C	79.0	8.92	10.0
D	65.0	8.90	8.90

- パターン A
 攻撃側が上手・ディフェンダーが下手であると解釈できるため、最も成功率が高い。距離は、成功した時の方が失敗した時よりも短く、4 パターンの中で最も距離が大きい。
- パターン B
 攻撃側が下手・ディフェンダーが上手であると解釈できるため、最も成功率が低い。距離は、成功した時の方が失敗した時よりも短く、4 パターンの中で最も距離が小さい。
- パターン C
 どのプレイヤーも上手であると解釈できるため、パターン A と比較すると成功率が低くなっている。距離は、成功した時の方が失敗した時よりも短い。
- パターン D
 どのプレイヤーも下手であると解釈できるため、パターン A・C と比較すると成功率が低くなっている。距離は、成功した時の方が失敗した時よりも短い。

3.4.2 パラメータごとに能力差がある場合

パターン E からパターン H までのパターン表を表 3 に、実行結果を表 4 に示す。

- パターン E
 ディフェンダーのパラメータをデフォルト値に固定し

表 3: パターン表

パターン	OF	OF (B)	BALL	DF
E	(1, 3)	(1, 3)	スピード=1.5	(0.5, 1)
F	(0.5, 5)	(0.5, 2)	スピード=1	(0.5, 1)
G	(0.5, 3)	(0.5, 3)	スピード=1	(1, 1)
H	(0.5, 3)	(0.5, 3)	スピード=1	(0.5, 1.3)

表 4: 結果 パターン E から H

パターン	成功率	成功した時の距離 (m)	失敗した時の距離 (m)
E	90.1	8.70	9.66
F	72.9	9.53	10.6
G	66.2	9.16	10.8
H	40.4	8.87	10.7

た場合である。攻撃側のスピードのみ能力が高いと解釈できる。また、4 パターンの中で最も成功率が高い。距離は、成功した時の方が失敗した時よりも短く、4 パターンの中で最も距離が小さい。

- パターン F
 パターン E と同様に、ディフェンダーのパラメータをデフォルト値に固定した場合である。攻撃側の範囲のみ能力が高いと解釈できる。距離は、成功した時の方が失敗した時よりも短く、4 パターンの中で最も距離が大きい。
- パターン G
 攻撃側のパラメータを固定した場合である。ディフェンダーのスピードのみ能力が高いと解釈できる。距離は、成功した時の方が失敗した時よりも短い。
- パターン H
 パターン G と同様に、攻撃側のパラメータを固定した場合である。ディフェンダーの範囲のみ能力が高いと解釈できる。また、4 パターンの中で最も成功率が低い。距離は、成功した時の方が失敗した時よりも短い。

3.5 考察

パターン A からパターン D までの結果から、距離に関しては、全てのパターンにおいて成功した時の方が失敗した時よりも短いことが確認できた。さらに、成功率が高くなるにつれて成功した時の距離が大きくなることがわかった。

パターン E とパターン F を比較すると、E の成功率の方が高いため、攻撃側は戦術の成功において範囲よりもスピードの方が重要な要素であることがわかる。パターン G とパターン H を比較すると、G の成功率の方が高いため、ディフェンダーにとっては、スピードよりも範囲の方が重要であることがわかる。パターン A から D の場合と異なり、成功率と成功した時の距離の関係性は見られなかった。

4. おわりに

コスト関数を用いた数理的考察の結果から、攻撃側の能力が高い場合は、オフエンダーとボールを持ったプレイヤーの距離が最も離れた位置を最適配置とするということがわかった。また、攻撃側の能力が低い場合は、オフエンダーとボールを持ったプレイヤーの距離が最も近い位置を最適配置とするということがわかった。また、 α が2までは最適な θ がジャンプしていたが、 α を3にするとジャンプが起こらなくなり、最適な配置が連続的に変化することがわかった。よって、パスにかかる時間、パスに必要な力、パスの精度を考慮すると最適な配置が連続的に変化すると考えられる。

また、数理的考察中では、攻撃側の能力を考慮したコスト関数を用いて最適配置を考えたが、3人のプレイヤーそれぞれにルールを与えれば、より複雑化できるのではないかと考えた。よって、MASを用いたモデルでシミュレーションを行った。

MASを用いた結果、攻撃側のスピード・範囲がディフェンダーより優勢な場合に成功率が最も高く、ディフェンダーのスピード・範囲が優勢な場合に成功率が最も低くなったことがわかった。また、パラメータ別には、攻撃側にとってはスピードの能力が高いと成功率が上がり、ディフェンダーにとっては範囲の能力が高いと成功率を下げる事ができるということがわかった。

次に、シミュレーション結果から得られる成功率と距離の関係を図9に示す。全てのパターンにおいて、成功した

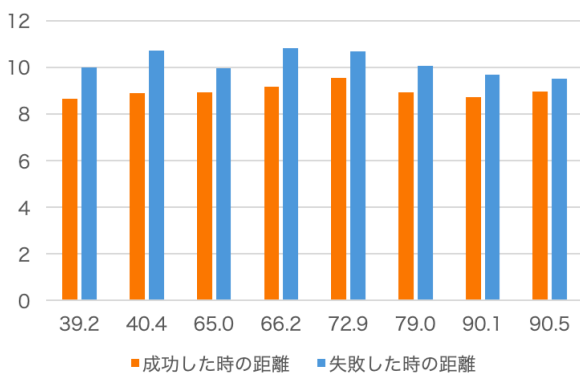


図9: 成功率と距離の関係。

時の方が失敗した時よりも距離が短いことが確認できたことから、プレイヤーの能力差によらず、オフエンダーとボールを持ったプレイヤーの距離は近い方が戦術が成功しやすいということがわかった。パラメータが同調する場合は、成功率が高くなるにつれて成功した時の距離が大きくなり、数理的に考察した結果と同様に、最適な配置が連続的に変化していた。しかし、パラメータごとに能力差があ

る場合、同様な結果は得られなかった。理由としては、考慮するパラメータの要素が「プレイヤー・ボールのスピード (1ステップごとに進む距離)」、「ボールを持つことができる範囲」の2種類であり、不足していたことが考えられる。また、プレイヤーの動きが単純化されていたことも考えられる。実際のサイド攻撃の動きは、ボールを持ったプレイヤーとディフェンダーとの距離によって、オフエンダーはゴールに向かうだけでなく一旦止まる動きが入る場合など、今回のシミュレーションに考慮しなかった動きが起こるため、プレイヤーの行動ルールを複雑化し、パラメータを増やすことによって、モデルをより現実的なものに近づけられるのではないかと考える。

参考文献

- [1] 若林信夫：最適施設配置問題再論—表計算ソフトによる解—, 商学討究 (小樽商科大学) 第47巻第4号, 1997.
- [2] 山影進, 服部正太：コンピュータのなかの人工社会 マルチエージェントシミュレーションモデルと複雑系, 共立出版, 2002
- [3] 「MAS コミュニティ Artisoc ホームページ」
<http://mas.kke.co.jp> (参照 2019-07-18)