

海洋内の音波伝搬の数値解析

土屋健伸^{†1}
神奈川大学^{†1}

1. はじめに

海洋のような広大な空間は空間的または時間的な変動を持ち、音響的には一様な媒質ではないために理論解を単純なモデル以外求めることができない。空間的な音速勾配によって音波は屈折し、音響インピーダンスの違う物体があれば、境界面で透過および反射する。それらの条件が複合的に有するため、一様な半無限空間での解析に比べて複雑な伝搬の様相を示す。そこで、専ら、数値解析によって音波伝搬が解析されている。海洋内を伝搬する音波は、無論、水の音響的な構造に強く影響を受けて伝搬する。さらに、境界面となる海底や海面の構造にも影響を強く受ける。

本報告では、複雑な様相を示す海洋内での伝搬伝搬を数値解析によって求めた結果について紹介する。まずは海洋内の物理構造の特徴として、深度方向の音速分布を示す。次に音波伝搬の数値解析手法を幾つか紹介する。そして、解析結果について説明する。

2. 海洋における音速構造

2.1 深度方向の音速分布（音速プロファイル）

海洋における音速は、海水の温度、圧力（深度）、塩分濃度によって決定される [1]。太平洋中緯度海域を代表とした深海域での水温、塩分濃度と音速の深度特性を図 1 に示す。これを深度方向のプロファイルとする。海洋表層は、日照によって水温が上昇するために音速は早い。また、季節によって日照時間が変化するので、表層の水温は季節に依存する傾向にある。深度が深くなるにつれて日光が届きにくくなるために水温は徐々に低下する。そして、低緯度海域では水深 200 m から 1,000 m 付近で水温が急激に変化する温度躍層 (thermocline) が存在する。また、濃度も海洋表層で変化を大きくするが、深深度になると変化は緩やかになる。さらに、太平洋のような深海域においては、水温が水深 3,000 m 以深で 1.5 °C 程度で一定になる。つまり、深度に対して水温は低下していくので、深度に対する音速の変化は、大概、負の勾配を取る (図 1(a))。また、濃度も海洋表層で変化を大きくするが、深深度になると変化は緩やかになる (図 1(b))。一方、深度が深くなり水圧は上昇すると、水の弾性が増して音速は早くなるため、深度に対する音速の変化は正の勾配を取る。つまり、表層は水温

のために音速が早く、深層は水圧のために音速が早い。そのため図 1(c)に示すような湾曲した音速プロファイルを持つ。そして深海域においては、音速が最小となる音速極小層が形成される。これはソファー (Sound Fixing and Ranging : SOFAR) チャンネルと呼ばれる[2]。

一方、人間の生活圏に近い深度 200m 以下の浅海域の音速は、水圧の変化が少ないために水温が支配的になる。表層は、深海同様、日照によって温められて水温が上昇する。日照時間や強さは季節によって変動するため、浅海域は季節的な特徴が出やすい。浅海域の典型的な音速プロファイルは、深度による温度変化は少ないために音速プロファイルは一定値をとる。

深海域においては、SOFAR チャンネルに音源を設置して水平方向に音を放射すると、音波はハミルトンの原理から

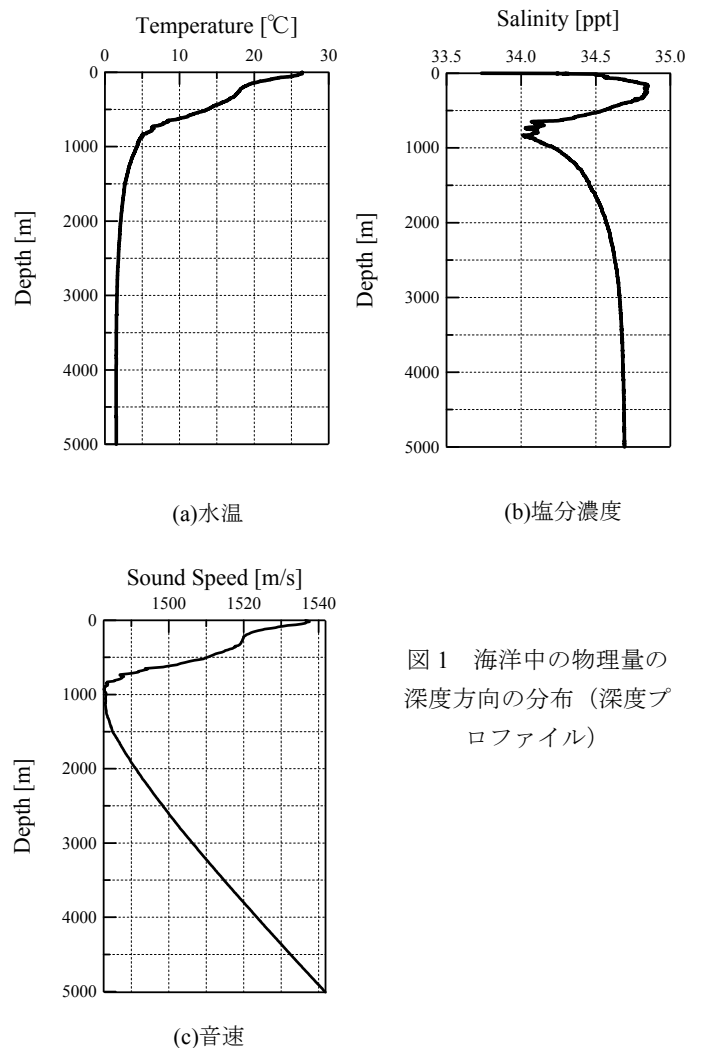


図 1 海洋中の物理量の深度方向の分布 (深度プロファイル)

Numerical Simulation of Sound propagation in Ocean
^{†1} TAKENOBU TSUCHIYA, Kanagawa University

音速の遅い方に屈折するため、SOFAR チャンネルを軸にして屈曲しながら遠方まで伝搬する。

2.2 海底底質と海面・海底反射

SOFAR で水平方向に音を放射した時、ある放射角度以上の音波は海面や海底に到達し、海面と海底で多重反射を繰り返して大きく減衰するために遠距離へは到達しないが、SOFAR チャンネル中を伝搬する音波と干渉して振幅変動を起こす。一方、音速がほぼ一定である浅海域では、海中を直進して直接受波点まで到達する直達波以外は、海面や海底で多重反射しながら伝搬する。深海と違い伝搬距離が短いので、海中を直進する直接波の後に時間的に遅れて反射波が受波される。そのため、浅海での音波伝搬は、水温構造と共に海面や海底での反射の影響を大きく受ける。海面は、水と空気との境界面となるため、音波は、ほぼ全反射するが、潮汐や波浪等で海面が荒れると散乱を生じる。また、海底の底質は、比較的音響的には柔らかい堆積層 (sediment layer) の底に硬い岩盤層がある構造をしている。海底堆積物の粒子間には、間隙媒質として海水が満たされているので、いわゆる多孔性飽和媒質 (Porous saturated media) と考えられる。海底堆積物は固体粒子と海水の混合体であるため、その音響特性は極めて複雑である。この海底堆積物には、固まっている固結堆積物と、まだ固まっていない未固結堆積物の2つに分類される。堆積層は、陸上の礫や砂、泥などの岩石片が河川や風によって海上に運ばれたもの、生物の遺骸が海水によって運ばれて海底に堆積し、長い年月を掛けた蓄積によって形成されている。特に、浅海域の堆積層は、海や大陸の気候、生物の繁殖など様々な条件が変化するので、地域によって様々な様相を呈しており、深海に比べて地域による特色の違いが大きい。そのため、特に浅海域の海洋音波伝搬の特徴には、海底の底質音響的特徴が色濃く反映される。浅海域における音波伝搬において、海底の影響が大きいことは先に述べたが、音波の反射は、音響特性インピーダンス Z が変化する海水と海底堆積物との境界でおきているために、その境界での状態が必然的に重要となる。

3. 海洋内の音波伝搬の数値解析

3.1 概要

前章の通り、海水中を進む音は温度分布によって屈折することが知られており、音速勾配に従って音線理論を用いて伝搬経路が割り出すことが計算機の未発達な時代でも可能であった。一方、音線理論は高周波近似であるために、海洋内で波動的な振る舞いが顕著となる低周波領域における伝搬現象においてはあまり精度が高くない。さらに浅海のような海面や海底で音波が多重反射し干渉するような複雑な場の解析には適さない。そこで、波動的な振る舞いを解析できる手法が計算機の発達に伴い用いられるようになってきた。図2に海洋内の音波伝搬の解析手法の分類図を

示す。海洋内部の音波伝搬を解析する手法は大きく大別して、(1) 幾何学的音線理論による解析、(2) 波動理論による解析の2つに分類できる。音線理論は高周波近似に属しており、解析によって伝搬経路が可視化されるために物理的な解釈が容易である。高周波近似ゆえに回折や音波の振幅等は正確には求められないが、音の軌跡を表示するために物理的な現象を把握し易い。一方、波動理論に基づく伝搬解析手法は波動方程式を近似または直接的に解くことで解を得る方法で様々な方法が提案されている。それらは適用海域や計算に要求される精度、計算時間などを照らし合わせて選択する。

広大な海洋内を伝搬する音波の解析は長い計算時間を必要とするため、太平洋などで行われる海洋音響トモグラフィ実験[3]のような広大な領域の解析には、深度方向と距離方向を変数分離して計算する Normal Mode 法[4]や放物型方程式法[5]などの近似解法が用いられることが多い。一方、浅海域のような深度が浅く短距離な領域においては、海面や海底で音波が多重反射し、音場も複雑な様相を呈する。また、使用される音波はパルス波が一般的であるため、時間領域での解析の需要が増してきた。そして、近年の計算機の処理能力、搭載メモリ量の爆発的な増加によって、波動方程式を直接差分して数値解析的に解くことも可能となっている。その一つが時間領域差分 (FDTD) 法である[6]。FDTD 法は時間領域解析であるため、パルス波形を直接求めることができ、海面や海底での反射を波動的な振る舞いの基に解析できる精度の高い手法である。しかし、計算時間が長大となる欠点があるので、時間短縮のため幾つかの並列手法が提案されている[7][8]。最近では、GPU を用いた伝搬解析も良く用いられている[9][10]。

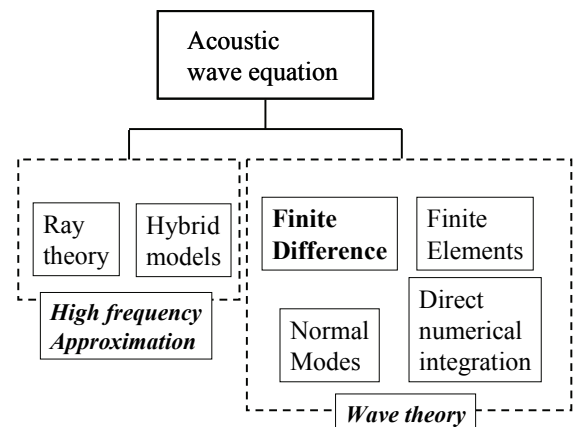


図2 海洋内の音波伝搬の解析手法の分類図

3.2 伝搬解析プログラムの紹介

先に挙げた伝搬解析プログラムには幾つか種類が存在するが、ここでは海洋音波伝搬で良く用いられている放物型方程式法 (Parabolic Equation method) について述べる。

音場を求める方程式の出発点は、やはり波動方程式であ

り、PE 法はいわゆる Helmholtz 波動方程式に置き換えて式(1)を解くことになる。

$$(\nabla^2 + k^2)p = 0 \quad (1)$$

ここで $k=c/\omega$, k は波数, ω は角周波数である。これは、時間依存項が $e^{i\omega t}$ であると仮定しており、解析場を一定の角周波数 ω の連続波音場に置き換えたことに等しい。つまり、PE 法は連続波（定常場）音場を解析する手法となる。

海洋中の長距離音波伝搬解析では、音波が円筒拡散することから円筒座標系 (r, z, θ) に置き換えて解くことが多い。円筒座標系の Helmholtz 波動方程式を式(2)に示す。

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} + k_0^2 n^2 P = 0 \quad (2)$$

ここで、 k_0 は基準波数, n は屈折率を表す。次に海洋環境が伝搬方向に緩やかに変化すると仮定、つまり放絡緩慢近似を行うと、音圧 P は伝搬方向の関数 $H_0^{(1)}$ (第1種0次の Hankel 関数) と深度・方位方向の関数 ψ との積である式(3)で表される。

$$P(r, z, \theta) = \psi(r, z, \theta) H_0^{(1)}(k_0 r) \quad (3)$$

Hankel 関数は、 $kr \gg 1$ の時、以下の式(4)に近似できる。

$$H_0^{(1)}(k_0 r) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} e^{j(k_0 r - \frac{\pi}{4})} \quad (4)$$

式(3)を式(2)に代入して式を整理して更に因数分解を行い、海洋においては前進波のみが支配的であるとして考えると、解くべき一方向前方波動方程式として式(5)が得られる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = jk_0 \left(-1 + \sqrt{1 + X + Y} \right) \quad (5)$$

ここで、 X は深度方向の微分演算子, Y は方位方向の微分演算子で以下の式として与えられる。

$$X = \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n^2 - 1 \quad Y = \frac{1}{k_0^2 r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

2乗根の内部に演算子がある場合は直接差分して解くのは困難なため、適当な近似を施す必要がある。ここでは、有理関数近似である Padé 近似を用いて展開する。よく使用される広角 Padé 級数 (High Order Padé series) を $D=X+Y$ として式(6)に示す。

$$-1 + \sqrt{1 + D} \approx \sum_{i=1}^n \frac{1 + a_{i,n} D}{1 + b_{i,n} D} \quad (6)$$

ここで、 $a_{i,n}$, $b_{i,n}$ は Padé 近似の係数である。式(6)を式(5)に代入して Padé(1,1)で近似すると解くべき方程式は式(7)となる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = jk_0 \frac{\frac{1}{2}D}{1 + \frac{1}{4}D} \psi \quad (7)$$

式(7)を Crank-Nicolson の陰的差分法を適用して差分スキームを求める。図に差分スキームを求める際の差分グリッドの空間配置を示す。ここでは Y 方向の演算子を無視して2次元を仮定して表示している。 p が深度方向のグリッド番号, q が距離方向のグリッド番号とすると、深度方向は2階の微分演算子なので、 $p-1$ と p と $p+1$ 番目のデータを用いて差分化される。距離方向は1階微分なので q と $q+1$ 番目のデータで差分化され、差分スキームは、以下の式(8)となる。

$$aF_{p-1}^{q+1} + bF_p^{q+1} + cF_{p+1}^{q+1} = \kappa \left(aF_{p-1}^q + bF_p^q + cF_{p+1}^q \right) \quad (8)$$

上式を行列化すると解くべき行列は式(9)で示される三重対角行列となる。

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & a_3 & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & c_{m-3} & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & a_{m-2} & b_{m-2} & c_{m-2} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & a_{m-1} & b_{m-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1^q \\ F_2^q \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ F_{m-2}^q \\ F_{m-1}^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 - a_1 F_0^{q+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ B_{m-1} - c_{m-1} F_{m-1}^{q+1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

三重対角行列は疎行列なので、LU 分解等のアルゴリズムで高速に解くことが可能である。ここで、距離方向 q と番目が既知数で $q+1$ 番が未知数となるので、距離方向 q の深度方向の音圧分布から $q+1$ 番の音圧分布, $q+1$ 番から $q+2$ 番目の音圧分布と1ステップずつ進みながら伝搬解析していくので、この手法はマーチング法と呼ばれる。深度方向の音圧分布を計算する際に、2章で述べた音速プロファイル

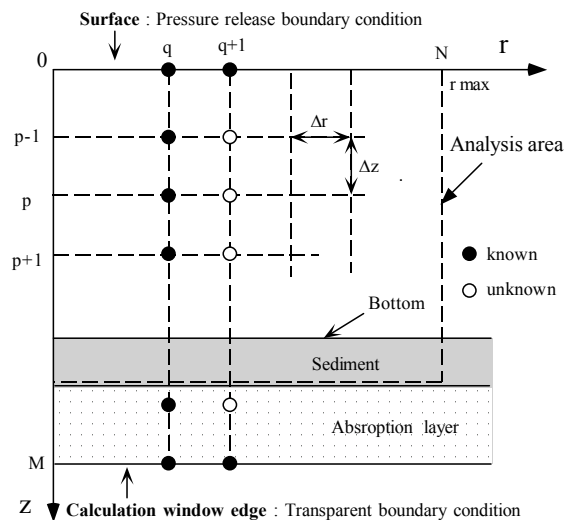


図3 放物型方程式法における空間グリッド配置

ルから波数 k を計算することで音速分布を考慮した音波伝搬解析が実施できる。また、距離ごとの音速分布を考慮できるので、距離方向に環境が変化する距離依存型(Range dependent)の海域を高速に解析可能である。

PE 法は、先の述べたように遠方界近似であるため近距離での解析には適していない。また、距離 0 m における解が求まらないため、実用的な音源の特性を反映させた深度方向の音圧分布で初期音源 $S(z)$ を解析開始時に与える必要がある。初期音源として Gaussian 音源や Greene 広角音源があるが、良く使用される Gaussian 音源を式(10)に示す。

$$\phi(0,z) = S(z-z_s) - S(z+z_s) \quad (10)$$

ここで、

$$S(0,z) = \sqrt{k_0 \tan \theta_1} \exp\left(-\frac{k_0^2}{2} z^2 \tan^2 \theta_1\right) \exp(jk_0 z \sin \theta_2)$$

初期音源は、音源の特性と同時に解析する海洋モデル及び PE 方程式の精度に対応したビームの広がり角 θ_1 を持った分布を持たせるためにビームの広がり角が調整できるようになっている。また、音源が海面あるいは海底に近い場合は海面、海底での音波の反射の影響を考慮できるようにするため、式(10)の第 2 項に鏡像音源の項を含んでいる。さらに音波の照射方向 θ_2 を決定する項も含まれている。

4. 解析結果

本章では、放物型方程式法を用いて海洋内の音波伝搬解析を行った結果について説明する。まずは海洋環境として図 4 に示す太平洋中緯度域モデルでの解析結果を例にして説明する。解析モデルを図 4 に示す。伝搬距離を 1000 km、深度 5000 m とし、堆積層および吸収層の厚さを 1000 m とした。海水中および堆積層の音響パラメータは図中に示す通りである。音速プロファイルは、図 5(a) に示した Munk の音速プロファイルを用いた[3]。Munk の音速プロファイル

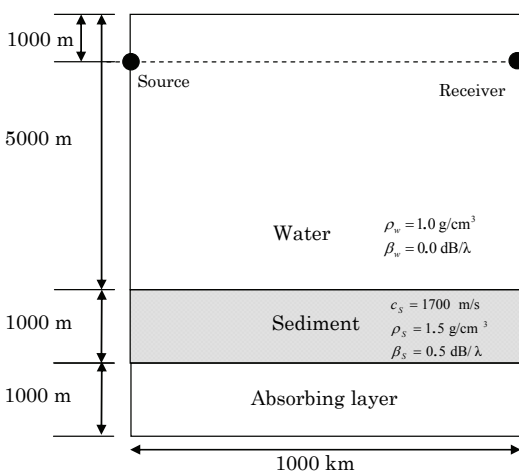


図 4 海洋モデル図 (深海長距離伝搬)

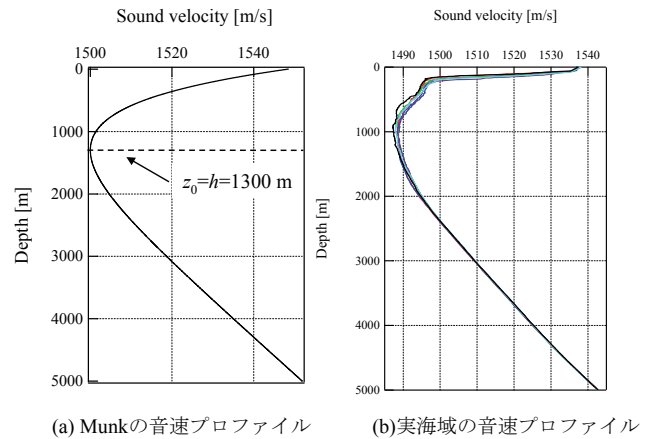
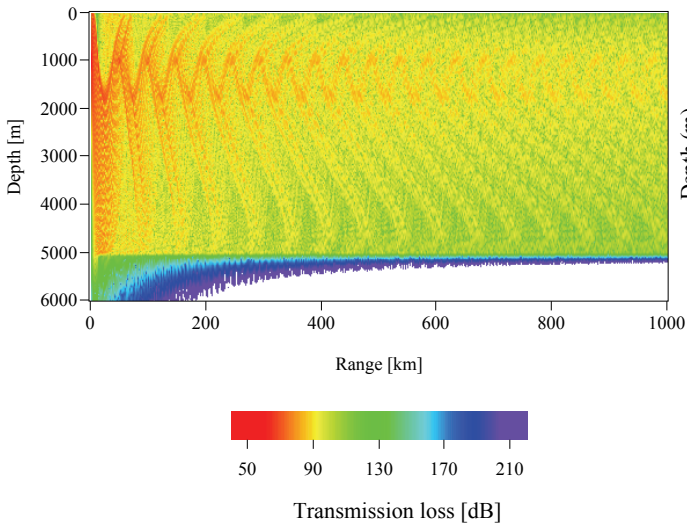


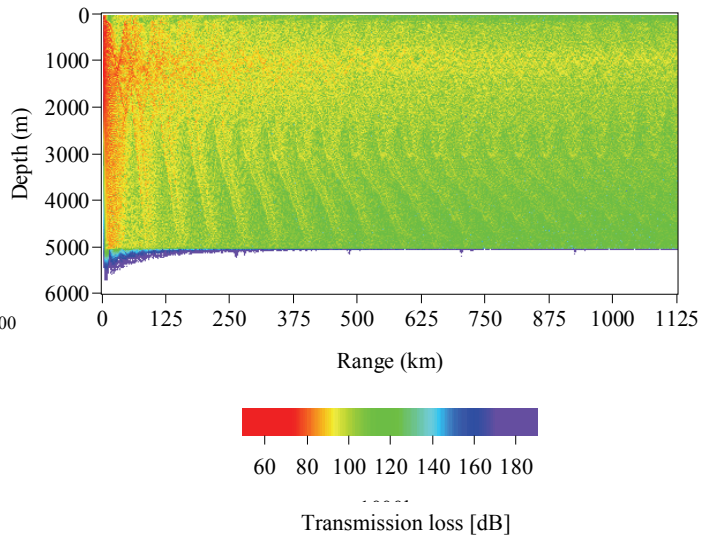
図 5 深海の音速プロファイル

とは、海洋の長期観測結果から変極点を持つ音速プロファイル指数関数に近似したものである。ここでの変極点深度は 1300 m、音速は 1500 m/s とした。音源の周波数は 50 Hz、指向角は 45 度とし、深度は 1000 m とした。解析は 2 次元で行った。距離-深度の 2 次元音圧分布を図 6(a) に示す。音源深度を中心に屈曲しながら伝搬していく様子が確認できる。図 6(b) に距離 100 km までの音圧分布を示す。音源深度の音圧が強いが、距離 15~40 km は音圧が低下する、いわゆるシャドゾーンが確認できる。シャドゾーンでも海底からの反射によって一部音圧が上昇していることが分かる。

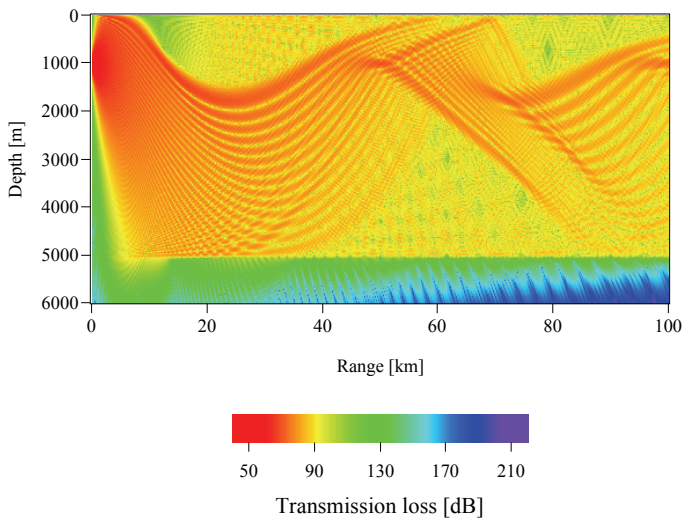
次に放物型方程式法の解析例として、実海域での解析結果を述べる。結果はすべて既に報告した論文より参照した[11]。2000 年に JAMSTEC によって中部熱帯赤道域にて海洋音響トモグラフィ (OAT) 実験である CEPTE2000 観測が行われた。この OAT 観測では音波の送受信のためのトランシーバが 7 基設置された。このトランシーバは 200 Hz 低周波音源、5ch 受波器アレイ等で構成される。当海域では CTD 観測が 24 地点で、XCTD 観測が 30 地点で行われた。受信機をトランシーバ T2、送信機をトランシーバ T7 とし、2 点間を解析領域とした伝搬パルス波の推定を行った。2 点間の音速プロファイルを図 5(b) に示す。赤道域のため、SORFAR 軸の深度は 1000 m 程度で、また深度 200 m 程度に温度躍層が存在している。送受信深度は実験条件と併せて送信器深度 1150 m、受信機深度 1100 m とし、送受信機間は 1126.47 km とした。その他の海洋環境条件は図 4 と共通とした。音源の条件として、中心周波数は実験で用いられた音源と同じ 200 Hz とした。音源のビーム開口角度 $\theta_1=15^\circ$ 、放射角度 $\theta_2=0^\circ$ とした。PE 法の計算パラメータとしては、伝搬距離方向の刻み幅 $\Delta r=5$ m ($\approx 2/3\lambda$)、深度方向の刻み幅 $\Delta z=2$ m ($\approx \lambda/4$)、Padé 級数の近似次数を 4 とした。基準音速は位相誤差が減少するように各測定点での平均値を用いた。また伝搬方向にも音速分布は変化しているため、CTD/XCTD 間の音速は伝搬方向へ 3 次スプライン補間をす



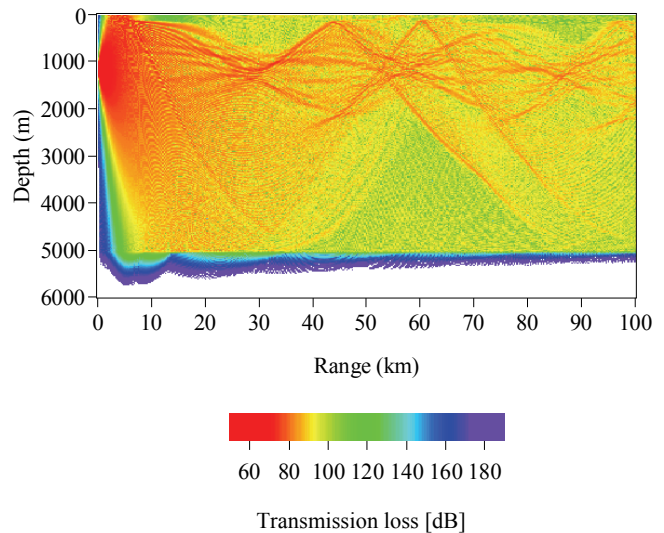
(a) 距離1000 km 全区間表示



(a) 距離1000 km 全区間表示



(b) 距離100 kmまでを表示



(b) 距離100 kmまでを表示

図6 Munk の音速プロファイルでの深海域の音波伝搬解析結果 (2次元音圧分布)

図7 実海域音速プロファイルでの深海域の音波伝搬解析結果 (2次元音圧分布)

ることにより求めた。

音源周波数が 200 Hz のときの 2 次元音圧分布の解析結果を図 7 に示す. (a) に解析領域全て, 伝搬距離全域 1126.47 km までの音場を, (b) に音源から 100 km までを拡大した音場を示す. 今回の解析は Range-dependent モデルであるため, 音波が収束する SOFAR 軸深度が距離方向にわずかに浅くなるため, それにそって最大音圧部が移動している. また, 図 7 (b) に見られるように, 海面方向へ向かう音波が深度 200 m から急激に転回している. これは図 5(b) を見て分かるように, 200 m に温度躍層があるためである. このように実海域のプロファイルを用いて解析するとより複雑な伝搬の様相を示す.

5. まとめ

本報告では, 海洋内での伝搬伝搬を数値解析によって求めた結果について紹介した. 海洋内の物理構造の特徴として, 深度方向の音速分布を示し, 海洋中で複雑な伝搬様相となる理由について説明した. 次に音波伝搬の数値解析手法を幾つか紹介し, その中の放物型方程式法について詳細に説明した. そして, 放物型方程式法を用いて深海域の音波伝搬解析の結果として連続波音場 (定常場) の結果を示した. 数式的な表現の Munk の音速プロファイルを実海域の音速プロファイルでの解析結果を比較し, 複雑な伝搬様相となる要因を示した. 講演では時間が許せば, 音場の時間的な変化や数値解析による伝搬パルス波の推定, 実測パ

ルスとの比較結果などについて紹介する予定である。

参考文献

- [1] 海洋音響学会, 海洋音響の基礎と応用 (成山堂出版, 東京, 2004) 7章, p. 71.
- [2] M. Ewing, and J. L. Worzel, "Long-Range Sound Transmission," Geol. Soc. Am. Memo 27, (1948).
- [3] W. Munk, P. Worcester, C. Wunsch, Ocean Acoustic Tomography (Cambridge Univ. Press, 1995) p.37.
- [4] M.A. Pedersen, et al, "Normal-mode theory applied to short -range propagation in an acoustic surface duct", J. Acoust. Soc. Am., 37, pp.105-118 (1965).
- [5] D. Lee, G. Botseas, and J. S. Papadakis, "Preliminary evaluation of a computer model for the solution of underwater parabolic wave equations" JASA 65 S43, (1971).
- [6] K.S. Yee, K. Shlager and A.H. Chang, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell Equations in Isotropic Media," IEEE Trans. Ant. Prop., 14 (1966) 302
- [7] 土屋健伸, 遠藤信行, "並列演算 FDTD 法のアルゴリズムの紹介," 海洋音響学会, 33(4), (2006).
- [8] 土屋健伸, 遠藤信行, "並列演算 FDTD 法のアルゴリズムの紹介(2)弾性 FDTD 法の並列演算方法," 海洋音響学会, 34(1), 34-41 (2006).
- [9] 土屋 隆生, 森河内 淳, 大塚 正広, "GPU による 3 次元音場シミュレーション," 信学技法 超音波 109(107), 17-20, (2009).
- [10] 河田 直樹, 大久保 寛, 土屋 隆生, "GPU を用いた電磁界数値解析の高速化に関する検討," 信学技法, アンテナと伝搬 109(304), 129-134, (2009).
- [11] 土屋健伸, 松本さゆり, 高橋茉莉, 穴田哲夫, 遠藤信行, "放物型方程式法に基づく海洋音波伝搬解析手法の開発," 海洋音響学会誌, 35 (4) 255-267 (2008).